Краткие сообщения

01;05

Нелинейная динамика эволюции термомагнитных возмущений в композитных сверхпроводниках

© Н.А. Тайланов, А. Элмуродов

Национальный университет Узбекистана
Научно-исследовательский институт прикладной физики,
700174 Ташкент, Узбекистан
e-mail: taylanov@iaph.tkt.uz

(Поступило в Редакцию 21 февраля 2003 г.)

Исследована нелинейная динамика эволюции тепловых и электромагнитных возмущений в композитных сверхпроводниках.

Линейная стадия эволюции термомагнитных возмущений имеет экспоненциально нарастающий (или затухающий) характер [1]. При этом предполагалось, что мощность омического тепловыделения либо не зависит от температуры, либо является линейной функцией температуры. Однако в более поздней, нелинейной, стадии неустойчивости некоторые электро- и теплофизические характеристики, в частности мощность тепловыделения, весьма сильно зависит от температуры. Поэтому во время анализа устойчивости критического состояния необходимо учесть нелинейную температурную зависимость тепловыделения.

В данной работе исследована динамика эволюции термомагнитных возмущений в композитных сверхпроводниках.

Рассмотрим основные уравнения, модулирующие эволюции тепловых и электромагнитных возмущений в сверхпроводнике, находящемся в критическом состоянии. Процесс распространения тепла определяется нелинейным уравнением теплопроводности

$$\nu(T)\,\frac{dT}{dt} = \nabla[k(T)\nabla T] + \mathbf{jE}, \qquad (1)$$

где ν и k — коэффициенты теплоемкости и теплопроводности соответственно.

Последнее слагаемое в уравнении (1) описывает мощность джоулевого тепловыделения в области, занятой нормальной фазой. Коэффициенты теплоемкости ν и теплопроводности k можно считать не зависящими от температуры T, если температура охладителя T_0 близка к критической температуре T_c.

Эволюция возмущений электромагнитного поля описывается системой уравнений Максвелла

$$\mathrm{rot}\mathbf{E} = -\frac{1}{c}\,\frac{d\mathbf{H}}{dt}, \qquad (2)$$

$$\mathrm{rot}\mathbf{H} = \frac{4\pi}{c}\mathbf{j}. \qquad (3)$$

Для замыкания системы уравнений (1)–(3) необходимо определить связь между величинами **j**, **E**, **H** и T. Будем предполагать, что величины **E**, **H** и T лежат на так называемой резистивной поверхности

$$\mathbf{j} = \mathbf{j}(T, \mathbf{H}, \mathbf{E}). \qquad (4)$$

Вольт-амперную характеристику сверхпроводников в достаточно широком интервале значений электрического поля E можно представить в виде

$$\mathbf{j}(T, E, H) = [\mathbf{j}_c(T, \mathbf{H}) + \mathbf{j}_n(E)]\,\frac{\mathbf{E}}{E}. \qquad (5)$$

Как известно [1], при $j \le j_c$ вихри приходят в движение, т.е. начинается вязкое течение вихрей поперек приложенного транспортного тока. Оно возможно лишь в области электрических полей, для которых $E \le E_f$. Здесь E_f — граница линейного участка на вольт-амперной характеристике. В этой области зависимость $j_r(E)$ линейна $j_r \sim \sigma_f E$ [2]. При изменении электрического поля E выход на линейный участок вольт-амперной характеристики (ВАХ) происходит быстро (при $E \le E_f$), а для всех реальных значений E в сверхпроводнике выполняется условие $\sigma_f E \ll j_c$, т.е. плотность вихревого тока $\sigma_f E$ мала по сравнению с плотностью критического тока j_c. Это обстоятельство позволило Бину сформулировать концепцию критического состояния [3]. Согласно данной концепции, в ответ на любое воздействие, приводящее к появлению электрического поля E, устанавливается критическое состояние с плотностью j_c. Концепция критического состояния является основой для описания макроскопической электродинамики сильноточных сверхпроводников.

В сверхпроводниках линейная зависимость $j_r(E)$ справедлива лишь в области полей $E \le E_f$, а вне этого интервала дифференциальная проводимость σ существенно зависит от E: $\sigma(E) = dj/dE$ (крип потока) [4]. Вольт-амперные характеристики сверхпроводников в режиме крипа потока являются универсальными и в широком интервале температур и магнитных полей определяются формулой

$$j(T,E,H) = j_c(T,H) + j_1(E)\ln\frac{E}{E_0}. \qquad (6)$$

Здесь E_0 и j_1 — постоянные величины. Согласно последней формуле, дифференциальная проводимость растет с уменьшением E, т.е. $\sigma(E) = j_1/E$. Механизмы и причины нелинейности ВАХ сверхпроводников в области слабых полей детально обсуждены в [2]. Одним из механизмов, приводящих к нелинейной ВАХ, является термоактивационный крип (получесть) потока. В области экстремально малых полей ($E \to 0$) опять может иметь место линейная зависимость $j_n \sim \sigma_d E$ ВАХ сверхпроводника, причем $\sigma_d \ll \sigma_j$.

Зависимость плотности критического тока от температуры в сверхпроводнике, находящемся в критическом состоянии определяется уравнением

$$j_c(T) = j_c(T_0)\left[1 - \frac{T-T_0}{T_c-T_0}\right], \qquad (7)$$

где $j_c(T_0)$ — значение критической плотности тока при температуре T_0.

Рассмотрим плоский полубесконечный образец ($x > 0$), помещенный во внешнее магнитное поле $\mathbf{H} = (0,0,H_e)$, растущее с постоянной скоростью $d\mathbf{H}/dt = \mathrm{const}$. Вихревое электрическое поле $\mathbf{E} = (0,E_e,0)$, возникающее в результате движения магнитного потока, направлено параллельно плотности тока $\mathbf{E} \parallel \mathbf{j}$ [5].

Тепловые и электродинамические граничные условия к (1)–(4) имеют вид

$$\frac{dT(0)}{dx} = 0, \quad T(L) = T_0, \quad \frac{dE(0)}{dx} = 0, \quad E(L) = 0. \qquad (8)$$

Здесь L — характерная глубина проникновение магнитного потока в образец. Она легко находится из уравнения Максвелла (3) с учетом граничных условий $H(0) = H_e$, $H(L) = 0$ и имеет вид

$$L = \frac{cH_e}{4\pi j_0}.$$

Известно [2], что распространение магнитного потока и потока тепла характеризуется соответствующими коэффициентами диффузии: магнитной

$$D_m = \frac{c^2}{4\pi\sigma_f},$$

связанной с нормальными токами в резистивном режиме сверхпроводника и тепловой $D_t = k/\nu$. Динамика развития тепловых и электромагнитных возмущений определяется параметром $\tau = D_t/D_m$. Рассмотрим динамику эволюции теловых и электромагнитных возмущений в композитных сверхпроводниках с $\tau \gg 1$. Далее мы ограничимся для простоты рассмотрением задачи в приближении незначительного разогрева образца $T - T_0 \ll T_0$. С этой же точностью можно считать, что коэффициенты ν и k не зависят от профиля температуры.

В композитных сверхпроводниках эффективное значение проводимости σ_f намного выше, чем в жестких сверхпроводниках. Можно предполагать, что индуцированный номальный ток $\sigma_f E$ компенсирует падение критического тока $j_c(T)$, вызванное повышением температуры и, очевидно, препятствует входу магнитного потока вглубь образца. При такой постановке задачи движением магнитного потока можно пренебречь $D_m \ll D_t$ или $\tau = D_t/D_m \gg 1$. Другими словами, в композитах развитие термомагнитной неустойчивости сопровождается „медленными“ возмущениями с характерным временем нарастания $t_j \gg t_k$ или $t_j \ll t_m$; где $t_k = L^2/D_t$ и $t_m = L^2/D_t$ — времена тепловой и магнитной диффузии. Тогда, согласно уравнениям Максвелла (2), (3), плотность тока в каждой точке образца остается неизменной $dj/dt = 0$ и из системы (2) и (3) непосредственно следует линейная связь между температурой и электрическим полем в виде

$$T(x,t) = \frac{\sigma_f}{a}E(x,t) + T_0. \qquad (9)$$

Подставляя последнее уравнение в (1), получим выражение для распределения электрического поля $E(x,t)$

$$\frac{dE}{dt} = D_m\frac{d^2E}{dx^2} + \frac{j_0}{E_\nu}E, \qquad (10)$$

где $E_\nu = \sigma_f\nu/a$ — постоянный параметр.

Разделение переменных в уравнении (10) с учетом граничных условий даст следующий результат

$$E(x,t) = \exp\left(\left[\frac{j_0}{E_\nu} - \frac{\pi^2}{4L^2}D_t\right](t-t_0)\right)\cos\frac{\pi}{2L}x. \qquad (11)$$

С помощью соотношения (9) можно получить выражения для температуры

$$T(x,t) = \frac{\sigma_f}{a}\exp\left(\left[\frac{j_0}{E_\nu} - \frac{\pi^2}{4L^2}D_t\right](t-t_0)\right)\cos\frac{\pi}{2L}x + T_0. \qquad (12)$$

Из полученных решений видно, что если выполнено условие

$$\frac{j_0}{E_\nu} - \frac{\pi^2}{4L^2}D_t \geq 0, \qquad (13)$$

то с течением времени будет присходить нарастание возмущений температуры и поля по экспоненциальному закону. Критическая толщина образца l_c, начиная с которой будет происходить процесс лавинного нарастания возмущений, определяется

$$l_c = \frac{\pi}{2}\left[\frac{k\sigma_f}{j_0 a}\right]^{1/2}. \qquad (14)$$

Критическое поле H_j, с которого начинается процесс проникновения магнитного потока вглубь сверхпроводника, есть

$$H_j = \frac{\pi^2}{2}\left[\frac{16 j_0 k\sigma_f}{ac^2}\right]^{1/2}. \qquad (15)$$

Из полученных решений видно, что они на временнóм интервале

$$t_m \gg t \gg t_k \tag{16}$$

с хорошей точностью описывают эволюцию термомагнитных возмущений в жестких сверхпроводниках, находящихся в критическом состоянии.

В заключение заметим, что величины H_j и l_c существенно зависят от конкретных свойств материала композита. Полученные здесь результаты справедливы только при линейной зависимости j от E. Как мы уже отметили выше, вольт-амперные характеристики композитных сверхпроводников существенно нелинейны в области малых электрических полей $E < E_f$. Поскольку в этой области зависимость дифференциальной проводимости σ от E существенна, то она должна сказываться на критерии устойчивости критического состояния, а следовательно на величинах H_j и l_c. Подобная задача выходит за рамки данной работы и будет обсуждена в последующих исследованиях.

Список литературы

[1] *Кемпбелл П., Иветс Дж.* Критические токи в сверхпроводниках. М.: Мир, 1975. 332 с.
[2] *Минц Р.Г., Рахманов А.Л.* // УФН. 1977. Т. 121. № 3. С. 2337–2345.
[3] *Bean C.P.* // Phys. Rev. Lett. 1962. Vol. 8. N 6. P. 250.
[4] *Anderson P.W., Kim Y.B.* // Rev. Mod. Phys. 1964. Vol. 36. P. 39.
[5] *Taylanov N.A.* // Superconduct. // Science and Technology. 2001. Vol. 14. P. 326.