01;04

# Влияние магнитного поля на нагревную нелинейность поверхностных волн в плазменно-металлических структурах

© Н.А. Азаренков, Ю.А. Акимов, В.П. Олефир

Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина, Институт высоких технологий,
61108 Харьков, Украина
e-mail: olefir@pht.univer.kharkov.ua

(Поступило в Редакцию 17 декабря 2002 г. В окончательной редакции 30 июня 2003 г.)

Изучено влияние нелинейного механизма нагрева электронов плазмы на дисперсионные свойства потенциальных поверхностных волн, распространяющихся на границе металла и магнитоактивной плазмы конечного давления. Внешнее постоянное магнитное поле направлено перпендикулярно границе раздела сред. В приближении слабого нагрева рассмотрены различные механизмы потерь энергии электронов. В рамках нелокального нагрева на основе уравнения баланса энергии получено пространственное распределение температуры электронов плазмы. Исследовано влияние параметров плазмы на нелинейный сдвиг волнового числа и пространственный декремент затухания поверхностных волн. Полученные результаты справедливы как для полупроводниковой, так и для газовой плазмы.

## Введение

Свойства поверхностных волн (ПВ) в плазменно-металлических структурах в настоящее время являются предметом интенсивных теоретических и экспериментальных исследований. Это обусловлено их многочисленными применениями в плазменной, полупроводниковой электронике, газовом разряде и плазменных технологиях [1]. Линейная теория ПВ в таких структурах развита довольно полно [2–4]. Однако поведение ПВ может стать существенно нелинейным даже при достаточно малых амплитудах поля волны [5–7].

Направления исследований нелинейных эффектов, определяющих свойства ПВ в плазменных волноводных структурах, достаточно широки. Среди них можно отметить резонансную генерацию второй гармоники ПВ, приводящую к перекачке энергии ПВ из первой гармоники во вторую и наоборот [2], нелинейное затухание ПВ, вызванное генерацией второй гармоники объемного типа [2,8], параметрическое возбуждение ПВ, а также взаимодействие с низкочастотными возмущениями, приводящее к неустойчивости ПВ [2]. Отметим также ту часть работ по нелинейному взаимодействию ПВ, которая посвящена различным механизмам их самовоздействия. Так, самовоздействие ПВ вследствие нелинейностри системы уравнений квазигидродинамики было рассмотрено в [2,9], ионизационная нелинейность — в [10,11] и нагревная — в [2,12]. Такой интерес к самовоздействию ПВ связан прежде всего с тем, что эти процессы приводят не только к искажению параметров плазмы, но и к зависимости фазовой скорости ПВ от их амплитуды, а этот факт является одним из определяющих при возбуждении ПВ. В частности, при параметрическом возбуждении ПВ [2,13] их взаимодействие приводит к нарушению условия пространственно-временно́го синхронизма между ПВ и полем накачки, что в свою очередь ведет к насыщению ПВ. В случае же возбуждения ПВ пучками заряженных частиц зависимость фазовой скорости возбуждаемых волн от их амплитуды определяет эффективность их взаимодействия с частицами пучка [8,14,15].

Целью настоящей работы является изучение самовоздействия ПВ, обусловленного нагревной нелинейностью, на границе плазма–металл в присутствии нормального магнитного поля. Такая конфигурация магнитного поля характерна для ВЧ и СВЧ разрядов, магнетронов, источников Пеннинга, магниторазрядных насосов, датчиков Холла, а также при плазменной обработке металлических поверхностей [4,9,14–16]. Отметим также, что нагревная нелинейность на границе плазмы с металлом является интересной и с точки зрения решения проблем в установках УТС. Поскольку энергия ПВ локализована возле границы плазмы, то существование волновых возмущений такого типа может быть причиной нежелательного нагрева периферии плазмы и, как следствие, приводить к усилению взаимодействия частиц плазмы с конструктивным материалом установок. Особенно нежелательно увеличение энергии частиц плазмы в диверторной области термоядерных установок, так как это может привести к возрастанию потоков заряженных частиц на их стенки.

## Постановка задачи

Рассмотрим нелинейный процесс самовоздействия высокочастотных ПВ вследствие нагрева электронов в поле волны конечной амплитуды. Предположим, что волна распространяется вдоль границы металла с плазмой конечного давления поперек внешнего магнитного поля, направленного перпендикулярно границе раздела. Теплая магнитоактивная плазма занимает полупространство $x > 0$ (рис. 1) и в плоскости $x = 0$ ограничена идеально проводящей металлической поверхностью. Внешнее постоянное магнитное поле $\mathbf{H}_0$ направлено вдоль оси $x$.

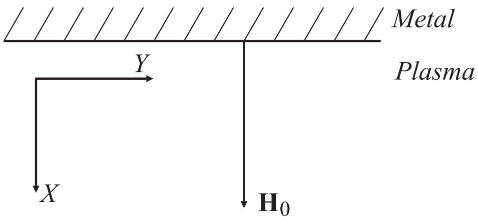


**Рис. 1.** Геометрия задачи.

Как известно, в неоднородной плазме свойства ПВ существенным образом зависят от характера пространственного распределения плотности плазмы в приграничном слое. В случаях сильно и слабо неоднородной плазмы свойства ПВ определяются интегральными характеристиками плазмы в области локализации поля волны [7]. В этих случаях границу плазмы с металлом можно считать резкой, полагая плазму однородной с плотностью, равной ее среднему значению в области локализации ПВ. Использование такого подхода показало его эффективность и хорошее согласование при сравнении с экспериментальными данными, в частности, при исследовании газовых разрядов на ПВ. В дальнейшем границу плазма–металл будем считать резкой, а плазму — однородной.

Эффективную частоту столкновений электронов $\nu = \nu_{col} + \nu_* + \nu_i$ ($\nu_{col}$, $\nu_*$, $\nu_i$ — частота упругих столкновений, возбуждения и ионизации соответственно) с рассеивающими центрами полагаем меньше частоты волны $\omega$. Рассеивающими центрами в случае газовой плазмы могут быть ионы, атомы рабочего газа или примеси. В случае полупроводниковой плазмы такими центрами могут служить также оптические и акустические фононы [17–19].

Как известно [2], механизм самовоздействия ПВ заключается в том, что электроны плазмы получают дополнительную энергию от электрического поля волны, которую затем в результате столкновений отдают рассеивающим центрам. Это приводит к пространственному изменению температуры электронов, которая определяет частоту столкновений и давление электронов плазмы. В результате изменяются электродинамические свойства плазмы, что в свою очередь приводит к зависимости характеристик ПВ от ее амплитуды.

Необходимо отметить, что нагревной механизм самовоздействия тесно связан с ионизационной нелинейностью [2,10,11]. Так, увеличение амплитуды высокочастотной волны приводит к изменению пространственного распределения температуры электронов и вследствие зависимости коэффициентов элементарных процессов в плазме от температуры к изменению профиля плотности плазмы. В результате изменяются характеристики ПВ. В случае слабой нелинейности амплитуда ПВ мала и возмущения параметров плазмы (электронные температура, давление, частота столкновений и т. д.), вызванные волной, существенно меньше их невозмущенных значений. В этом случае влияние нагревной и ионизационной нелинейностей на дисперсионные характеристики ПВ может быть учтено аддитивным образом [2]. Это позволяет изучить влияние этих механизмов самовоздействия независимо друг от друга.

## Результаты линейной теории

Дисперсионные свойства и пространственное распределение потенциала электрического поля высокочастотных ПВ, распространяющихся в структуре плазма–металл, в линейном по амплитуде поля приближении были изучены ранее в [4]. В этой работе показано, что в случае бесстолкновительной газовой плазы рассматриваемые ПВ существуют в диапазоне частот $\omega^2 > \omega_{ce}^2$ ($\omega_{ce}$ — электронная циклотронная частота) и необходимым условием их существования является конечность тепловой скорости электронов плазмы $V_{Te} = \sqrt{2T/m_e}$, где $T$ — температура электронов плазмы. В общем же случае полупроводниковой столкновительной плазмы уравнение для потенциала ПВ $\Psi$ можно записать в виде

$$\frac{\partial^4\Psi}{\partial x^4} + \frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2}\left[\frac{\omega\omega'}{V_{Te}^2}(1-\alpha) - k_2^2(1+\beta)\right] + k_2^2\Psi\left[k_2^2\beta - \frac{\omega\omega'}{V_{Te}^2}(1-\alpha\beta)\right] = 0, \tag{1}$$

где $\alpha = \omega_{pe}^2/(\varepsilon_0\omega\omega')$, $\beta = \omega'^2/(\omega'^2 - \omega_{ce}^2)$, $\varepsilon_0$ — диэлектрическая проницаемость кристаллической решетки (в случае газовой плазмы $\varepsilon_0 = 1$), $\omega_{pe}$ — электронная плазменная частота, $k_2$ — комплексное волновое число ПВ, $\omega' = \omega + i\nu$.

Полагая пространственное распределение потенциала ПВ в виде [4]

$$\Psi(x, y, t) = A_1 \exp(-\lambda_1 x) + A_2 \exp(-\lambda_2 x), \tag{2}$$

где $A_1$, $A_2$ — константы, можно получить выражения для величин $\lambda_{1,2}$, характеризующих проникновение ПВ в плазму,

$$\lambda_{1,2}^2 = \frac{1}{2}\frac{\omega\omega'}{V_{Te}^2}\left\{\frac{k_2^2V_{Te}^2}{\omega\omega'}(1+\beta) - (1-\alpha) \pm\sqrt{(1-\alpha)^2 + \frac{k_2^2V_{Te}^2}{\omega\omega'}(1-\beta)\left[\frac{k_2^2V_{Te}^2}{\omega\omega'}(1-\beta) + 2(1+\alpha)\right]}\right\}. \tag{3}$$

Используя условие обращения в ноль потенциала и нормальной составляющей гидродинамическй скорости электронов плазмы на границе плазма–металл, можно получить следующее дисперсионное уравнение:

$$1 + k_2^2r_{de}^2 - r_{de}^2(\lambda_1^2 + \lambda_1\lambda_2 + \lambda_2^2) = 0, \quad r_{de} = \sqrt{\varepsilon_0}V_{Te}/\omega_{pe}. \tag{4}$$

Его решение для волнового числа $k_2$ можно представить в виде

$$k_2^2 = \frac{1}{2V_{te}^2}\,\frac{\omega}{\omega+i\nu}\left(\frac{\omega+i\nu}{\omega_{ce}^2}-1\right) \times\left\{(\omega+i\nu)^2+\omega_{ce}^2+\frac{\omega+i\nu}{\omega}\,\frac{\omega_{pe}^2}{\varepsilon_0} - \sqrt{\left((\omega+i\nu)^2-\omega_{ce}^2+\frac{\omega+i\nu}{\omega}\,\frac{\omega_{pe}^2}{\varepsilon_0}\right)^2+4\frac{\omega+i\nu}{\omega}\,\frac{\omega_{ce}^2\omega_{pe}^2}{\varepsilon_0}}\right\}. \quad (5)$$

Таким образом, учет столкновений электронов плазмы приводит не только к затуханию ПВ, но и к расширению области их существования. В этом случае ПВ могут существовать также и в области частот, меньше электронной циклотронной частоты. Однако при этом они являются сильнозатухающими ($\operatorname{Im} k_2 > \operatorname{Re} k_2$).

Необходимо отметить, что при учете теплового движения электронов плазмы даже в нелинейном приближении по амплитуде поля волны выражения для потенциала волны и ее волнового числа имеют громоздкий вид. Поэтому дальнейшее исследование самовоздействия ПВ проведем для достаточно плотной плазмы, когда выполняется условие $\omega_{ce}^2 < \omega^2 \ll \omega_{pe}^2/\varepsilon_0$. В этом случае выражения (3), (5) упрощаются и принимают вид

$$k_2 = k_2' + ik_2'' = \frac{\omega}{V_{Te}}\sqrt{\varepsilon_0\frac{\omega^2-\omega_{ce}^2}{\omega_{pe}^2}}\left(1+i\,\frac{\nu}{\omega}\,\frac{\omega^2}{\omega^2-\omega_{ce}^2}\right), \quad (6)$$

$$\lambda_1 = \lambda_1' + i\lambda_1'' = \frac{\omega_{pe}}{V_{Te}\sqrt{\varepsilon_0}}\left(1-\frac{1}{2}\varepsilon_0\frac{\omega^2}{\omega_{pe}^2}\left(1+i\frac{\nu}{\omega}\right)\right),$$

$$\lambda_2 = \lambda_2' + i\lambda_2'' = \frac{\omega}{V_{Te}}\sqrt{\varepsilon_0}\,\frac{\omega}{\omega_{pe}}\left(1+i\frac{\nu}{\omega}\right). \quad (7)$$

Анализ выражения (6) показывает, что фазовая скорость ПВ значительно превышает тепловую скорость электронов, что согласуется с условием применимости использованного гидродинамического описания свойств плазмы. В то же время условие потенциальности рассматриваемых волн в случае плотной плазмы накладывает следующее ограничение на интенсивность теплового движения электронов плазмы: $V_{Te} \ll c(\omega 2-\omega_{ce}^2)^{1/2}/\omega_{pe}$, где $c$ — скорость света в вакууме.

## Пространственное распределение температуры электронов

Рассмотрим слабую нагревную нелинейность, когда изменение температуры электронов $\delta T$ в результате их нагрева в поле ПВ много меньше ее равновесного значения $T_0$: $T = T_0 + \delta T$, $\delta T \ll T_0$. Предположим также, что изменение частоты $\delta\nu = \delta\nu_{col} + \delta\nu_* + \delta\nu_i$ мало́ по сравнению с ее невозмущенным значением $\nu$ в отсутствие ПВ. В этом случае выражения для электронных частот столкновений вблизи равновесного значения температуры можно записать в следующем виде:

$$\nu_{col}(T) = \nu_{col}(T_0) + \delta\nu_{col}, \quad \delta\nu_{col} = \delta T\left.\frac{\partial\nu_{col}}{\partial T}\right|_{T_0} \ll \nu_{col}(T_0),$$

$$\nu_*(T) = \nu_*(T_0) + \delta\nu_*, \quad \delta\nu_* = \delta T\left.\frac{\partial\nu_*}{\partial T}\right|_{T_0} \ll \nu_*(T_0),$$

$$\nu_i(T) = \nu_i(T_0) + \delta\nu_i, \quad \delta\nu_i = \delta T\left.\frac{\partial\nu_i}{\partial T}\right|_{T_0} \ll \nu_i(T_0), \quad (8)$$

где частоты возбуждения и ионизации, согласно [10,20,21], определяются следующими выражениями:

$$\nu_* = \nu_*^0\exp(-U_*/T),$$

$$\nu_{i1} = \nu_{i1}^0\exp(-U_*/T), \quad T > 2/3(U_i - U_*),$$

$$\nu_{i2} = \nu_{i2}^0\exp(-U_i/T), \quad T < 2/3(U_i - U_*). \quad (9)$$

Здесь $U_*$ и $U_i$ — энергии возбуждения первого уровня и ионизации атомов рабочего газа соответственно. Если частота волны $\omega$ много больше характерной частоты передачи энергии $\tilde\nu$ при столкновениях электронов плазмы с рассеивающими центрами, то процесс обмена энергией можно считать квазистационарным [22]. В этом случае возмущение электронной температуры будет зависеть от координат и усредненного по периоду волны квадрата модуля амплитуды ПВ $\delta T = \delta T(x, y, |A_1|^2)$, а для его определения можно воспользоваться усредненным по периоду волны уравнением баланса энергии [22]

$$1/3\operatorname{Re}(\mathbf{jE}^*) = \operatorname{div}\mathbf{Q} - P(T), \quad (10)$$

где $\mathbf{Q}$ — вектор потока тепла, переносимого электронами, $\mathbf{j}$ — плотность высокочастотного электронного тока, $\mathbf{E}^*$ — комплексно-сопряженное электрическое поле волны.

Слагаемое $P(T) = -n_0\tilde\nu(T_0)(T - T_0)$ определяет энергию, которую электроны передают в единице объема рассеивающим центрам с характерной частотой

$$\tilde\nu(T_0) = \gamma\nu_{col}(T_0) + U_*\left.\frac{\partial\nu_*}{\partial T}\right|_{T_0} + U_i\left.\frac{\partial\nu_i}{\partial T}\right|_{T_0}, \quad (11)$$

где $n_0$ — невозмущенная плотность плазмы, а величина $\gamma = 2m_eM/(m_e + M)^2$ определяет долю энергии, передаваемой электронами при упругих столкновениях с рассеивающими центрами массой $M$.

Необходимо отметить, что в общем случае характерная частота $\tilde\nu$ определяется как частотами упругих столкновений, так и частотами возбуждения и ионизации атомов.

Компоненты вектора потока тепла $\mathbf{Q}$ в уравнении баланса энергии (10) определяются выражением $\mathbf{Q}_i = -\chi_{ij}\partial T/\partial\xi_j$, где $\chi_{ij}$ — тензор электронной теплопроводности плазмы, а $\boldsymbol{\xi} = (x, y)$. Левая часть уравнения (10) описывает нагрев электронов плазмы в поле ПВ. Слагаемые в правой части описывают потери энергии электронов в единице объема за счет конечной теплопроводности плазмы и передачи энергии рассеивающим центрам.

Уравнение баланса энергии можно упростить, положив, что перенос тепла происходит преимущественно вдоль магнитного поля $\chi = \chi_{xx} \gg \chi_{xy},\ \chi_{yx},\ \chi_{yy}$. Это условие выполняется при частотах столкновений, значительно меньших электронной циклотронной частоты ($\nu \ll \omega_{ce}$) [22]. С учетом этого уравнение (10) принимает следующий вид:

$$-\frac{1}{\lambda_T^2}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\frac{\delta T}{T_0} + \frac{\delta T}{T_0} = \left(\frac{\delta T}{T_0}\right)_{loc}, \qquad (12)$$

где $\lambda_T^{-1} = 1/\sqrt{3m_e\nu\tilde{\nu}/(5T_0)}$ — характерная длина электронной теплопроводности, а величина

$$(\delta T/T_0)_{loc} = -e\,\mathrm{Re}\,(\mathbf{V}_e\mathbf{E}^*)/(3\tilde{\nu}T_0) \qquad (13)$$

определяет относительное изменение температуры электронов в приближении локального нагрева.

Полагая, что волна распространяется в положительном направлении оси $y$, и учитывая результаты линейной теории (2), (6) и (7), выражение (13) можно записать в следующем виде:

$$\left(\frac{\delta T}{T_0}\right)_{loc} = \frac{2}{3}\mu^2\frac{\omega}{\tilde{\nu}}\frac{\omega^2}{\omega^2-\omega_{ce}^2}\exp(-2k_2''|y|)$$
$$\times\left\{2\frac{\nu}{\omega}\varepsilon_0^2\frac{\omega^2}{\omega_{pe}^2}\frac{\omega_{ce}^2}{\omega_{pe}^2}\exp(-2\lambda_1'x) + 2\frac{\nu}{\omega}\varepsilon_0\frac{\omega^2}{\omega_{pe}^2}\exp(-2\lambda_2'x)\right.$$
$$+\left[\frac{\omega^2-\omega_{ce}^2}{\omega^2}\sin(\lambda_1''-\lambda_2'')x - 2\frac{\nu}{\omega}\varepsilon_0\frac{\omega^2}{\omega_{pe}^2}\left(1+\varepsilon_0\frac{\omega_{ce}^2}{\omega_{pe}^2}\right)\right.$$
$$\left.\left.\times\cos(\lambda_1''-\lambda_2'')x\right]\exp\left[-(\lambda_1'+\lambda_2')x\right]\right\}, \qquad (14)$$

где безразмерный параметр $\mu = e|A_1|/(m_eV_{Te}^2)$ представляет собой отношение энергии электрона в поле волны к его тепловой энергии.

Величина $(\delta T/T_0)_{loc}$ (рис. 2) определяет пространственное распределение возмущения температуры электронов плазмы в предположении локального нагрева $|\mathrm{div}\,\mathbf{Q}| \ll |P(T)|$. Следует отметить, что это приближение используется во многих работах [2,11,17,18,22–26]. Однако в нашем случае при малости частот $\nu$, $\tilde{\nu}$, оно неприменимо. Можно показать, что условие локального нагрева в рассматриваемой задаче может быть сведено к виду $\omega_{pe}^2/(\nu\tilde{\nu}) \ll 1$. Таким образом, нагрев электронов носит существенно нелокальных характер [23]. Поэтому выражение (14) характеризует только пространственное распределение мощности ПВ, поглощаемой электронами плазмы в результате их столкновений с рассеивающими центрами, и не описывает пространственное распределение температуры электронов плазмы.

Для определения пространственного распределения температуры в условиях нелокального нагрева электронов в поле ПВ следует воспользоваться уравнением (12)

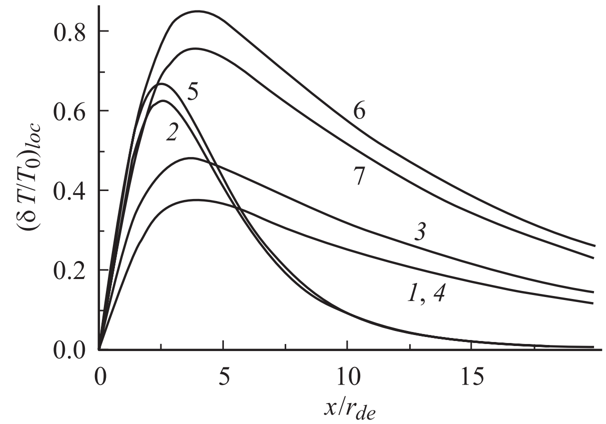


**Рис. 2.** Пространственное изменение температуры электронов в приближении локального нагрева. Значения параметров $\sqrt{\varepsilon_0}\omega_{ce}/\omega_{pe}$, $\sqrt{\varepsilon_0}\omega/\omega_{pe}$, $\nu/\omega$, $\nu/\tilde{\nu}$, $\mu$: *1* — 0.05, 0.2, 0.1, $10^3$, 0.1; *2* — 0.05, 0.4, 0.05, $10^3$, 0.1; *3* — 0.1, 0.2, 0.1, $10^3$, 0.1; *4* — 0.05, 0.2, 0.2, $10^3$, 0.1; *5* — 0.1, 0.4, 0.1, $10^3$, 0.1; *6* — 0.05, 0.2, 0.1, $10^3$, 0.15; *7* — 0.05, 0.2, 0.2, $2\cdot10^3$, 0.1.

совместно с (14). Граничное условие, состоящие в непрерывности теплового потока на границе плазма–металл, ввиду большой теплопроводности металла по сравнению с теплопроводностью плазмы приводит к пренебрежимо малому нагреву металла. Для определения же распределения температуры плазмы следует воспользоваться интегральным свойством сохранения энергии при нагреве электронов плазмы

$$\int_0^\infty \delta T/T_0 dx = \int_0^\infty (\delta T/T_0)_{loc} dx,$$

которое дает следующее выражение для относительного изменения температуры

$$\frac{\partial T}{T_0} = \frac{2}{3}\mu^2\exp(-2k_2''|y|)\{P_1\exp(-2\lambda_1'x)$$
$$+P_2\exp(-2\lambda_2'x) + P_T\exp(-\lambda_1 x) + [P_3\sin(\lambda_1''-\lambda_2'')x$$
$$+P_4\cos(\lambda_1''-\lambda_2'')x]\exp[-(\lambda_1'+\lambda_2')x]\}. \qquad (15)$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$P_1 = -\frac{3}{5}\frac{\nu^2}{\omega^2}\frac{\varepsilon_0^3\omega^4}{\omega_{pe}^4}\frac{\omega_{ce}^2}{\omega_{pe}^2}\frac{\omega^2}{\omega^2-\omega_{ce}^2},$$

$$P_2 = -\frac{3}{5}\frac{\nu^2}{\omega^2}\frac{\omega^2}{\omega^2-\omega_{ce}^2}, \qquad P_3 = -\frac{6}{5}\frac{\nu}{\omega}\frac{\varepsilon_0\omega^2}{\omega_{pe}^2},$$

$$P_4 = -\frac{24}{5}\frac{\nu^2}{\omega^2}\frac{\varepsilon_0^2\omega^4}{\omega_{pe}^4}\frac{\omega^2}{\omega^2-\omega_{ce}^2}\frac{\omega^2}{\omega^2-3\omega_{ce}^2}, \qquad (16)$$

$$P_T = \sqrt{\frac{6}{5}\frac{\nu}{\omega}}\frac{\nu}{\omega}\frac{\sqrt{\varepsilon_0}\omega}{\omega_{pe}}\frac{\omega^2}{\omega^2-\omega_{ce}^2}.$$

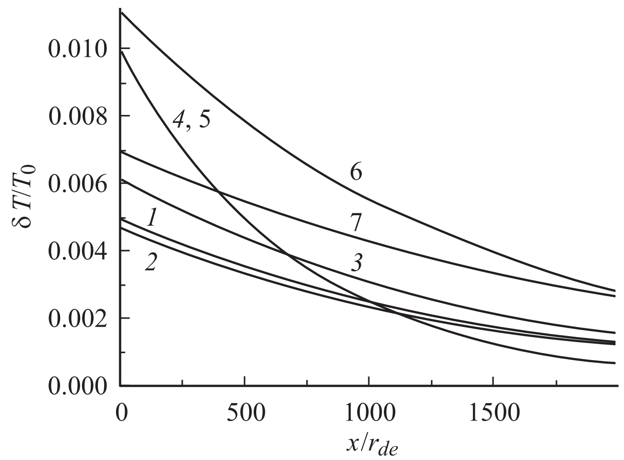


**Рис. 3.** Пространственное изменение температуры электронов вблизи источника возмущения. *1–7* — те же параметры плазмы, что и на рис. 2.

Отметим, что относительное изменение температуры электронов достигает своего максимального значения

$$\left(\frac{\delta T}{T_0}\right)_{\max} \approx \mu^2\sqrt{\frac{8}{15}\,\varepsilon_0\,\frac{\nu}{\tilde{\nu}}}\,\frac{\nu}{\omega_{pe}}\,\frac{\omega^2}{\omega^2-\omega_{ce}^2}\,e^{-2k_2''|y|} \quad (17)$$

вблизи границы раздела плазма–металл на расстоянии $x_{\max} \cong r_{de}$. Таким образом, вследствие нагрева электронов плазмы наблюдается поток тепла в глубь плазмы. Наряду с этим имеет место также поток тепла на заземленную металлическую поверхность. Однако последний в рассматриваемом случае является пренебрежимо малым по сравнению с основным потоком вглубь плазмы (рис. 2).

Условие слабого нагрева $\delta T \ll T_0$, $|\delta\nu| \ll \nu(T_0)$ приводит к следующему ограничению на амплитуду поля волны:

$$\mu^2\sqrt{\frac{8}{15}\,\varepsilon_0\,\frac{\nu}{\tilde{\nu}}}\,\frac{\nu}{\omega_{pe}}\,\frac{\omega^2}{\omega^2-\omega_{ce}^2}\,\frac{U_{*,i}}{T_0} \ll 1. \quad (18а)$$

В то же время необходимо учитывать, что результаты линейной теории применимы для решения задачи о самовоздействии ПВ в случае

$$\mu\left(\frac{\omega^2}{\omega^2-\omega_{ce}^2}\right)^{1/2} \ll 1. \quad (18б)$$

Численный расчет (рис. 3) показал, что эти условия выполняются при амплитудах поля, для которых значения параметра $\mu \le 0.1$.

Как и следовало ожидать, рост амплитуды волны и частоты столкновений электронов приводит к увеличению джоулевых потерь ПВ и оказывает существенное влияние на нагрев электронов плазмы. Необходимо отметить также, что с приближением частоты волны к электронной циклотронной происходит более эффективная передача энергии ПВ электронам плазмы (кривая *3* на рис. 3). Увеличение параметра $\nu/\tilde{\nu}$ приводит к росту температуры и характерной длины электронной теплопроводности ($\lambda_T^{-1} \propto \sqrt{\nu/\tilde{\nu}}$), что ведет к более плавному убыванию температуры электронов в глубь плазмы.

## Нелинейное дисперсионное уравнение

Изменение температуры электронов плазмы приводит к изменению частоты столкновений $\delta\nu$ (8). Учитывая эту поправку, а также добавку к электронному давлению плазмы $\delta p = n_0\delta T$ в уравнении движения электронов

$$\frac{\partial \mathbf{V}_e}{\partial t} = \frac{e}{m_e}\nabla = \Psi - \frac{e}{m_e c}[\mathbf{V}_e, \mathbf{H}_0] - \frac{\nabla[p(T_0)+\delta p]}{n_0 m_e} - [\nu(T_0)+\delta\nu]\mathbf{V}_e \quad (19)$$

и решая его совместно с уравнением непрерывности и уравнением Пуассона, можно получить следующее уравнение для потенциала волны:

$$r_{de}^2\left\{\frac{\partial^4\Psi}{\partial x^4} + \frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2}\left[\frac{\omega\omega'}{V_{Te}^2}(1-\alpha) - k_2^2(1+\beta)\right] + 2k_2^2\Psi\left[k_2^2\beta - \frac{\omega\omega'}{V_{Te}}(1-\alpha\beta)\right]\right\} = R_{\delta\nu} + R_{\delta p}. \quad (20)$$

Левая часть уравнения (20) представляет собой уравнение для потенциала ПВ в линейном приближении по амплитуде поля волны (1). Правая часть учитывает нелинейные эффекты, обусловленные изменением частоты столкновений ($R_{\delta\nu}$) и электронного давления ($R_{\delta p}$). Ввиду громоздкости $R_{\delta\nu}$ и $R_{\delta p}$ выражения для них мы не приводим. Решение уравнения (20) для потенциала ПВ будем искать в следующем виде:

$$\Psi = A_1\exp(-\lambda_1 x) + A_2\exp(-\lambda_2 x) + \Psi_{\delta V} + \Psi_{\delta p}, \quad (21)$$

где нелинейные добавки $\Psi_{\delta V}$, $\Psi_{\delta p} \propto \mu^2$.

Используя граничные условия для потенциала и нормальной составляющей скорости электронов на границе раздела сред, можно получить следующее нелинейное дисперсионное уравнение:

$$1 + k_2^2 r_{de}^2 - r_{de}^2(\lambda_1^2 + \lambda_1\lambda_2 + \lambda_2^2) = -\frac{\varepsilon_0\omega^2}{\omega_{pe}^2}\left(1 + i\frac{\nu}{\omega}\right)(S_{\delta\nu} + S_{\delta p}), \quad (22)$$

где

$$S_{\delta p} = \frac{4}{5}\mu^2\frac{\nu^2}{\omega^2}\frac{\omega^2}{\omega^2-\omega_{ce}^2}\left(1 - i\frac{\nu}{\omega}\right) \times \left(1 + i\frac{5}{6}\varepsilon_0^2\frac{\omega}{\tilde{\nu}}\frac{\omega^2}{\omega_{pe}^2}\frac{\omega_{ce}^2}{\omega_{pe}^2}\frac{\omega^2}{\omega^2-\omega_{ce}^2}\right)\exp(-2k_2''|y|),$$

$$S_{\delta\nu} = -i\frac{1}{5}\mu^2\frac{T_0}{\nu}\frac{\partial\nu}{\partial T}\bigg|_{T_0}\frac{\nu^3}{\omega^3}\frac{\omega^2}{\omega^2-\omega_{ce}^2}\frac{\omega_{pe}^2}{\varepsilon_0\omega^2} \times\left\{\frac{(\omega^2-\omega_{ce}^2)^2+\omega_{ce}^4}{2(\omega^2-\omega_{ce}^2)^2} - \frac{10}{3}\frac{\varepsilon_0\omega^2}{\omega_{pe}^2}\frac{\omega^2}{\nu\tilde{\nu}}\frac{\omega_{ce}^2}{\omega^2-\omega_{ce}^2} \times\left(1 + i\frac{\nu}{\omega}\frac{\omega^2}{\omega_{ce}^2}\frac{\omega^2+3\omega_{ce}^2}{\omega^2-\omega_{ce}^2}\right)\right\}\exp(-2k_2''|y|). \quad (23)$$

Его решение для комплексного волнового числа $k_2$ имеет следующий вид:

$$k_2 = \frac{\omega}{V_{Te}}\sqrt{\varepsilon_0 \frac{\omega^2 - \omega_{ce}^2}{\omega_{pe}^2}} \left(1 + i\frac{\nu}{\omega}\frac{\omega^2}{\omega^2 - \omega_{ce}^2}\right) \times (1 + S_{\delta\nu} + S_{\delta p}). \tag{24}$$

В предельном случае $|A_1| \to 0$ нелинейное дисперсионное уравнение (22) переходит в линейное (4), а его решение (24) в — (6).

## Результаты и обсуждение

Проведем анализ влияния величины магнитного поля на фазовые характеристики ПВ. Численные расчеты показывают, что усиление внешнего магнитного поля приводит к увеличению нелинейных добавок к вещественной части волнового числа, связанных с изменением частоты столкновений электронов плазмы (рис. 4) и изменением электронного давления (рис. 5). Отметим, что во всем диапазоне изменения магнитного поля нелинейная добавка, обусловленная изменением частоты столкновений значительно больше добавки, обусловленной возмущением электронного давления.

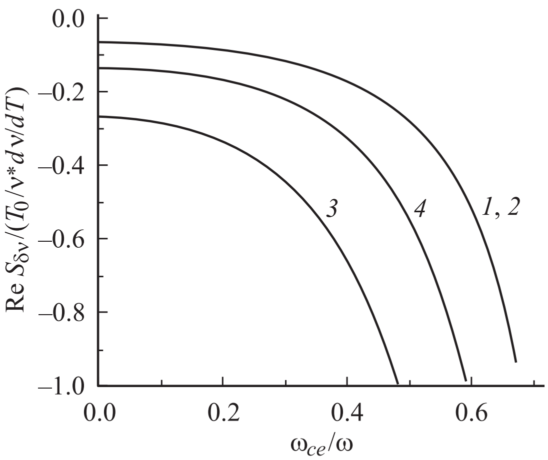


**Рис. 4.** Влияние величины магнитного поля на вещественные добавки к волновому числу за счет изменения частоты столкновений электронов плазмы. Значения параметров $\omega/\omega_{pe}$, $\nu/\omega$, $\nu/\tilde{\nu}$: *1* — 0.1, 0.01. $10^3$; *2* — 0.2, 0.01, $10^3$; *3* — 0.1, 0.02, $10^3$; *4* — 0.1, 0.01, $2 \cdot 10^3$.

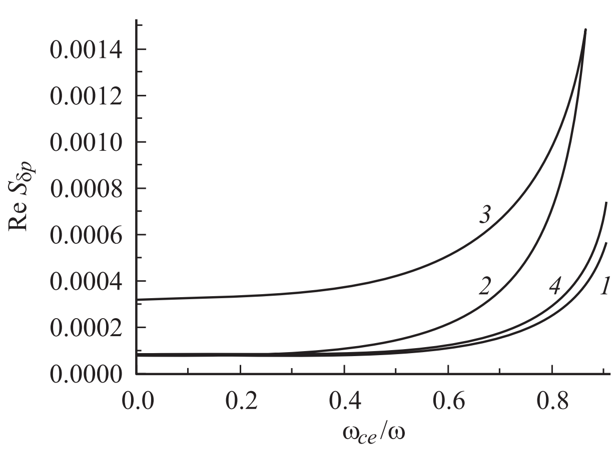


**Рис. 5.** Влияние величины магнитного поля на вещественные добавки к волновому числу за счет изменения электронного давления. *1–4* — те же параметры плазмы, что и на рис. 4.

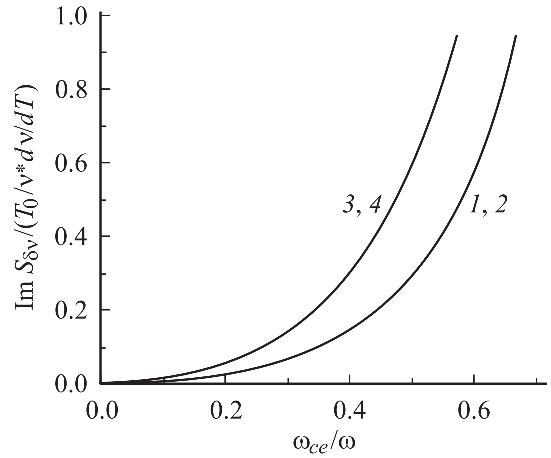


**Рис. 6.** Влияние величины магнитного поля на мнимые добавки к волновому числу за счет изменения частоты столкновений электронов плазмы. *1–4* — те же параметры плазмы, что и на рис. 4.

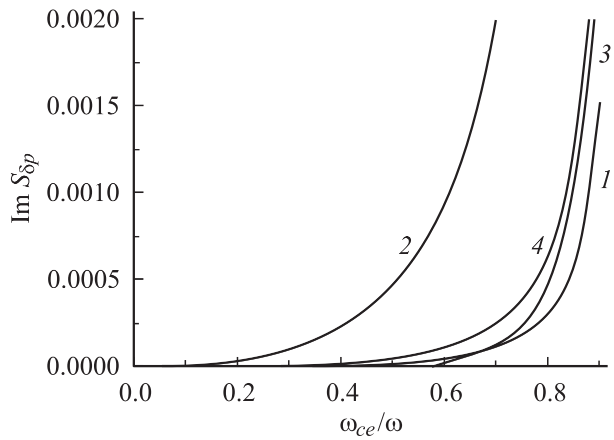


**Рис. 7.** Влияние величины магнитного поля на мнимые добавки к волновому числу за счет изменения электронного давления. *1–4* — те же параметры плазмы, что и на рис. 4.

Мнимая добавка к волновому числу $k_2$ также растет с усилением внешнего магнитного поля и определяется в основном возмущением частоты столкновений электронов (рис. 6, 7).

Как видно из выражения (23), влияние возмущения частоты столкновений электронов $\nu$ на дисперсию ПВ определяется зависимостью частоты $\nu$ от температуры. Рассмотрим случай, когда частота столкновений электронов увеличивается с ростом температуры $(\partial\nu)/\partial T\big|_{T_0} > 0$. Это имеет место при рассеивании электронов на оптических или акустических фононах в полупроводниковой плазме ($\nu(T) \propto \sqrt{T}, T^{3/2}$ [17–19]) или в случае газового разряда низкого давления, когда частота столкновений электронов определяется неупругими столкновениями, приводящими к возбуждению атомов [22]. При этом наблюдаются отрицательный нелинейный сдвиг реальной части волнового числа $k_2$ ($\mathrm{Re}\, S_{\delta\nu} < 0$) и увеличение нелинейного декремента (24) ($\mathrm{Im}\, S_{\delta\nu} > 0$) по сравнению с его линейным значением (6). В противоположном случае, когда частота столкновений электронов уменьшается с ростом температуры ($\partial\nu/\partial T\big|_{T_0} < 0$), что имеет место, например, при упругих столкновениях электронов с ионами или примесями газовой плазмы ($\nu(T) \propto T^{-3/2}, T^{1/2}$ [22]), наблюдается обратная зависимость. Сдвиг реальной части волнового числа положителен, а декремент затухания уменьшается по сравнению с его линейным значением.

Как ранее отмечалось, изменение температуры электронов существенно зависит о параметра $\nu/\tilde{\nu}$. В связи с этим нелинейные добавки к комплексному волновому числу также зависят от канала потерь энергии электронов: затухание волны, а также нелинейный сдвиг волнового числа растет с увеличением параметра $\nu/\tilde{\nu}$: $\mathrm{Im}\, S_{\delta\nu}$, $\mathrm{Re}\, S_{\delta\nu} \propto \nu/\tilde{\nu}$. В случае полупроводниковой плазмы и газовых разрядов высокого давления основным каналом потерь являются упругие столкновения [22] и отношение частоты столкновений $\nu$ к характерной частоте передачи энергии $\tilde{\nu}$ описывается выражением

$$\nu/\tilde{\nu} = 0.5M/m_e \gg 1. \tag{25}$$

С уменьшением давления, когда преобладающими становятся неупругие столкновения электронов [5,22], приводящие к возбуждению атомов, происходит уменьшение этого параметра

$$\nu/\tilde{\nu} = (1 + \nu_{col}/\nu_*)T_0^2/U_*^0 \ll 0.5M/m_e. \tag{26}$$

Выражения (25), (26) позволяют сделать вывод о том, что нелинейные добавки к волновому числу волны вследствие нагрева электронов в поле ПВ наиболее существенны при высоких давлениях (кривые *1-4* на рис. 6).

## Заключение

В данной работе теоретически изучено влияние нагрева электронов плазмы на дисперсионные свойства высокочастотных потенциальных поверхностных волн, распространяющихся на границе плазма–металл. Рассмотрен случай плотной плазмы конечного давления, находящейся во внешнем постоянном магнитном поле, перпендикулярном границе раздела сред. Получено и исследовано линейное дисперсионное уравнение ПВ с учетом теплового движения и частоты столкновений электронов плазмы. Показано, что нагрев электронов носит сугубо нелокальный характер и определяется в основном процессами переноса тепла в плазме. В приближении слабого нагрева найдено пространственное распределение температуры электронов плазмы. Исследовано нелинейное дисперсионное уравнение. Получены аналитические выражения для величины нелинейного сдвига волнового числа и пространственного декремента затухания. Проведен численный анализ влияния параметров плазмы и величины внешнего магнитного поля на характеристики ПВ. Результаты исследований применимы как для полупроводниковой, так и для газовой плазмы, граничащей с металлом.

Работа частично поддержана Научно-технологическим центром Украины (НТЦУ, проект № 1112).

## Список литературы


[1] *Moisan M., Hurbert J., Margot J.* et al. The Development and Use of Surface-Wave Sustained Discharges for Applications, in Advanced Technologies Based on Wave and Beam Generated Plasmas. Amsterdam: Kluwer Academic Publisher, 1999. P. 1–42.

[2] *Azarenkov N.A., Ostrikov K.N.* // Phys. Rep. 1999. Vol. 308. P. 333–428.

[3] *Азаренков Н.А.* // ЖТФ. 1987. Т. 57. Вып. 6. С. 1165–1167.

[4] *Азаренков Н.А., Кондратенко А.Н., Тышецкий Ю.О.* // ЖТФ. 1999. Т. 69. Вып. 11. С. 30–33.

[5] *Гуревич А.В., Шварцбург А.Б.* Нелинейная теория распространения радиоволн в ионосфере. М.: Наука, 1973. 272 с.

[6] *Карпман В.Н.* Нелинейные волны в диспергирующих средах. М.: Наука, 1973. 175 с.

[7] *Вильхельмссон Х., Вейланд Я.* Когерентное нелинейное взаимодействие волн в плазме. М.: Энергоиздат, 1981. 224 с.

[8] *Кондратенко А.Н.* Плазменные волноводы. М.: Атомиздат, 1976. 232 с.

[9] *Азаренков Н.А., Акимов Ю.А., Гапон А.В.* // Вестник Харьковского национального университета. Сер. физ. 2000. № 496. Вып. 4. С. 29–33.

[10] *Aliev Yu.M., Boev A.G., Shivarova A.* // J. Phys. D. 1984. Vol. 17. P. 2233–2242

[11] *Azarenkov N.A., Ostrikov K.N., Yu M.Y.* // J. Appl. Phys. 1998. Vol. 84. P. 4176–4179.

[12] *Литвак А.Г., Миронов В.А.* Тепловые нелинейные явления в плазме. Горький: ИПФ АН СССР, 1979. 191 с.

[13] *Азаренков Н.А., Акимов Ю.А., Олефир В.П.* // Вестник Харьковского университера. № 574. Сер. физ. 2002. Вып. 4. С. 62–66.

[14] *Маслов В.И.* // Физика плазмы. 1990. Т. 16. № 3. С. 394–397.

[15] *Азаренков Н.А., Акимов Ю.А., Олефир В.П.* // Вопросы атомной науки и техники. Национальный научный центр „Харьковский физико-технический институт“, 2002. № 5. Сер. Физика плазмы (8). С. 92–94.

[16] *Schmidt D.P., Meezan N.B., Hargus Jr W.A.* et al. // Plasma Sources Sci. Technol. 2000. Vol. 9. P. 68–76.

[17] *Басс Ф.Г., Гуревич Ю.Г.* Горячие элементы и сильные электромагнитные волны в плазме полупроводников и газового разряда. М.: Наука, 1975. 399 с.

[18] *Bass F.G., Gurevich Yu.G.* // Sov. Phys. 1971. Vol. 14. P. 113–120.
[19] *Белецкий Н.Н., Светличный В.М., Халамейда Д.Д., Яковенко В.М.* Электромагнитные явления СВЧ диапазона в неоднородных полупроводниковых структурах. Киев: Наукова думка, 1991. 216 с.
[20] *Aliev Yu.M., Ivanova K., Moisan M.* et al. // Plasma Sources Sci. Technol. 1993. Vol. 2. P. 145–152.
[21] *Biberman L.M., Vorob'ev V.S., Yakubov I.T.* Kinetics of Non-Equilibrium Low-Temperature Plasma. Consultans Bureau. New York, 1987. 314 p.
[22] *Голант В.Е., Жилинский А.П., Сахаров И.Е.* Основы физики плазмы. М.: Атомиздат, 1977. 384 с.
[23] *Aliev Yu.M., Maximov A.V., Schluter H.* // Phys. Scripta. 1993. Vol. 48. P. 464–466.
[24] *Aliev Yu.M., Maximov A.V., Ghanashev I.* et al. // IEEE Trans. Plasma Sci. 1995. Vol. 23. P. 409–412.
[25] *Aliev Yu.M., Bychenkov V.Yu., Maximov A.V.* et al. // Plasma Sources Sci. Technol. 1992. N 1. P. 126–131.
[26] *Aliev Yu.M., Schluter H., Shivarova A.* // Plasma Sources Sci. Technol. 1996. N 5. P. 514–516.