

01;10

Исследование эффектов краевых магнитных полей в накопительных кольцах

© Ю.Л. Мартиросян

Центр синхротронного излучения CANDLE,
375040 Ереван, Армения
e-mail: martirosyan@asls.candle.am

(Поступило в Редакцию 27 декабря 2002 г.)

Характерными особенностями электронных пучков в накопительных кольцах (НК) источников синхротронного излучения (СИ) третьего поколения являются малый эмиттанс и продолжительное время жизни. Обеспечение таких прецизионных параметров пучка требует детального исследования эффектов высшего порядка связанных с магнитными полями, а также эффектов коллективного характера связанных с плотностью пучка. Краевые поля являются неизбежным атрибутом любого типа магнитов и иногда могут существенно влиять на динамику пучка, так как они входят в уравнения движения частиц, начиная с линейного порядка. Приводится простой метод вычисления влияния краевых магнитных полей на динамику пучка, а также численные результаты, полученные предлагаемым методом для эффектов краевых полей квадрупольных накопителя CANDLE [1].

Введение

В работе предложен новый подход к анализу влияния краевых магнитных полей на динамику пучка. Обычно при расчете больших ускорительных колец краевые магнитные поля дипольных и квадрупольных магнитов игнорируются и за основу берется модель магнитов с резкими краями. При этом матричное описание динамики пучков дает обширную информацию о характере движения частиц, а также основные динамические параметры. Хотя этот подход является корректным с математической точки зрения, он не корректен с физической точки зрения, поскольку магнитные поля при этом не удовлетворяют уравнениям Максвелла. Более детальные исследования показывают, что краевые поля могут быть источниками аббераций различного порядка, негативно влиять на динамическую апертуру, приводить к сдвигу частот бетатронных колебаний и т.д. В связи с этим в последнее время в научной литературе замечается повышенный интерес к исследованиям эффектов краевых магнитных полей в различных ускорительных установках (см. [2] и цитированную там литературу).

Для учета краевых магнитных полей при исследовании динамики пучков в ускорителях применяют различные методы моделирования реальной магнитной системы. В частности, в [3] для исследования эффектов краевых магнитных полей был использован простой способ деления магнита на маленькие сегменты и матричного анализа для каждого из сегментов. Для более аккуратного учета эффектов краевых полей в [4] краевые поля моделируются так называемой функцией Энге и вычисляются на базе дифференциальной алгебры, а подход в [5] позволяет выполнять подобные исследования на базе алгебры Ли. Каждая из вышеупомянутых программ имеет свои специфические пределы применения, свои преимущества и недостатки. В настоящей работе при-

веден канонико-вариационный метод (КВМ) анализа, основанный на прямом интегрировании канонических уравнений траектории частиц и решения связанной с ними системы вариационных уравнений.

Метод вычисления

Компоненты магнитного поля квадрупольных магнитов, полученные из скалярного потенциала (решения уравнения Лапласа в натуральной системе координат), можно представить в виде

$$\begin{aligned} B_x(x, y, s) &= G(s)y - \frac{1}{12} G''(s)(3x^2y + y^3) + \dots; \\ B_y(x, y, s) &= G(s)x - \frac{1}{12} G''(s)(x^3 + 3y^2x) + \dots; \\ B_s(x, y, s) &= G'(s)xy - \frac{1}{12} G'''(s)(x^3y + xy^3) + \dots; \end{aligned} \quad (1)$$

где штрих означает дифференцирование по продольной координате s .

Для описания распределения градиента на оси магнита мы используем характерную функцию типа [6]

$$G(s) = \frac{\mu_0 I_c}{R^2} \left[\frac{9}{8} f_1(t) - f_3(t) + \frac{3}{8} f_5(t) \right]_{s-L}^{s+L}, \quad (2)$$

где аппроксимационные функции имеют вид

$$f_k(t) = \left[\frac{t}{\sqrt{R^2 + t^2}} \right]^k, \quad (3)$$

где R — радиус окружности, вписанной в квадрупольный магнит; I_c — ток в обмотках магнита; L — полудлина магнита.

Подходящим подбором этих параметров при помощи (2) можно добиться весьма точного описания распределения градиента реального магнита.

Исходя из гамильтониана задачи в криволинейной системе координат (x, y, s) , связанной с плоской идеальной орбитой движения равновесной частицы, уравнения траектории частицы можно записать в матричном виде

$$Z' = F(Z, s), \quad (4)$$

где $Z^T = [x, x', y, y']$; $F^T = [F_1, F_2, F_3, F_4]$; s — независимая переменная.

В отсутствии соленоидов в магнитной системе роль канонических импульсов играют обобщенные скорости x' и y' . Каноничность системы уравнений (4) обеспечивает симплектность полученных решений, что в свою очередь дает возможность судить о стабильности движения в течение многих оборотов на основе интегрирования в пределах одного оборота частицы вдоль кольца. В дальнейших наших суждениях мы будем придерживаться методики, обоснованной в работе [7]. С системой (4) тесно связана система из шестнадцати линейных вариационных уравнений

$$B'(s) = A(s) \cdot B(s) \quad (5)$$

с единичным начальным условием $B(0) = I$, где I — единичная матрица.

Матрица коэффициентов в (5) определяется из (4) как

$$A(s) = \left. \frac{\partial F_i}{\partial Z_j} \right|_{x=0; y=0},$$

где $i, j = 1, \dots, 4$.

Матрица перехода системы (5) для одного оборота $B_0 = B(s = L_0)$ совпадает с матрицей Якоби для системы (4). Этот факт можно использовать для проверки условия симплектности решения (4). Решая задачу на собственные значения для матрицы B_0 можно вычислить фазовые приращения, дробную часть частот бетатронных колебаний и другие динамические параметры. Сравнением полученных результатов в пределе резких краев с результатами матричного анализа можно контролировать точность полученных результатов.

Численные результаты

В магнитной системе накопителя CANDLE предусмотрены три типа квадрупольных магнитов. Основные характеристики этих магнитов приведены в таблице.

Основные параметры квадрупольных НК CANDLE

Тип	L, mm	K, m^{-2}	$G, \text{T/m}$	R, mm	$I(\text{A})$
QF	380	1.6497	16.5	35	82
QFC	500	1.703	17.0	35	84
QD	160	1.2896	12.9	35	64

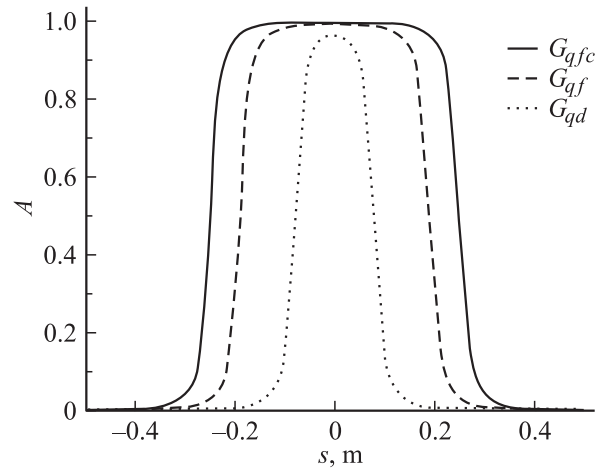


Рис. 1. Продольное распределение градиентов квадрупольных магнитов. A — нормированный градиент.

На рис. 1 приведены распределения нормализованных градиентов этих магнитов, где краевые поля моделированы характерной функцией типа (3). Так как квадрупольные магниты накопителя CANDLE находятся на стадии разработки и конструирования, в дальнейших наших расчетах мы будем пользоваться распределением градиентов квадрупольных линз, заданным аппроксимационной функцией (3). После получения данных магнитных измерений эти расчеты будут воспроизведены для реальных магнитов.

Выбранная для CANDLE рабочая точка частот бетатронных колебаний, полученная с помощью линейной матричной теории на основе данных, приведенных в таблице, соответствует значениям (13.22, 4.26). Учет эффектов краевых полей на основе КВН приводит к смещению рабочей точки бетатронных колебаний к (13.08, 4.11). Как показали результаты трека частиц в кольце, для восстановления выбранной рабочей точки (13.22, 4.26) необходимо увеличить градиенты квадрупольных магнитов: на 0.39% для центрального квадрупольного магнита, на 0.67% для внешних фокусирующих по горизонтали квадрупольных магнитов и на 1.48% для фокусирующего по вертикали квадрупольного магнита длиной 0.16 м. Сравнительно большое увеличение градиента фокусирующего по вертикали квадрупольного магнита объясняется двумя факторами. Во-первых, в процессе трека частиц значение градиента дипольного магнита с совмещенными функциями оставалось неизменным и коррекция рабочей точки по вертикали осуществлялась квадрупольным магнитом. Во-вторых, короткая длина магнита, что равносильно большей апертуре, приводит к сравнительно длинной области краевых полей вне краев магнита и уменьшению пикового значения градиента (рис. 1).

Для горизонтальной и вертикальной хроматичностей, вычисленных с учетом краевых полей, получаются значения -18.43 и -14.11 соответственно. При новых значениях градиентов квадрупольных линз, соответствующих восстановленной рабочей точке, для хроматично-

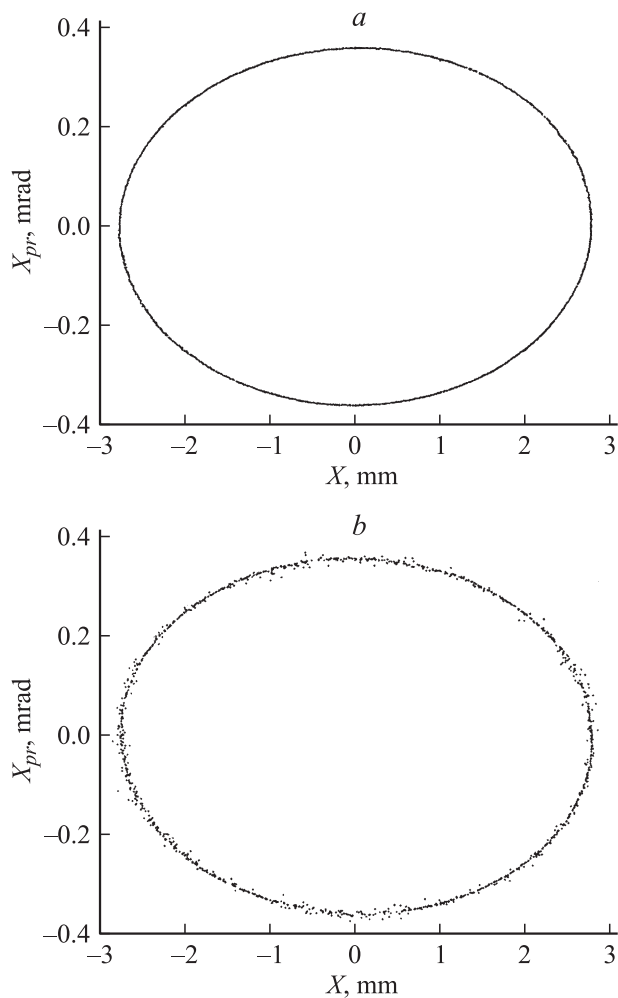


Рис. 2. Фазовые портреты горизонтальных колебаний без учета (а) и с учетом (б) краевых полей на амплитуде 10σ при нулевом разбросе по энергии.

стей получают величины -18.87 и -14.72 , что немного меньше величин хроматичностей -18.91 и -14.86 , полученных без учета краевых полей.

Для оценки влияния краевых магнитных полей на динамику пучка в накопителе на рис. 2 приводится сравнение фазовых портретов горизонтальных колебаний без учета краевых полей и с учетом краевых полей до увеличения градиентов квадрупольей.

Трек производился для тысячи частиц на один оборот вдоль кольца, что эквивалентно треку одной частицы за тысячу оборотов вдоль кольца. Учитывая, что время затухания бетатронных колебаний частиц в накопительном кольце составляет несколько миллисекунд, можно полагать тысячу оборотов достаточной, чтобы сделать заключение о характере стабильности движения на более долгое время. Размазанный характер фазового портрета, вызванный краевыми полями квадрупольей, является следствием смещения числа горизонтальных колебаний к целому резонансу.

Заключение

Описанный в работе способ вычисления эффектов краевых магнитных полей, основанный на прямом интегрировании канонических уравнений траектории вместе с ассоциированными вариационными уравнениями (КВМ описание), позволяет вычислить смещение рабочей точки, динамическую апертуру, хроматичность и другие характерные параметры пучка.

Численные результаты для накопительного кольца синхротронного центра CANDLE указывают на необходимость увеличения градиентов квадрупольных магнитов примерно на 1% для восстановления предусмотренной рабочей точки.

Выражаю свою благодарность В. Цаканову и М. Иваняну за чтение рукописи и весьма полезные обсуждения.

Список литературы

- [1] CANDLE–3 GeV Synchrotron Light Source. Design Report. Yerevan (Armenia), 2002.
- [2] Berz M., Erdelyi B., Makino K. // Phys. Rev. St-Accelerators and Beams. 2000. Vol. 3. N 124001. P. 1–11.
- [3] Singh G., Streun A. SLS-TME-TA-2001-0178.
- [4] Makino K., Berz M. COSY INFINITY. Version 8. NIM. 1999. Vol. A427. P. 338–343.
- [5] Dragt A. // Proc. PAC'99. 1999. P. 2761–2763.
- [6] Bassetti M., Biscari C. // Frascati Physics Series. 1998. Vol. X. P. 247–254.
- [7] Dragt A. // AIP Conf. Proc. 1982. N 87. P. 148–313.