

01;07;08

Тепловая нелинейность в фотоакустической камере

© У. Мадвалиев,¹ Т.Х. Салихов,^{1,2} Д.М. Шарифов¹

¹ Физико-технический институт им. С.У. Умарова АН Республики Таджикистан,
734063 Душанбе, Республика Таджикистан
e-mail: ymarhon@ac.tajik.net

² Таджикский государственный национальный университет,
734025 Душанбе, Республика Таджикистан
e-mail: salikhov@ac.tajik.net

(Поступило в Редакцию 2 июня 2003 г.)

Проведено теоретическое исследование влияния тепловой нелинейности, обусловленной температурной зависимостью теплоемкости и теплопроводности воздуха, образца и подложки на температурное поле в фотоакустической камере. Получены точные выражения для пространственного распределения с учетом тепловой нелинейности, а нестационарного поля без учета этой нелинейности. Нестационарная задача в нелинейном случае решалась численно. Показано, что благодаря тепловой нелинейности зависимость температуры освещаемой поверхности образца от интенсивности греющего луча постепенно от линейного переходит к степенному закону.

Введение

Фотоакустическая спектроскопия (ФА) и родственные ей методы широко используются для исследования конденсированных сред [1–3]. Благодаря бесконтактности они успешно применяются для диагностики оптических, теплофизических, акустических и целого ряда химических свойств различных сред, когда традиционные методы оказываются неэффективными [4–6]. Полученный набор информации в совокупности может служить основанием, в частности, для диагностики различных неоднородных, многокомпонентных, многослойных, пористых и химически активных системах в реальных, порой экстремальных условиях их применения [1,3,5,7]. Однако вся эта информация складывается на фоне установившегося (квазистационарного) температурного поля (ТП) в среде, и измерения параметров ФА сигналов, как правило, проводится после перехода ТП в этот режим. Приближенную оценку времени перехода на стационарный режим можно оценить по величине $\tau \sim L^2/\chi$, где L — характерный размер среды, χ — ее коэффициент температуропроводности. При росте интенсивности падающего излучения I_0 , значительно возрастает нагрев поглощающих образцов в камере и, как следствие, влияние температурной зависимости теплофизических и оптических величин на параметры ФА сигнала становится существенным, а оценка величины τ нетривиальной.

Проблема необходимости учета температурных зависимостей теплофизических и оптических величин в процессе формирования фотоакустического сигнала была сформулирована в [8]. Однако особенности ТП в газомикрофонном способе регистрации ФА сигнала не рассматривались. Благодаря тепловой нелинейности коэффициента теплопроводности $\kappa(T)$ был обнаружен и исследован ФА сигнал на второй гармонике посредством мираж-эффекта [9] и инфракрасным радиометрическим

способом [10]. В [11] теоретически и экспериментально исследовалось влияние тепловой нелинейности на параметры тепловых волн и показана возможность независимого определения нелинейных параметров для некоторых металлов. Особенности генерации тепловых волн на двойной частоте теоретически рассматривались в [12].

В классических работах [13–15] (в [13] была построена теория ФА эффекта) получены необходимые выражения для установившегося ТП, соответствующее случаю постоянства теплофизических и оптических величин. Однако оказалось, что к настоящему времени даже при этих линейных условиях нестационарное тепловое поле для образцов конденсированных сред в ФА камере так и не было рассмотрено. По-видимому, именно в связи с этим в [16] для одномерного случая численно определялось нестационарное ТП образца при облучении прямоугольным лазерным лучом.

Целью настоящей работы является подробное теоретическое исследование влияния тепловых нелинейностей на температурное поле сильно поглощающих и низко теплопроводящих сред. Предполагается, что образец находится в газомикрофонной ячейке, и проводятся интегральные и спектральные измерения методом ФА спектроскопии. Указанные тепловые нелинейности обусловлены наличием температурной зависимости теплофизических параметров сред всех трех слоев, находящихся в ФА камере. Также будет определено нестационарное температурное поле в линейном случае для той же геометрии эксперимента.

1. Математическая модель задачи и модель ФА камеры

Будем рассматривать трехслойную и одномерную модель ФА камеры [13], состоящую из газового слоя (g), образца (s) и подложки (b) (рис. 1). Газ и подложка

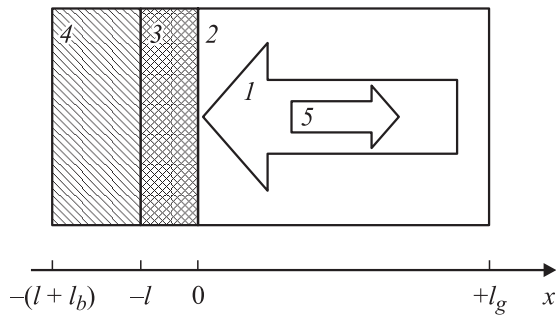


Рис. 1. Геометрия рассматриваемой задачи: 1 — падающий луч, модулированный по частоте; 2 — буферный газ (воздух); 3 — исследуемый образец; 4 — подложка; 5 — отраженная часть луча.

считаются прозрачными для падающего луча, интенсивность которого модулирована по гармоническому закону. Будем считать, что образец является сильно поглощающей средой с коэффициентом поглощения β , удовлетворяющим условию $\beta l \gg 1$, и с низким значением коэффициента теплопроводности. В этом случае тепло, полученное средой, локализуется в тонком приповерхностном слое толщиной $\approx \beta^{-1}$, а температура этого слоя может существенно повыситься. Большое значение теплопроводности (например, металлов) обеспечивает достаточно быстрое перераспределение тепла по объему образца, и устанавливается локальное равновесие распределения температуры в среде. Также предположим, что в течение всего времени проведения ФА эксперимента значения коэффициентов отражения R и поглощения β среды остаются постоянными.

Ограничимся областью изменения температур, далеких от точек фазовых переходов а также термической деструкции полимеров. Примем, что температурная зависимость теплоемкости единицы объема $C(T) = \rho(T)C_p(T)$ (где ρ — плотность, C_p — теплоемкость системы при постоянном давлении), а теплопроводности $\kappa_i(T)$ для всех слоев выражается линейными зависимостями вида

$$C_i = C_i^{(0)}(1 + \delta_{1i}T'),$$

$$\kappa_i = \kappa_i^{(0)}(1 + \delta_{2i}T'); \quad i = g, s, b. \quad (1)$$

Здесь T' — приращение температуры, а

$$\delta_{1i} = \frac{1}{C_i^{(0)}} \frac{\partial C_i}{\partial T}, \quad \delta_{2i} = \frac{1}{\kappa_i^{(0)}} \frac{\partial \kappa_i}{\partial T} \quad (2)$$

— температурные коэффициенты теплофизических величин, индексом (0) обозначены значения параметров при начальной температуре T_0 , вариации параметров будем считать малыми по сравнению с их начальными значениями.

Система нелинейных уравнений теплопроводности для рассматриваемой модели трехслойного одномерного

ФА камеры можно написать в следующем виде:

$$\rho_g(T_g)C_{pg}(T_g) \frac{\partial T'_g}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\kappa(T_g) \frac{\partial T'_g}{\partial x} \right), \quad 0 \leq x \leq l_g, \quad (3)$$

$$\rho_s(T_s)C_{ps}(T_s) \frac{\partial T'_s}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\kappa_s(T_s) \frac{\partial T'_s}{\partial x} \right) + \frac{1}{2} \beta I_0(1 - R) \exp(\beta x), \quad -l \leq x \leq 0, \quad (4)$$

$$\rho_b(T_b)C_{pb}(T_b) \frac{\partial T'_b}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\kappa_b(T_b) \frac{\partial T'_b}{\partial x} \right),$$

$$-(l_b + l) \leq x \leq -l. \quad (5)$$

Для решения системы (3)–(5), состоящей из трех уравнений второго порядка, как правило, необходимо привлечь шесть граничных условий: непрерывностей температур на торцах камеры, границах газ–образец и образец–подложка, а также непрерывностей тепловых потоков на этих же границах. Эти граничные условия записываются в виде

$$T'_g(l_g, t) = T'_s(-l_s - l_b, t) = 0,$$

$$T'_g(0, t) = T'_s(0, t), \quad T'_s(-l_s, t) = T'_b(-l_s, t), \quad (6)$$

$$\kappa_g(T_g) \frac{\partial T'_g}{\partial x} \Big|_{x=0} = \kappa_s(T_s) \frac{\partial T'_s}{\partial x} \Big|_{x=0},$$

$$\kappa_s(T_s) \frac{\partial T'_s}{\partial x} \Big|_{x=-l} = \kappa_b(T_b) \frac{\partial T'_b}{\partial x} \Big|_{x=-l}. \quad (7)$$

Начальные условия являются тривиальными

$$T'_g(0, x) = T'_s(0, x) = T'_b(0, x) = 0. \quad (8)$$

Система (3)–(5) совместно с (6)–(8) и представляет собой математическую модель рассматриваемой задачи для одномерной геометрии ФА камеры. Далее последовательно будем применять эту систему для решения тех задач, которые выше были сформулированы. Отметим, что термоволновая задача, т.е. осциллирующая часть возмущения температуры, в данной работе не рассматривается.

2. Влияние тепловой нелинейности на стационарное температурное поле

Очевидно, что в квазистационарном состоянии все производные по времени стремятся к нулю, а возмущения температуры перестают зависеть от времени. Тогда можно говорить только о пространственном распределении ТП, а система дифференциальных уравнений (3)–(5)

упрощается и принимает вид

$$\frac{d}{dx} \left[\kappa_g(T) \frac{dT_g}{dx} \right] = 0, \quad 0 \leq x \leq l_g, \quad (9)$$

$$\frac{d}{dx} \left[\kappa_s(T) \frac{dT_s}{dx} \right] = -\frac{1}{2} \beta I_0 (1-R) \exp(\beta x), \quad -l \leq x \leq 0, \quad (10)$$

$$\frac{d}{dx} \left[\kappa_b(T) \frac{dT_b}{dx} \right] = 0, \quad -(l+l_b) \leq x \leq -l. \quad (11)$$

Используя представление $T_i(x) = \delta_{2i}^{-1} g_i(x)$, решения (9)–(11), подчиняющиеся граничным условиям (6), (7), можно представить в следующей аналитической форме:

$$g_g(x) = \left[1 + \Theta_0 \delta_{2g} (2 + \Theta_0 \delta_{2g}) \left(1 - \frac{x}{l_g} \right) \right]^{1/2} - 1, \quad (12)$$

$$g_s(x) = \left[1 + \delta_{2s} \left(\Theta_0 (2 + \delta_{2s} \Theta_0) \left(1 + \frac{x}{l} \right) - W_0 (2 + \delta_{2s} W_0) \frac{x}{l} \right) + \frac{A I_0}{\beta \kappa_s^{(0)}} \times \left(1 + \frac{x}{l} - \exp(\beta x) - \frac{x}{l} E \right) \right]^{1/2} - 1, \quad (13)$$

$$g_b(x) = \left[1 + W_0 \delta_{2b} (2 + W_0 \delta_{2b}) \left(1 + \frac{x+l}{l_b} \right) \right]^{1/2} - 1. \quad (14)$$

Здесь W_0 — значение возмущения температуры на границе образец–подложка, $E = \exp(-\beta l)$, $A = 1 - R$. Значения величин Θ_0 и W_0 определяются из численного решения следующей системы алгебраических уравнений:

$$\Theta_0^2 b_{11} + \Theta_0 b_{12} - W_0 b_{13} - W_0^2 b_{14} + F_1 = 0, \quad (15)$$

$$W_0^2 c_{11} + W_0 c_{12} - \Theta_0 c_{13} - \Theta_0^2 c_{14} - F_2 = 0. \quad (16)$$

Здесь использованы следующие обозначения:

$$b_{11} = \frac{1}{2} (\delta_{2s} + a_1 \delta_{2g}), \quad b_{12} = 1 + a_1, \quad a_1 = \frac{l \kappa_g^{(0)}}{l_g \kappa_s^{(0)}},$$

$$b_{13} = c_{13} = 1, \quad b_{14} = \frac{1}{2} \delta_{2s} = c_{14}, \quad c_{12} = 1 + \frac{a_1}{a_2},$$

$$c_{11} = \frac{1}{2} (\delta_{2s} + a_2 \delta_{2g}), \quad a_2 = \frac{l \kappa_b^{(0)}}{l_b \kappa_s^{(0)}},$$

$$F_1 = \frac{A I_0}{2 \beta \kappa_s} (1 - \beta l - E), \quad F_2 = \frac{A I_0}{2 \beta \kappa_s} (1 - (1 + \beta l) E).$$

При подстановке $\delta_{2g} = \delta_{2s} = \delta_{2b} = 0$ из (15) и (16) получим результаты линейной теории [13]

$$\Theta_L = \frac{I_0 (1-E) \left(l \beta \frac{a_2}{a_1} - 1 \right) + \beta l}{2 \kappa_s^{(0)} \beta (1 + a_1 + a_2)}, \quad (17)$$

$$W_L = \frac{I_0 l_b}{2 \kappa_b^{(0)}} (1-E) - a_2 \Theta_L.$$

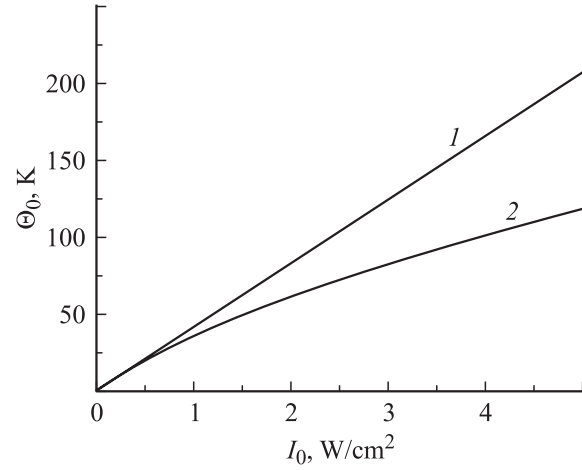


Рис. 2. Зависимость температуры освещенной поверхности образца от интенсивности падающего луча: 1 — согласно линейной теории; 2 — результаты численного решения системы уравнений (15), (16).

Подчеркнем, что в рассматриваемом случае важно знание перегрева образца на его границе с газом, поскольку именно колебанием температуры на этой поверхности генерируется ФА сигнал, регистрируемый высокочувствительным микрофоном. Численные расчеты величин Θ_0 и W_0 проводились для эбонита ($l = 0.001$ м), контактирующего с воздухом ($l_g = 0.005$ м). Подложкой служила пластина из нержавеющей стали ($l_b = 0.002$ м). Параметры геометрии соответствуют типичным ФА камерам при проведении ФА исследований конденсированных сред. Из обработки результатов экспериментальных данных по зависимости коэффициентов теплопроводности от температуры для воздуха [17], эбонита [18] и нержавеющей стали [17] получено: $\delta_{2g} = 2.39 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$, $\delta_{2s} = 6.41 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$, $\delta_{2b} = 0.24 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$. Здесь учтено, что при $T = 300$ К коэффициенты теплопроводности этих сред имеют следующие значения: $\kappa_g^{(0)} = 0.025668 \text{ W/m} \cdot \text{K}$, $\kappa_b^{(0)} = 14.7796 \text{ W/m} \cdot \text{K}$, $\kappa_s^{(0)} = 0.1266 \text{ W/m} \cdot \text{K}$. Значения $\beta = 10^7 \text{ m}^{-1}$ и $R = 0.2$ [19].

Из численного решения (15), (16) получены зависимости Θ_0 от I_0 , показанные на рис. 2 (кривая 2). Там же для сравнения приведена зависимость Θ_L от I_0 (кривая 1). Из рисунка обнаруживается: 1) справедливость линейной зависимости Θ_0 от I_0 при малых значениях I_0 , что соответствует отсутствию тепловой нелинейности и, следовательно, согласуется с выводом [13]; 2) существенное нарушение линейной зависимости Θ_0 от I_0 при $I_0 \geq 1 \text{ W/cm}^2$ и ее переход от линейной зависимости к степенной, а также заниженное значение Θ_0 по сравнению с Θ_L . Последний факт обусловлен ростом теплопроводности сред с ростом температуры и соответственно увеличением передачи потока тепла в окружающей среде.

Расчеты показывают, что имеет место неравенство $W_0/\Theta_0 < 0.1$, тогда в уравнении (15) можно пренебречь

слагаемыми, содержащими W_0 , а решение квадратного уравнения, получаемое при этом, имеет вид

$$\Theta_0 = \frac{\sqrt{4b_{11}|F_1| + b_{12}^2 - b_{12}}}{2b_{11}}.$$

Поскольку в данном случае $b_{12} \approx 1$, то при выполнении условия $4b_{11}|F_1| \gg 1$ зависимость Θ_0 от I_0 принимает вид

$$\Theta_0 \approx \sqrt{\frac{|F_{11}|}{b_{11}}} \approx \sqrt{\frac{AI_0 l}{2\kappa_s^{(0)} b_{11}}}$$

и становится корневой (здесь принято во внимание условие $\beta l \gg 1$), что подтверждается поведением кривой 2 на рис. 2.

3. Нестационарное температурное поле. Линейная модель

Если облучение образца в ФА ячейке производится излучением малой мощности, например лучом гелий-неонового лазера, тогда существенного нагрева образцов не происходит, а теплофизические величины среды остаются постоянными. В этом случае система нелинейных дифференциальных уравнений теплопроводности (3)–(5) становится линейной и ее можно переписать в виде

$$\frac{\partial T_g}{\partial t} - \chi_g \frac{\partial^2 T_g}{\partial x^2} = 0, \quad 0 \leq x \leq l_g, \quad (18)$$

$$\frac{\partial T_s}{\partial t} - \chi_s \frac{\partial^2 T_s}{\partial x^2} = \frac{A\beta I_0}{2\rho C_p} \exp(\beta x), \quad -l \leq x \leq 0, \quad (19)$$

$$\frac{\partial T_b}{\partial t} - \chi_b \frac{\partial^2 T_b}{\partial x^2} = 0, \quad -(l + l_b) \leq x \leq -l \quad (20)$$

(чтобы не загромождать формулы штрихи и индексы (0) опущены).

Тогда и условия непрерывности потоков тепла на соответствующих границах также становятся линейными, т. е.

$$\begin{aligned} \kappa_g \frac{dT_g}{dx} \Big|_{x=0} &= \kappa_s \frac{dT_s}{dx} \Big|_{x=0}, \\ \kappa_b \frac{dT_b}{dx} \Big|_{x=-l} &= \kappa_s \frac{dT_s}{dx} \Big|_{x=-l}. \end{aligned} \quad (21)$$

Система (18)–(20) совместно с (6), (7), (21), а также начальными условиями

$$T_g(0, x) = T_s(0, x) = T_b(0, x) = 0 \quad (22)$$

и представляет собой математическую задачу определения нестационарного температурного поля в ФА камере в соответствии с линейной моделью. Для решения этой задачи воспользуемся интегральным преобразованием Лапласа по времени t

$$\tilde{T}_i(p, x) = \int_0^{\infty} \exp(-pt) T(t, x) dt. \quad (23)$$

Подстановка (23) в (18)–(20) с учетом (22) приводит к

$$\frac{d^2 \tilde{T}_g}{dx^2} - q_g^2 \tilde{T}_g = 0, \quad 0 \leq x \leq l_g, \quad (24)$$

$$\frac{d^2 \tilde{T}_s}{dx^2} - q_s^2 \tilde{T}_s = -\frac{A\beta I_0}{2p\kappa_s} \exp(\beta x), \quad -l \leq x \leq 0, \quad (25)$$

$$\frac{d^2 \tilde{T}_b}{dx^2} - q_b^2 \tilde{T}_b = 0, \quad -(l + l_b) \leq x \leq -l, \quad (26)$$

где $q_i^2 = p/\chi_i$; $i = g, s, b$.

Выражения

$$\begin{aligned} \tilde{T}_g(p, x) &= \tilde{T}_s(p, 0) \frac{\text{sh}[q_g(l_g - x)]}{\text{sh}(l_g q_g)}, \\ \tilde{T}_b(p, x) &= \tilde{T}_s(p, -l) \frac{\text{sh}[q_b(x + l + l_b)]}{\text{sh}(q_b l_b)} \end{aligned} \quad (27)$$

являются решениями (24) и (26), учитывающими граничные условия (6). Решение уравнения (25), полученное методом вариации постоянных, имеет вид

$$\begin{aligned} \tilde{T}_s(p, x) &= \gamma_1 \exp(q_s x) + \gamma_2 \exp(-q_s x) \\ &\quad - \frac{A\beta I_0 \exp(\beta x)}{2\kappa_s(\beta^2 - q_s^2)p}. \end{aligned} \quad (28)$$

Подставляя выражения для γ_1 и γ_2 , найденные из условия (21), формулу (28) можно написать в виде

$$\begin{aligned} \tilde{T}_s(p, x) &= \left[\frac{\Delta_1(p)}{q_s \Delta(p)} \exp(q_s x) - \frac{\Delta_2(p)}{q_s \Delta(p)} \exp(-q_s x) \right. \\ &\quad \left. + \exp(\beta x) \right] \frac{A\beta I_0}{2\kappa_s p (q_s^2 - \beta^2)}. \end{aligned} \quad (29)$$

Здесь использованы следующие обозначения:

$$\begin{aligned} \Delta(p) &= (\beta_g \beta_b + 1)(\exp(-q_s l) - \exp(q_s l)) \\ &\quad - (\beta_g + \beta_b)(\exp(q_s l) + \exp(-q_s l)); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta_1(p) &= (q_s \beta_g + \beta \beta_b) \exp(q_s l) + (\beta + q_s \beta_g \beta_b)(\exp(q_s l) \\ &\quad - \exp(-\beta l)) + (\beta \beta_g + q_s \beta_b) \exp(-\beta l); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta_2(p) &= (\beta - q_s \beta_g \beta_b)(\exp(-\beta l) - \exp(-q_s l)) \\ &\quad + (\beta \beta_g - q_s \beta_b) \exp(-\beta l) - (q_s \beta_g - \beta \beta_b) \exp(-q_s l); \end{aligned}$$

$$\beta_i = c_i \text{cth}(l_i q_i); \quad c_i = \frac{\kappa_i}{\kappa_s} \sqrt{\frac{\chi_s}{\chi_i}}; \quad i = g, b.$$

Для вычисления $T(t, x)$ в образце необходимо выполнить обратное преобразование Лапласа из (29), т. е. вычислить интеграл

$$\begin{aligned} T_s(t, x) &= \frac{A\beta I_0}{2\kappa_s 2\pi i} \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} \frac{\exp(pt)}{p(q_s^2 - \beta^2)} dp \left[\frac{1}{q_s} \frac{\Delta_1(p)}{\Delta(p)} \right. \\ &\quad \left. \times \exp(q_s x) - \frac{\Delta_2(p)}{q_s \Delta(p)} \exp(-q_s x) + \exp(\beta x) \right]. \end{aligned} \quad (30)$$

Для вычисления интегралов с первыми двумя слагаемыми используем теорему о свертке, для чего представим их в виде

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} f_{1(i)}(p) f_{2(i)}(p) \exp(pt) dp, \quad (31)$$

где

$$f_{1(1)}(p) = \frac{\exp(-q_s|x|)}{q_s}, \quad f_{1(2)}(p) = \frac{\exp[-(l-|x|)q_s]}{q_s},$$

$$f_{2(1)}(p) = \frac{\Delta_1(p)}{\Delta(p)(q_s^2 - \beta^2)p}, \quad f_{2(2)}(p) = \frac{\Delta_2(p) \exp(q_s l)}{\Delta(p)(q_s^2 - \beta^2)p}$$

для соответствующих слагаемых. Функции (см., например, [20])

$$f_{1(1)}(\tau) = \left(\frac{\chi}{\pi\tau}\right)^{1/2} \exp\left(-\frac{|x|^2}{4\chi\tau}\right),$$

$$f_{1(2)}(\tau) = \sqrt{\frac{\chi}{\pi\tau}} \exp\left(-\frac{(l-|x|)^2}{4\chi\tau}\right), \quad (32)$$

$$f_{2(1)}(t) = \frac{1}{\beta^2} [\exp(\chi\beta^2 t) \psi(p_1) - \psi_1(0)],$$

$$f_{2(2)}(t) = \frac{1}{\beta^2} [\exp(\chi\beta^2 t) \varphi(p_1) - \varphi_1(0)] \quad (33)$$

являются результатом интегрирования по $f_{1(i)}(p)$ и $f_{2(i)}(p)$, где

$$p_1 = \chi\beta^2, \quad \psi(p_1) = \lim_{p \rightarrow p_1} \frac{\Delta_1(p)}{\Delta(p)},$$

$$\varphi(p_1) = \lim_{p \rightarrow p_1} \frac{\Delta_2(p) \exp(q_s l)}{\Delta(p)},$$

$$\psi_1(0) = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{\Delta_1(p)}{\Delta(p)}, \quad \varphi_1(0) = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{\Delta_2(p) \exp(q_s l)}{\Delta(p)}.$$

Вычисления $\psi(p_1)$ и $\varphi(p_1)$ выполняются легко, однако при вычислении $\psi_1(0)$ и $\varphi_1(0)$ необходимо соблюдать известную осторожность, а именно раскладывать числители и знаменатели по степеням q_s и ограничиваться первыми не исчезающими членами. Тогда получим, что

$$\psi(p_1) = \frac{\beta B_1}{B}, \quad \psi_1(0) = -\frac{B_{01}}{2B_{00}},$$

$$\varphi(p_1) = 0, \quad \varphi_1(0) = -\frac{B_{02}}{2B_{00}},$$

$$B = (1 + \beta_{og}\beta_{ob}) \operatorname{sh}(-\beta l) - (\beta_{og} + \beta_{ob}) \operatorname{ch}(\beta l),$$

$$B_{00} = c_g c_b l + c_g l_b \sqrt{\frac{\chi_s}{\chi_b}} + c_b l_b \sqrt{\frac{\chi_s}{\chi_g}}, \quad (34)$$

$$B_1 = (1 + \beta_{og}\beta_{ob}) \operatorname{ch}(\beta l) + (\beta_{og} + \beta_{ob}) \operatorname{sh}(\beta l), \quad (35)$$

$$B_{01} = c_g c_b (1 + \exp(-\beta l))$$

$$+ c_b l_g \beta \sqrt{\frac{\chi_s}{\chi_g}} + c_g \sqrt{\frac{\chi_s}{\chi_b}} \beta l_b \exp(-\beta l), \quad (36)$$

$$B_{02} = c_g c_b (1 - \exp(-\beta l))$$

$$+ \beta l_g c_b \sqrt{\frac{\chi_s}{\chi_g}} + c_g \beta l_b \sqrt{\frac{\chi_s}{\chi_b}} \exp(-\beta l),$$

$$\beta_{og} = c_g \operatorname{cth} \left(\beta l_g \sqrt{\frac{\chi_s}{\chi_g}} \right),$$

$$\beta_{ob} = c_b \operatorname{cth} \left(\beta l_b \sqrt{\frac{\chi_s}{\chi_b}} \right). \quad (37)$$

С учетом (32), (33) окончательное выражение для ТП среды можно записать в виде

$$T_s(t, x) = \frac{A I_0}{2\beta\kappa_s} \left[\exp(\beta x) (\exp(\chi_s \beta^2 t) - 1) + \exp(\chi_s \beta^2 t) \frac{\beta B_1}{B} I_1 + \frac{B_{01} I_2}{2B_{00}} - \frac{B_{02} I_3}{2B_{00}} \right]. \quad (38)$$

Здесь использованы обозначения

$$I_1 = \left(\frac{\chi_s}{\pi}\right)^{1/2} \int_0^t \frac{\exp\left(-\frac{|x|^2}{4\chi_s \tau}\right) - \chi_s \beta^2 \tau}{\sqrt{\tau}} d\tau, \quad (39)$$

$$I_2 = \sqrt{\frac{\chi_s}{\pi}} \int_0^t \frac{\exp\left(-\frac{|x|^2}{4\chi_s \tau}\right)}{\sqrt{\tau}} d\tau;$$

$$I_3 = \sqrt{\frac{\chi_s}{\pi}} \int_0^t \frac{\exp\left(-\frac{(l-|x|)^2}{4\chi_s \tau}\right)}{\sqrt{\tau}} d\tau. \quad (40)$$

Результаты численного расчета, проведенного для эбонита (параметры геометрии и коэффициенты теплопроводности при $T = 300$ К приведены в разделе 2, а другие величины при той же температуре имеют значения $\rho_g = 1.29 \text{ kg/m}^3$, $\rho_b = 7700 \text{ kg/m}^3$,

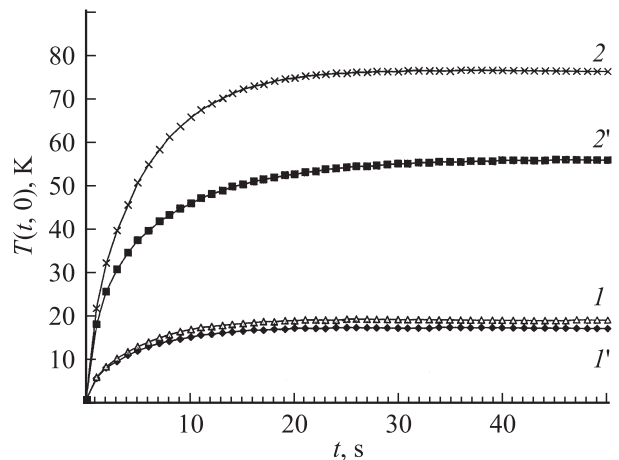


Рис. 3. Временная зависимость температуры на границе эбонит–воздух ($x = 0$) в ФА камере при $I_0 = 0.5$ и 2 W/cm^2 для линейной (1, 2) и нелинейной моделей (1' и 2').

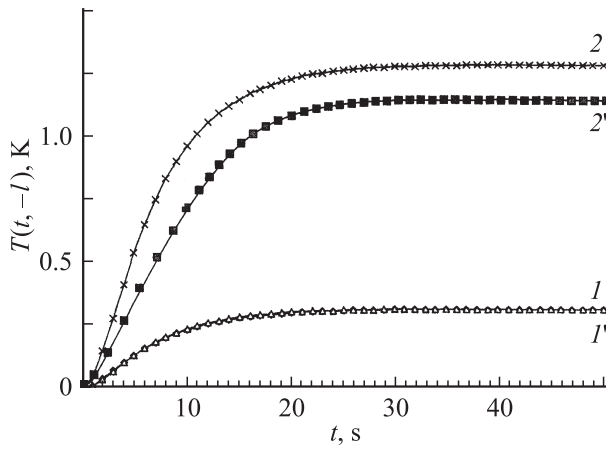


Рис. 4. Зависимость возмущения температуры на границе раздела подложка-образец ($x = -l$) от времени в ФА камере. Параметры соответствуют рис. 3.

$\rho_s = 1200 \text{ kg/m}^3$, $C_{pg} = 1008 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$, $C_{pb} = 460 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$, $C_{ps} = 1319.2 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$ [17]) при двух значениях I_0 проиллюстрированы на рис. 3 и 4 (кривые 1 и 2 соответственно). Как и следовало ожидать, с течением времени реализуется переход ТП в стационарное состояние, что и наблюдается на рисунках. Однако эти результаты справедливы лишь в линейном приближении, когда теплофизические параметры среды, газа и подложки являются постоянными.

4. Нестационарное температурное поле. Нелинейная модель

Сильно поглощающие среды, находящиеся в ФА камере и подвергающиеся воздействию лазерного луча, даже при сравнительно невысоком ($\sim 1 \text{ W/cm}^2$) значении интенсивности получают значительное количество тепла. При этом существенно повышается температура среды и начинает проявляться влияние температурной зависимости теплофизических величин на параметры ФА спектра исследуемой системы. Нестационарное температурное поле в этом случае может быть определено из решения системы нелинейных уравнений теплопроводности (3)–(5) для всех слоев ФА камеры. В этой системе уравнений должны быть учтены температурные зависимости плотности, теплоемкости и теплопроводности этих слоев. Очевидно, что эти зависимости определяются индивидуальными физическими свойствами конкретных систем и для каждого конкретного случая требуется отдельный анализ.

Как и выше, будем интересоваться трехслойной системой воздух–эбонит–сталь, температурные зависимости для коэффициентов теплопроводностей которых определялись в разделе 2. Поскольку коэффициент теплового расширения твердых тел $\approx 10^{-6} \text{ 1/K}$, то уменьшением плотности образца и подложки с ростом температуры можно пренебречь, т.е. $\rho_s(T) = \rho_s(T_0)$

и $\rho_b(T) = \rho_b(T_0)$. Из-за того, что объем той части камеры, которая заполняется газом, является строго фиксированным, плотность газа остается постоянной $\rho_g = \rho(T_0)$. Температурный коэффициент теплоемкости воздуха [17] определяется величиной $\delta_{1g} = 0.19 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ при $C_{pg}(300 \text{ K}) \approx 1008 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$. Результаты расчета зависимости W от t при различных значениях I_0 (рис. 4, кривые 1 и 2), проведенные в предыдущем разделе, показали, что происходит лишь незначительный нагрев подложки и, следовательно, величину C_{pb} можно принять постоянной. Зависимость C_{ps} от T для эбонита определялась из зависимостей $\kappa(T)$ и $\chi(T)$, приведенных в виде графика в [18], и оказалось, что $C_{ps}(300 \text{ K}) \approx 1319 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$ и $\delta_{1s} = 15.7 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ в интервале температур 300–360 К. Учет этих факторов и подстановка (1) в (3), (4) приводит к системе уравнений

$$(1 + \delta_{1g} T_g) \frac{\partial T_g}{\partial t} = \chi_g^{(0)} \frac{\partial}{\partial x} \left[(1 + \delta_{2g} T_g) \frac{\partial T_g}{\partial x} \right], \quad 0 \leq x \leq l_g, \quad (41)$$

$$(1 + \delta_{1s} T_s) \frac{\partial T_s}{\partial t} = \chi_s^{(0)} \frac{\partial}{\partial x} \left[(1 + \delta_{2s} T_s) \frac{\partial T_s}{\partial x} \right] + \frac{A\beta I_0 \exp(\beta x)}{2\rho_s C_p}, \quad -l \leq x \leq 0, \quad (42)$$

$$\frac{\partial T_b}{\partial t} = \chi_b^{(0)} \frac{\partial^2 T_b}{\partial x^2}, \quad -(l + l_b) \leq x \leq -l, \quad (43)$$

которые решаются численно методом разностных схем. На рис. 3 и 4 (кривые 1' и 2') показаны зависимости температур $\Theta = T_s(0, t)$ освещаемой поверхности эбонита и $W = T_s(-l, t)$ поверхности раздела образец–подложка от времени при двух значениях I_0 . Видно, что наличие температурной зависимости теплофизических величин уменьшает равновесное значение температуры, что согласуется с выводами третьего раздела, и в связи с этим несколько ускоряет выход ТП системы на стационарное состояние. Из сравнения этих двух графиков видно, что во всем временном интервале $\Theta/W \approx 30\text{--}50$, т.е. нагрев поверхности подложки, контактирующей с образцом, значительно меньше по сравнению с нагревом поверхности образца, облучаемой греющим лучом. Эта оценка очень важна при создании нелинейной теории ФА эффекта, поскольку позволяет ограничиться линейным приближением в уравнении (5).

Заключение

В настоящей работе в линейном случае получены точные выражения, описывающие нестационарное температурное поле для одномерной модели трехслойной фотоакустической ячейки. Кроме того, численно решена эта же задача для нелинейного случая, когда теплофизические величины всех слоев внутри ФА ячейки являются функциями температуры. Получено точное решение

нелинейной стационарной задачи. Обнаружено, что благодаря тепловой нелинейности зависимость температуры освещаемой поверхности образца от интенсивности греющего луча с ростом интенсивности постепенно переходит от линейного закона к степенному. Показано, что нагрев поверхности подложки, контактирующей с сильно поглощающим и низко теплопроводящим образцом, как минимум, на порядок меньше, чем нагрев облучаемой поверхности образца. Последний факт важен, так как при построении нелинейной теории ФА эффекта для сильнопоглощающих сред в подобной геометрии роль подложки можно не учитывать.

Авторы глубоко благодарны А. А. Карабутову, В. В. Проклову, В. И. Миргородскому и А. Д. Филатову за полезные советы и плодотворные обсуждения результатов настоящей работы.

Список литературы

- [1] *Егерев С.В., Лямиев Л.М., Пученков О.В.* // УФН. 1990. Т. 160. Вып. 9. С. 111–154.
- [2] *Mandelis A.* // Physics Today. 2000. N 8. P. 29–34.
- [3] *Панкратов Н.А.* // Оптический журн. 1994. Т. 61. № 5. С. 3–13.
- [4] *Мадвалиев У.* // ЖТФ. 1980. Т. 50. Вып. 4. С. 880–882.
- [5] *Муратиков К.Л., Глазов А.Л.* // ЖТФ. 2001. Т. 71. Вып. 6. С. 110–115.
- [6] *Лукьянов А.Ю., Погорелко А.А.* // ЖТФ. 2002. Т. 72. Вып. 4. С. 72–77.
- [7] *Муратиков К.Л., Глазов А.Л., Роуз Д.Н.* и др. // Письма в ЖТФ. 2002. Т. 28. Вып. 9. С. 48–57.
- [8] *Гусев В.Э., Карабутов А.А.* Лазерная оптоакустика. М.: Наука, 1991. 304 с.
- [9] *Rajakarunanyake Y.N., Wickramasinghe H.K.* // Appl. Phys. Lett. 1986. Vol. 48. N 3. P. 218–220.
- [10] *Wang C., Li P.* // J. Appl. Phys. 1993. Vol. 49. N 9. P. 5713–5717.
- [11] *Mandelis A., Salnik A., Opsal J.* et al. // J. Appl. Phys. 1999. Vol. 85. N 3. P. 1811–1821.
- [12] *Gusev V., Mandelis A., Bleiss R.* // Mater. Scienc. Engin. 1994. Vol. B26. P. 111–119.
- [13] *Rosencwaig A., Gersho A.* // J. Appl. Phys. 1976. Vol. 47. N 1. P. 64–69.
- [14] *McDonald F.A., Wetsel G.C., jr.* // 1978. Vol. 49. N 4. P. 2313–2322.
- [15] *McDonald F.A., Wetsel G.C., jr.* // Phys. Acoustics / Ed. W.P. Mason, R.N. Thurston. Acad. Press., 1988. Vol. 18. P. 168–277.
- [16] *Gurevich Y., Logvinov G., Rivera de Luis Nino* et al. // Rev. Sci. Instrum. 2003. Vol. 74. N 1. P. 441–443.
- [17] Физические величины. Справочник / Под ред. И.С. Григорьева, Е.З. Мейлихова. М.: Энергоатомиздат, 1991. 1232 с.
- [18] *Васильев Л.Л., Танаева С.А.* Теплофизические свойства пористых материалов. Минск, 1971. 278 с.
- [19] *Басов Н.Г., Бойко В.А., Крохин О.Н.* и др. // ЖТФ. 1968. Т. 38. Вып. 11. С. 1973–1975.
- [20] *Карслоу Г., Егер Д.* Теплопроводность твердых тел. М.: Наука, 1964. 488 с.