

02;07

Гистерезисная зависимость некоторых спектральных компонент фемтосекундного импульса при его распространении в нелинейной среде

© Д.К. Скрипов, В.А. Трофимов

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова,
119992 Москва, Россия
e-mail: vatro@cs.msu.su

(Поступило в Редакцию 8 июля 2003 г.)

На основе компьютерного моделирования, базирующегося на одномерных нелинейных уравнениях Максвелла, исследуется изменение частоты, обладающей максимальной спектральной интенсивностью на выделенном временном интервале, от амплитуды воздействующего фемтосекундного импульса. Показана возможность реализации гистерезисной зависимости указанной частоты от амплитуды. Анализ проводится в рамках оптически толстого слоя для среды с насыщающейся возвращающей силой.

Введение

Как известно, фемтосекундная оптика находит все большее приложение в различных областях науки и техники. Малая длительность таких импульсов, например, позволяет изучать различные сверхбыстрые процессы. Однако она же приводит к специфическим зависимостям взаимодействия оптического импульса со средой, которые ранее не наблюдались. Примером этого может служить зависимость спектра электромагнитной волны в среде от абсолютной фазы фемтосекундного импульса на входе в нелинейную среду. Этот эффект, в частности, обнаружен в [1] на основе непосредственного решения нелинейных уравнений Максвелла. В [2] экспериментально продемонстрировано влияние абсолютной фазы на динамику воздействия фемтосекундного импульса на среду.

Другая важная для практики зависимость проявляется в возможности гистерезисной зависимости частоты, имеющей максимальную спектральную интенсивность, от амплитуды воздействующего сигнала. В оптически тонком случае данный эффект описан в [3,4]. В настоящей работе исследуется возможность реализации подобных зависимостей в толще среды.

Основные уравнения

Распространение фемтосекундного импульса вдоль оси z рассмотрим в рамках одномерных безразмерных уравнений Максвелла относительно электрического $E(z, t)$ и магнитного $H(z, t)$ полей с насыщающейся возвращающей силой при расчете поляризации среды $P(z, t)$

$$\begin{aligned} \frac{\partial H}{\partial z} &= -\frac{\partial D}{\partial t}, & \frac{\partial E}{\partial z} &= -\frac{\partial H}{\partial t}, \\ D &= E + 4\pi P, & -L_i < z \leq L_z, & \quad 0 < t \leq L_t, \\ \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} + \delta \frac{\partial P}{\partial t} + \frac{P}{1 + \left(\frac{P}{P_0}\right)^n} &= \alpha E(z, t), & z \geq 0. \end{aligned} \quad (1)$$

При этом считаем, что нелинейная среда расположена правее сечения $z = 0$. Следовательно, $P = 0$ при $z < 0$.

Выше z — пространственная координата, L_i — длина области до границы нелинейной среды, L_z — продольный размер нелинейной среды, t — безразмерное время, L_t — его максимальное значение. Коэффициент δ характеризует затухание поляризации среды; α — величина, пропорциональная дипольному моменту атома или молекулы. В выбранной нормировке переменных частота линейного осциллятора равна 1. Параметр P_0 введен для удобства проведения компьютерного моделирования. Значение параметра n положим равным $n = 4$, что соответствует взаимодействию поля с диполем [5]. Подчеркнем, что выбор потенциала в виде функции с насыщением достаточно широко встречается в литературе, в частности, в [6] для описания процесса взаимодействия лазерного излучения с молекулой используется представление дипольного момента в виде $re^{-\frac{r}{r_0}}$. Важно также отметить, что ниже рассматривается воздействие таких световых полей, которые не приводят к ионизации атома.

Начальные и граничные условия для (1) задаются в виде

$$\begin{aligned} E|_{z=-L_i} &= H|_{z=-L_i} = P|_{t=0} = \frac{\partial P}{\partial t}|_{t=0} = 0, \\ E|_{t=0} &= E_0(z), & H|_{t=0} &= H_0(z), \end{aligned} \quad (2)$$

в которых начальное распределение электрического поля световой волны задается вне области нелинейной среды (в линейной среде) на отрезке $[-L_i, 0]$ в виде треугольного импульса

$$\begin{aligned} E(0, z) &= E_0(z) \\ &= \begin{cases} E_0(z) \cos(\omega(z + 0.5L_i)), \\ E_0(z) = E_0 \cdot (1 - |1 + 2z/L_i|), & -L_i \leq z < 0, \\ 0, & 0 \leq z < L_z, \end{cases} \\ H_0(z) &= E_0(z). \end{aligned} \quad (3)$$

Выбор начального распределения магнитного поля H , равного электрическому полю, обеспечивает в однородной среде распространение электромагнитной волны в положительном направлении оси z . В (3) параметр ω — частота „наполнения“ (несущая частота) падающего импульса. Будем рассматривать импульс, полностью заполняющий линейную среду $z < 0$, тогда L_i — его характерная длительность. Параметр E_0 — амплитуда импульса. Выбор формы воздействующего импульса обусловлен целью данной работы: для треугольной формы импульса наиболее ярко наблюдаются зависимости, связанные с реализацией оптической бистабильности (ОБ), и такие импульсы широко используются в соответствующей литературе.

Для получения зависимости спектрального отклика среды от мгновенной амплитуды воздействующего треугольного импульса будем использовать следующий алгоритм. Проведем разбиение времени воздействия импульса $[0, L_i]$ на M равных интервалов длиной T ($t_k = kT$, $k = 0-M$, $L_i = M \cdot T$), на каждом из которых $[t_k, t_{k+1}]$ вычисляется фурье-образ электрической индукции

$$D_k(\omega, z) = \frac{1}{T} \int_{t_k}^{t_k+T} D(t+z, z) e^{-i\omega(t-t_k)} dt, \quad (4)$$

$$k = 0-(M-1).$$

Причем $D(t, z)$ берется на интервале $t \in [z+t_k, z+t_k+T]$. Это обусловлено тем, что некоторая часть переднего фронта импульса вследствие инерционности отклика среды распространяется со скоростью, равной 1 (линейный предвестник), и соответственно в сечении z импульс начинается в момент времени $t = z$. Поэтому изменение импульса на входе в среду в момент времени t достигнет сечения z в момент времени $t+z$.

Соответственно обратное преобразование имеет вид

$$D(t+z, z) = \int_{-\infty}^{\infty} D_k(\omega, z) e^{i\omega(t-t_k)} d\omega, \quad t \in [t_k, t_{k+1}]. \quad (5)$$

В численных экспериментах вместо (4), (5) используется быстрое дискретное преобразование Фурье. При этом интенсивность спектральной моды определяется как квадрат модуля соответствующей амплитуды гармоники

$$I_k(\omega, z) = |D_k(\omega, z)|^2. \quad (6)$$

Так как для последнего интервала формулы (4) часть интервала, соответствующего $k = M-1$, а именно $[L_i, L_i+z]$, находится вне рассматриваемой области по времени, то $D(t+z, z)$ в (4) берется на интервале $L_i - T \leq t+z \leq L_i$, т.е. интервал фурье-преобразования сдвигается на z в сторону нуля до его попадания в расчетную область по времени. Это оказывает малое

влияние на результат моделирования по нескольким причинам. Во-первых, после прохождения импульса в конце расчетной области имеют место колебания поляризации, которые являются малыми по амплитуде и практически постоянными по частоте и амплитуде. Во-вторых, сдвиг по времени на z мал по сравнению с длиной отдельного k -го отрезка. В-третьих, в численных экспериментах на нескольких последних интервалах значение рассматриваемой максимальной частоты не изменяется. Заметим также, что описываемые в работе зависимости проявляются в окрестности центра воздействующего импульса.

Следует подчеркнуть, что подобный анализ „мгновенного“ спектрального состояния какого-либо сигнала широко используется в теории обработки сигналов [7]. Для этого вдоль сигнала перемещается „окно“ с заданным размером и анализируется его спектральный состав в пределах данного окна. В нашем случае эти окна располагаются во времени друг за другом, не перекрываясь (за исключением предпоследнего и последнего интервалов с учетом сделанного выше замечания).

Отметим также, что соответствующие разностные схемы и выбор численного метода для рассматриваемых задач изложен в [8].

Результаты компьютерного моделирования

Очевидно, что из-за нелинейности среды происходит генерация новых спектральных линий различной интенсивности. Следовательно на каждом временном интервале и в заданном сечении среды может присутствовать несколько спектральных линий с центральными частотами $\omega_{k,m}$ (индекс k — означает соответствующий временной интервал, а индекс m обозначает локальный спектральный максимум на данном временном интервале). При переходе от одного временного интервала к другому и по мере распространения импульса в среде эти спектральные максимумы могут смещаться, исчезать, а также могут изменяться их амплитуды. Как следствие этого, изменяется частота, которой соответствует на данном временном интервале и в заданном сечении среды максимум спектральной интенсивности. Поэтому в численных экспериментах выбирается частота, которая на большинстве отрезков времени в сечении z обладает максимальной спектральной интенсивностью: реализуется „глобальный“ спектральный максимум. На тех же нескольких интервалах, где максимум спектральной интенсивности достигается существенно на другой частоте, выбирается соответствующее значение для частоты „глобального“ спектрального максимума.

Результаты выполненных расчетов представлены ниже на рисунках в виде зависимостей частоты ω_k

$$\omega_k = \max_{\omega} I_k(\omega, z), \quad k = 0-(M-1) \quad (7)$$

от усредненной на данном интервале амплитуды внешнего воздействия

$$A_{\text{ext}} = (E_0|_{z=-t_{k+1}} + E_0|_{z=-t_k})/2. \quad (8)$$

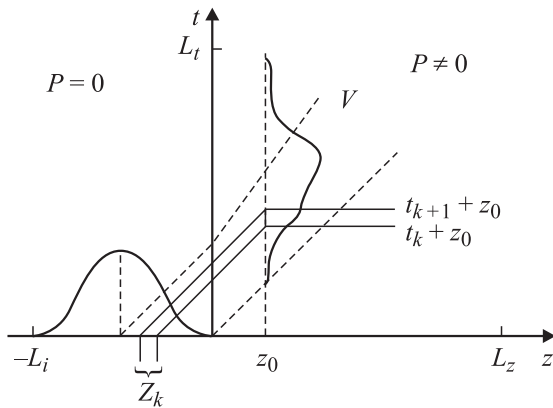


Рис. 1. Схема соответствия индукции электрического поля в среде и входной напряженности электрического поля при расчете зависимостей частоты, имеющей максимальную спектральную яркость, от амплитуды падающего излучения.

Для наглядности соответствие электрической индукции и начального распределения электрического поля схематично показано на рис. 1. Так как отклик среды нестационарен и нелинеен, то скорость его распространения во введенных обозначениях иллюстрируется

изменением наклона линии, вдоль которой происходит распространение волны.

Для удобства на рис. 2–4 стрелками показано направление изменения времени. При этом увеличение A_{ext} соответствует переднему фронту импульса, а ее уменьшение — заднему фронту импульса. Так как нестационарность отклика среды также может существенно трансформировать гистерезисные зависимости, то на рис. 2–4 также представлены расчеты, выполненные для распространения фемтосекундного импульса в линейной нестационарной среде.

Представленные рисунки соответствуют различным случаям возбуждения среды. Так, при взаимодействии оптического излучения со средой, соответствующей параметрам рис. 2, имеет место слабое возбуждение среды и ее вклад с электрическую индукцию достаточно мал. Как следствие этого, от среды отражается около 5% энергии падающего излучения, а остальная энергия импульса проходит через границу нелинейной среды. В этом случае зависимость частоты, имеющей максимальную спектральную яркость, от входной амплитуды светового импульса становится неоднозначной (рис. 2, c). Для линейного нестационарного отклика (рис. 2, d) такая зависимость

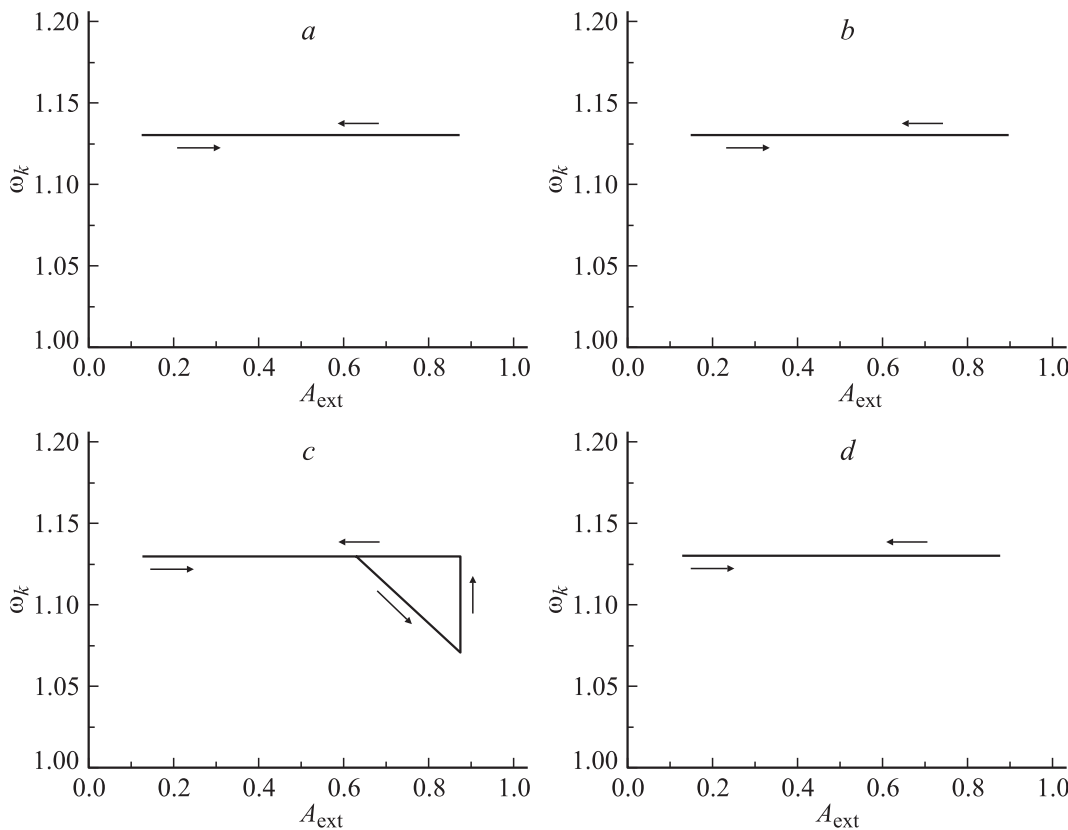


Рис. 2. Реализация гистерезисных петель частоты гармоники, имеющей максимальную спектральную интенсивность от усредненной амплитуды треугольного импульса при его распространении в нелинейной (a, c) и линейной (b, d) средах, в сечениях среды $z \sim 0, 1, 2$ (a, b); 4, 6 (c, d) при $\alpha = 0.01, \omega = 1.1, \delta = 10^{-3}, P_0 = 0.15, E_0 = 1, L_i = L_z = L_r = 800, T = 100$. Коэффициент отражения по энергии в случае нелинейного распространения равен 4.7%, а для линейного случая соответственно — 5.1%.

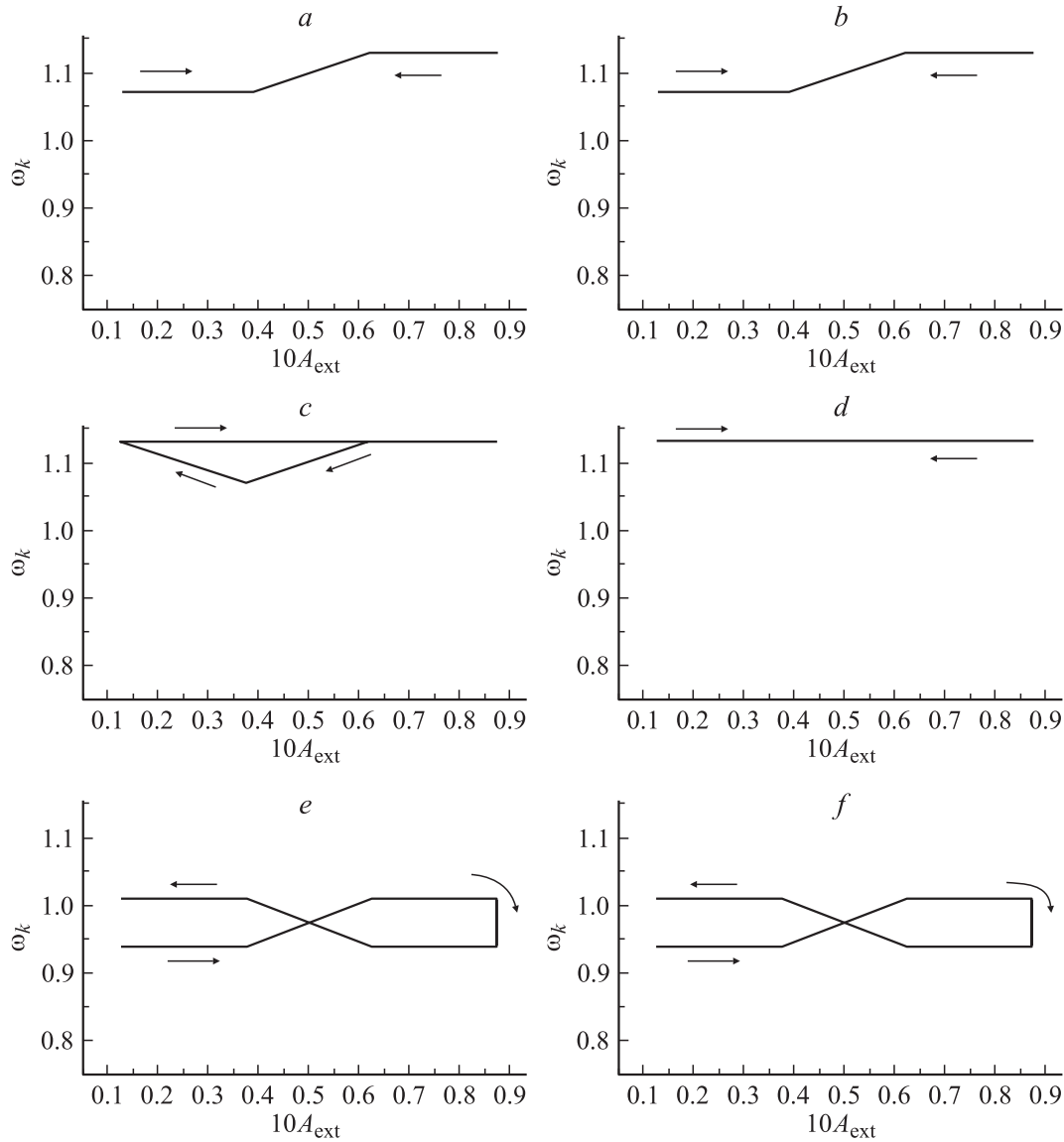


Рис. 3. Реализация гистерезисных петель частоты гармоника, имеющей максимальную спектральную интенсивность от усредненной амплитуды треугольного импульса при его распространении в нелинейной (*a, c, e*) и линейной (*b, d, f*) средах, в сечениях среды $z \sim 0$ (*a, b*); 1 (*c, d*); 2 (*e, f*) и $\alpha = 0.2$, $\omega = 1.1$, $\delta = 10^{-3}$, $P_0 = 0.1$, $E_0 = 0.1$, $L_i = L_z = L_t = 800$, $T = 100$. Коэффициент отражения по энергии равен 99.7%.

отсутствует. Важно также подчеркнуть, что до сечения среды $z = 4$ имеет место однозначная зависимость частоты с максимальной спектральной яркостью от амплитуды внешнего воздействия.

В случае сильного возбуждения среды (рис. 3, 4), когда большая часть энергии отражается от нелинейной среды, имеет место более сложная зависимость ω_k от амплитуды внешнего воздействия. Для практики важно отметить, что при неизменных значениях остальных параметров существенную роль играет длительность воздействующего импульса, что иллюстрируют рис. 3, 4. Их сравнение наглядно показывает, что увеличение длительности импульса в 2 раза приводит к качественному изменению зависимости частоты, обладающей

максимальной спектральной яркостью, от амплитуды внешнего воздействия. При этом для рассмотренного случая взаимодействия с ростом длительности импульса влияние нестационарности процесса на частоту ω_k преобладает над нелинейностью. Так, если на рис. 3, *c* присутствует четко выделенная неоднозначная зависимость ω_k от амплитуды внешнего воздействия, то на рис. 4 подобной четко выраженной зависимости, отличной от случая линейного нестационарного отклика, нет.

Также необходимо отметить несколько важных закономерностей. Во-первых, рассмотренные гистерезисные зависимости существенно зависят от формы падающего на среду импульса. Так, для гауссова импульса за счет значительно более сильной генерации высокочастотных

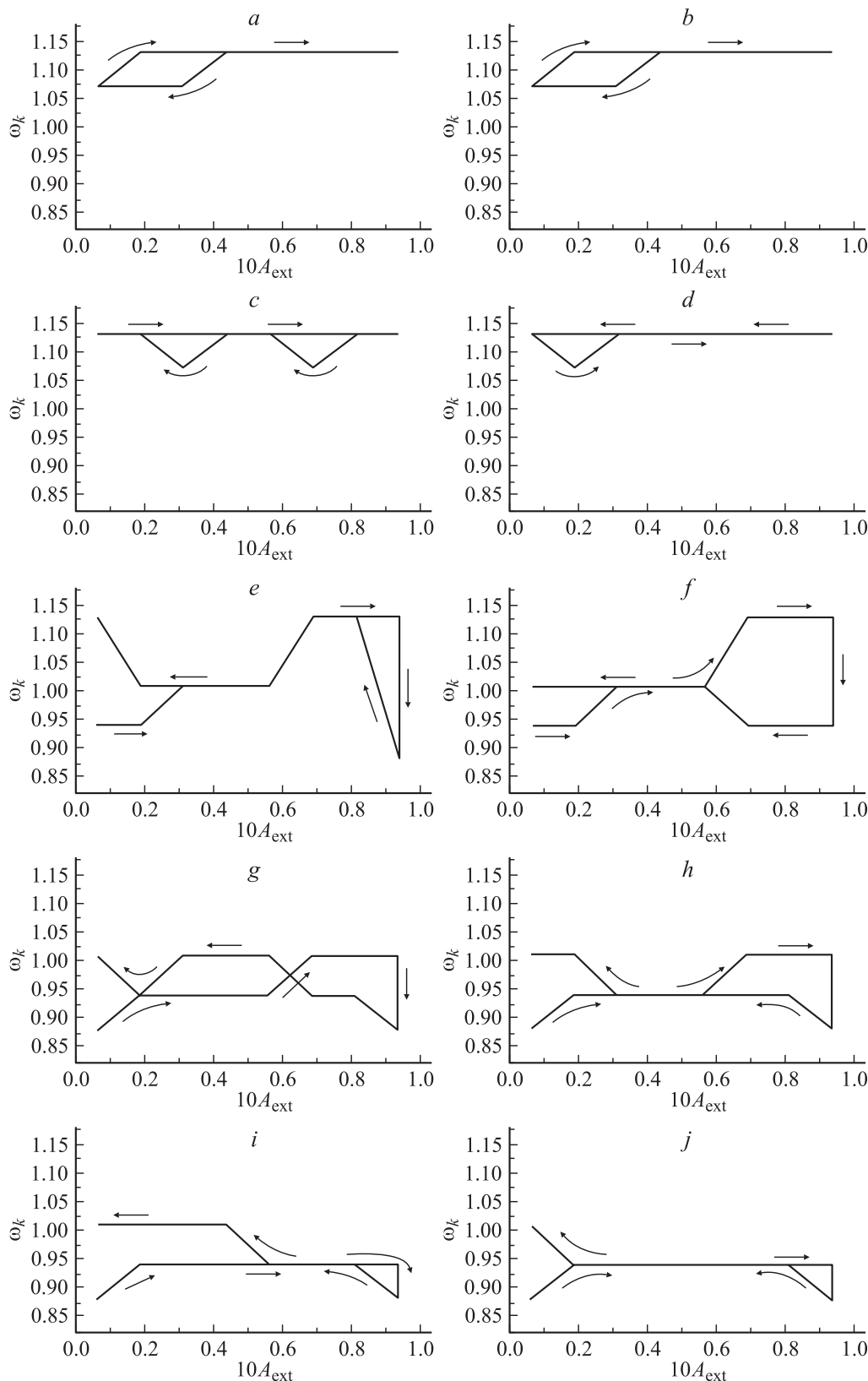


Рис. 4. Реализация гистерезисных петель частоты гармоники, имеющей максимальную спектральную интенсивность от усредненной амплитуды треугольного импульса при его распространении в нелинейной (*a, c, e, g, i*) и линейной (*b, d, f, h, j*) средах, в сечениях среды $z \sim 0$ (*a, b*); 1 (*c, d*); 2 (*e, f*); 4 (*g, h*); 6 (*i, j*) и $\alpha = 0.2$, $\omega = 1.1$, $\delta = 10^{-3}$, $P_0 = 0.1$, $E_0 = 0.1$, $L_i = L_z = L_t = 1600$, $T = 100$. Коэффициент отражения по энергии равен 99.7%.

компонент на переднем фронте импульса и преобладания низкочастотных компонент на заднем фронте замкнутые гистерезисные петли в проведенных расчетах отсутствовали. При этом при уменьшении длительности гауссова импульса генерация высокочастотных компонент усиливается. Во-вторых, при большей отстройке частоты воздействующего импульса от частоты линейного резонанса системы для параметров, соответствующих полученным гистерезисным петлям, эти гистерезисные зависимости исчезают. При этом отклик среды становится либо существенно нелинейным (т.е. перестает быть похожим на отклик линейной системы), либо начинает совпадать с линейным откликом в рамках рассмотрения эволюции гармоник с максимальной спектральной яркостью при сдвиге „окна“ вдоль области расчета.

Выводы и замечания

Таким образом, при нелинейном распространении фемтосекундного импульса в толще среды может реализоваться гистерезисная зависимость частоты, обладающей максимальной спектральной интенсивностью, от амплитуды воздействующего импульса. Однако в отличие от оптически тонкого слоя ее реализация в этом случае более сложная. Существенное влияние на появление гистерезисной зависимости оказывают уровень возбуждения среды, нестационарность процесса и отстройка несущей частоты от частоты линейного резонанса. Наблюдать описанные выше зависимости, на наш взгляд, возможно в физических экспериментах, выполненных по методике [2], когда будут иметь место различия в выходе химической реакции либо фотоэлектронов различной энергии на переднем и заднем фронтах импульсов. Использование свойств нелинейной среды также позволяет в процессе воздействия на нее формировать ее отклик на разных спектральных частотах с их различными интенсивностями и, как следствие этого, формировать в самой же химически активной среде последовательность импульсов различной частоты (на переднем и заднем фронтах импульсов) и управлять химической реакцией по предложенной в [6] методике.

Список литературы

- [1] Скрипов Д.К., Трофимов В.А. // Письма в ЖТФ. 2001. Т. 27. Вып. 14. С. 6–10.
- [2] Paulus G.G. et al. // Technical Digest of IQEC2002. Moscow, 2001. P. 231.
- [3] Trofimov V.A., Skripov D.K. // Program and Abstract on 2^d Conf. „Superstrong fields in Plasma-2001“. Varenna (Italy), 2001. P. 8.
- [4] Скрипов Д.К., Трофимов В.А. // ЖТФ. 2003. Т. 73. Вып. 3. С. 69–73.
- [5] Гладков С.М., Коротеев Н.И. // УФН. 1990. Т. 160. № 7. С. 105–145.
- [6] Korolkov M.V., Manz J., Paramonov G.K. // Chemical Phys. 1997. Vol. 217. P. 341–374.

- [7] Чуи К. Введение в вэйвлеты / Пер. с англ. Я.М. Жилейкина. М.: Мир, 2001. 406 с.
- [8] Скрипов Д.К., Трофимов В.А. // Волоконно-оптические технологии, материалы и устройства. 2000. № 3. С. 82–92.