

05:09

Влияние ангармоничной зависимости ток–фаза на гистерезис вольт-амперной характеристики джозефсоновского перехода

© И.Н. Аскерзаде

Институт физики НАН Азербайджана,
370143 Баку, Азербайджан
Department of Physics, Ankara University,
06100 Tandogan, Ankara, Turkey
e-mail: solstphs@physics.ab.az

(Поступило в Редакцию 24 января 2003 г. В окончательной редакции 4 апреля 2003 г.)

В рамках модифицированной резистивной модели исследуется влияние ангармоничной зависимости ток–фаза на гистерезис вольт-амперной характеристики джозефсоновского перехода.

Введение

В работе [1] был реализован джозефсоновский переход с антиферромагнитной прослойкой толщины d между двумя сверхпроводниками. С уменьшением толщины антиферромагнитной прослойки соотношение ток–фаза деформируется и становится несинусоидальным. Как показывают вычисления [2], степень деформации соотношения ток–фаза зависит от параметра $\delta = d/d_c$, где d_c — некоторая критическая длина, определяемая как $d_c = \pi\xi_A$, ξ_A — антиферромагнитная длина когерентности. Надо отметить, что ангармонизм в соотношении ток–фаза возникает в структурах типа SNS или же SINS на основе низкотемпературных сверхпроводников при низких температурах [3,4], а также в сверхрешетках, состоящих из чередующихся слоев диэлектрика и сверхпроводника [5]. Симметрия параметра порядка в высокотемпературных сверхпроводниках сильно влияет на величину и форму сверхпроводящего тока джозефсоновского перехода на их основе. Как было показано в работе [6], для d -wave сверхпроводников знак джозефсоновского тока зависит от ориентации параметра порядка к плоскости перехода [7]. Свойства различного типа джозефсоновских переходов с d -wave сверхпроводниками были развиты в работах [8,9]. Становится понятным, что происхождения ангармонизма соотношения ток–фаза разных джозефсоновских структур может иметь разные характер и природу. В литературе отличительные особенности вольт-амперной характеристики таких переходов от обычных изучены слабо. В этой работе на примере джозефсоновского перехода с антиферромагнитной прослойкой анализируется влияние негармоничности зависимости ток–фаза на вид вольт-амперной характеристики. С этой целью в уравнение для динамики джозефсоновского перехода вместо члена $\dot{\phi}$, описывающего ток через нормальное сопротивление, включается член, пропорциональный квадрату ϕ , что эквивалентно введению квадратичного сопротивления. Преимуществом такой модели является возможность аналитического решения уравнения для динамики джозефсоновского перехода. Такое рассмотрение не ограни-

чивает общность выводов, поскольку главной задачей является понимание влияния негармонического вида соотношения ток–фаза на гистерезис вольт-амперной характеристики.

Основные уравнения

Как показано в работе [10], несинусоидальный характер сверхпроводящего тока эквивалентен введению собственной индуктивности перехода. При этом вид сверхпроводящего тока $j(\phi)$ определяется как решение трансцендентного уравнения следующего вида:

$$j(\phi) = \sin(\phi - lj(\phi)), \quad (1)$$

где $l = 2\pi LI_c/\Phi_0$ — безразмерная индуктивность, где фаза и ток измеряются в единицах $\Phi_0/2\pi$ и I_c (I_c — критический ток джозефсоновского перехода, Φ_0 — квант магнитного потока).

При $l \geq 1$ зависимость $j(\phi)$ становится неоднозначной, в обратном пределе имеем однозначную зависимость. На основе экспериментальных данных по измерению вида соотношения ток–фаза для джозефсоновского перехода с антиферромагнитной прослойкой можно сделать вывод об однозначном характере такой зависимости, т.е. это говорит о том, что нормированная индуктивность является малой величиной $l \leq 1$. Оценку этого параметра можно производить по формуле, приведенной в работе [10],

$$l = \max_{\phi} (I(\phi) - I(\pi - \phi)) / 2I_c. \quad (2)$$

Используя экспериментальные данные из работы [1], находим, что величина нормированной индуктивности меняется в пределах $0 < l < 3$. Заметим, что величина этой индуктивности увеличивается с уменьшением параметра δ . К сожалению, мы можем говорить только о качественном характере такой зависимости из-за отсутствия микроскопической теории джозефсоновского перехода с антиферромагнитной прослойкой. Толщина антиферромагнитной прослойки d (и следовательно, параметра δ) скрыта в нормированной индуктивности l .

Вопрос об аналитической связи между l и d остается открытым. В силу малости параметра l из уравнения (1) $j(\phi)$ можно аппроксимировать следующим выражением:

$$j(\phi) = \sin \phi - l \sin(2\phi)/2, \quad (3)$$

т.е. малые собственные индуктивности l эквивалентны введению второй гармоники. В дальнейшем рассмотрении в уравнении динамики джозефсоновского перехода вместо $\sin \phi$ будем пользоваться выражением (3). Сперва рассмотрим переход с малой емкостью. В этом пределе динамика джозефсоновского перехода описывается уравнением первого порядка

$$\dot{\phi} + j(\phi) = i, \quad (4)$$

где время измеряется в единицах $\Phi_0/2\pi V_c$, V_c — характерное напряжение джозефсоновского перехода.

Решение последнего уравнения имеет вид

$$\phi = 2 \arctg \left\{ \left[\frac{i^2 - (1 + i^2 l^2)^{1/2}}{i(l-1)} \right] \times \operatorname{tg} \left\{ (1 + i^2 l^2) \left[i^2 - (1 + i^2 l^2)^{1/2} \right] \tau / 2 \right\} + (i(1-l))^{-1} \right\}. \quad (5)$$

Заметим, что в этом случае влияние ангармонизма является квадратично малым. Аналитически вычисленная вольт-амперная характеристика имеет вид

$$i = (1 + v^2/2)(1 - 3l^2)^{-1}, \quad (6)$$

где $v = V/V_c$ — напряжение, нормированное на характеристическое напряжение перехода.

Таким образом, влиянием ангармонизма на вольт-амперную характеристику безгистерезисных джозефсоновских переходов практически можно пренебречь.

Теперь рассмотрим переход с большой емкостью. В случае перехода с большой емкостью параметр МакКамбера принимает значение больше единицы [11] и поэтому представляет интерес рассмотреть случай гистерезисного перехода. Известно, что при этом в уравнение динамики включается член, связанный с током смещения. Однако в этом случае аналитическое решение представляется возможным только в случае квадратичного сопротивления [12]. Поскольку для нас важным является качественная сторона вопроса, мы рассматриваем уравнение следующего вида:

$$\beta \ddot{\phi} + \dot{\phi}^2 + j(\phi) = i. \quad (7)$$

Заменой $\dot{\phi}^2 = z$ уравнение (7) сводится к виду

$$dz/d\phi + 2az + 2b \sin \phi + 2c \sin 2\phi = 2i/\beta, \quad (8)$$

где введены обозначения $a = b = \beta^{-1}$; $c = -l/2\beta$.

Стационарное решение этого уравнения имеет вид

$$\dot{\phi} = \left(i + A e^{-2a\phi} + B \cos(\phi + \arctg(2\beta^{-1})) + C \cos(2\phi + \arctg \beta^{-1}) \right)^{1/2}, \quad (9)$$

где коэффициент A определяется начальными условиями и соответствующий член $A \exp(-2a\phi)$ затухает.

Таким образом, установившиеся решения определяются выражением (9) без второго члена $A \exp(-2a\phi)$ и для других коэффициентов имеем $B = 2\beta^{-1}/(1 + 2\beta^{-2})^{0.5}$, $C = c/(1 + \beta^{-2})^{0.5}$. Последнее уравнение может быть решено в квадратурах для большого параметра емкости [13]

$$\phi = 2 \arctg(b_0 s c(a_0 E^{0.5}(t - t_0)/2.1/\kappa)), \quad (10)$$

где $s c u = s n u / c n u$ — эллиптическая функция Якоби с аргументом u , модулем κ и с периодом T , $E = i - B + C$, а также

$$a_0^2 = \left(i - 3C + (B^2 - 8C(i - C))^{0.5} \right) / E, \\ b_0^2 = \left(i - 3C - (B^2 - 8C(i - C))^{0.5} \right) / E. \quad (11)$$

Период колебаний фазы определяется выражением [14]

$$T = 4K(1/\kappa)/a_0 E^{0.5}, \quad (12)$$

где модуль функции Якоби κ определяется как $a_0^2/(a_0^2 - b_0^2) > 1$, $K(1/\kappa)$ — полный эллиптический интеграл первого рода.

Резистивная ветвь вольт-амперной характеристики находится усреднением по времени производной

$$v = \langle \dot{\phi} \rangle = 2\pi/T. \quad (13)$$

Окончательный вид вольт-амперной характеристики такой:

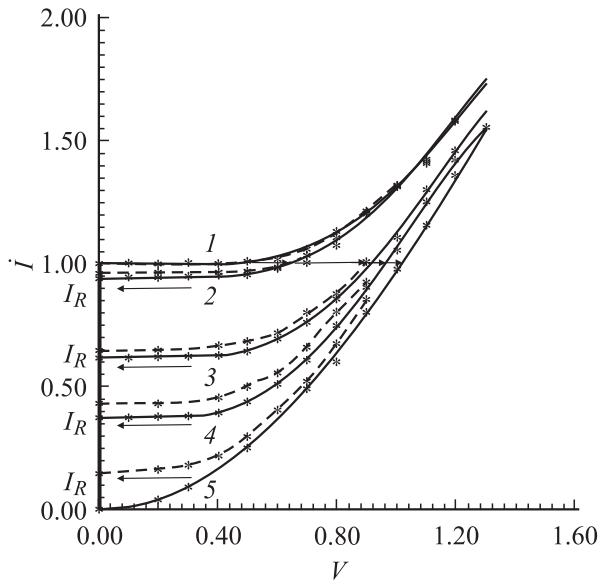
$$v = \pi a_0 (i - B + C)^{0.5} (2K(1/\kappa))^{-1}. \quad (14)$$

Обсуждение

На рисунке приведены вольт-амперные характеристики джозефсоновского перехода, рассчитанные при различных значениях параметра МакКамбера β для разных значений индуктивности $l = 0$ и 0.2 . Сплошные кривые соответствуют гармоничному случаю зависимости тока от фазы $l = 0$. Видно, что при увеличении тока через джозефсоновский переход переключение из сверхпроводящего состояния в резистивное происходит при критическом токе I_c независимо от параметра емкости β и индуктивности l (горизонтальная стрелка из точки $I = I_c$ вправо на рисунке). С возрастанием параметра β гистерезис на вольт-амперной характеристике увеличивается, т.е. обратное переключение джозефсоновского перехода из резистивного состояния в сверхпроводящее (стрелка влево на рисунке) происходит при токе возврата I_R/I_c , который по величине меньше, чем критический ток. Величина тока возврата I_R хорошо описывается в рамках резистивной модели по формуле [11]

$$I_R = I_c \frac{4}{\pi \beta^{1/2}}. \quad (15)$$

Формула (15) описывает величину гистерезиса на вольт-амперной характеристике перехода и находится



Вольт-амперная характеристика джозефсоновского перехода с гармоничным соотношением ток-фаза ($l = 0$, сплошные кривые) и с учетом ангармонизма ($l = 0.2$, штриховые кривые) для разных значений параметра МакКамбера: $\beta = 0$ (1), 1 (2), 20 (3), 50 (4), 100 (5).

в хорошем согласии с экспериментальными данными. Наши вычисления в рамках модели с квадратичным сопротивлением находятся в качественном согласии с этой формулой, т.е. при уменьшении параметра емкости β от ста до нуля ток возврата увеличивается от нуля до критического тока I_c .

Штриховая кривая соответствует вольт-амперной характеристике джозефсоновского перехода с ангармоничной зависимостью с $l = 0.2$. Как видно, включение члена $\sin 2\phi$ в выражение для сверхтока приводит к уменьшению гистерезиса. Введение малой собственной индуктивности джозефсоновского перехода демпфирует инерционное влияние емкости и в конечном итоге приводит к уменьшению гистерезиса вольт-амперной характеристики. Мерой уменьшения гистерезиса вольт-амперной характеристики является величина индуктивности. В случае джозефсоновского перехода с антиферромагнитной прослойкой ввиду отсутствия микроскопической теории явная зависимость индуктивности от толщины антиферромагнитной прослойки отсутствует.

Наиболее полная микроскопическая теория построена для сверхструктур типа SNS и SIS [15]. При теоретическом моделировании таких структур вводится потенциальный барьер на границе сверхпроводника с другим материалом. Физические свойства таких сверхструктур определяются микроструктурой границы чередования сверхрешетки и зависит от свойств соприкасающихся сред (S' — другой сверхпроводник, N — металл, F — ферромагнетик, Sc — полупроводник) [16,17]. Явное выражение для амплитуды второй гармоники сверхпроводящего тока в сверхрешетках сверхпровод-

ник-диэлектрик приводится в [5]. Как показано в этой работе, сверхпроводящий ток в таких структурах может быть представлен в общем виде как сумма всех гармоник $\sin n\phi$ и амплитуда при второй гармонике $\sin 2\phi$ пропорциональна квадрату прозрачности барьера на границе двух сред. Однако детальная зависимость ток-фаза в сверхпроводящих структурах выходит за рамки данной работы.

Таким образом, рассмотренная особенность джозефсоновского перехода с антиферромагнитной прослойкой и других подобных структур должна учитываться при исследовании динамических свойств систем с такими и другими подобными переходами, имеющими ангармоничную зависимость ток-фаза.

Список литературы

- [1] Demler E., Berlinsky A.J., Kallin C., Arnold G.B., Beasley M.R. // Phys. Rev. Lett. 1998. Vol. 80. P. 2917–2921.
- [2] den Hertog, Berlinsky A.J., Kallin C. // Phys. Rev. 1999. Vol. B59. P. R11 645–R11 648.
- [3] Лухарев К.К. // УФН. 1979. Т. 127. Вып. 2. С. 185–221.
- [4] Кулик И.О., Омелянчук А.Н. // Письма в ЖТФ. 1975. Т. 2. С. 213–217.
- [5] Гогодзе Г.А., Омелянчук А.Н. // ФНТ. 1996. Т. 22. Вып. 6. С. 648–653.
- [6] Ilichev E., Zakosarenko V., Ijsselsteijn R.J., Hoernig H.G., Meyer H.G., Fistul V.M., Muller P. // Phys. Rev. 1999. Vol. B59. P. 11 502–11 505.
- [7] Sigrist M., Rice T.M. // J. Phys. Soc. (Japan). 1992. Vol. 61. P. 4268–4275.
- [8] Бараш Ю., Свидзинский А. // ЖЭТФ. 1997. Т. 111. С. 1120–1132.
- [9] Tanaka Y., Kashiwaya S. // Phys. Rev. 1996. Vol. B53. P. 11 597–11 601.
- [10] Зубков А.А., Куприянов М.Ю., Семенов В.К. // ФНТ. 1981. Т. 7. № 11. С. 1365–1371.
- [11] Лухарев К.К. Введение в динамику джозефсоновских переходов. М.: Наука, 1985. 320 с.
- [12] Бароне А., Патерно Г. Физика и применение эффекта Джозефсона. М.: Мир, 1984.
- [13] Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. М.: Наука, 1971.
- [14] Абрамовиц М., Стегун И. Справочник по специальным функциям. М.: Мир, 1979.
- [15] Свидзинский А.В. Пространственно неоднородные задачи теории сверхпроводимости. М.: Наука, 1982.
- [16] Гвоздиков В.М. // ФНТ. Т. 12. № 2. С. 270–271.
- [17] Аскерзаде И.Н. // ЖТФ. 2001. Т. 71. Вып. 2. С. 141–142.