

01;08

Резонансная дестабилизация микроволнового индуцированного излучения фононов в акустическом квантовом генераторе (фазере) при периодической модуляции накачки

© Д.Н. Маковецкий

Институт радиофизики и электроники им. А.Я. Усикова НАН Украины,
61085 Харьков, Украина
e-mail: makov@ire.kharkov.ua

(Поступило в Редакцию 31 октября 2002 г. В окончательной редакции 16 июля 2003 г.)

Экспериментально обнаружены два качественно различных типа резонансной дестабилизации фононного индуцированного излучения (ИИ) в условиях периодической модуляции многомодового рубинового фазера, генерирующего в области частот 9 GHz (частота электромагнитной накачки 23 GHz). При глубокой модуляции накачки в низкочастотном диапазоне (частота модуляции $\omega_m = 70\text{--}200$ Hz) наблюдается быстрое хаотическое чередование микроволновых фононных мод ИИ. Указанная область дестабилизации соответствует релаксационному резонансу в оптических лазерах. Вне области релаксационного резонанса (при $\omega_m \approx 10$ Hz) обнаружен второй тип резонансной дестабилизации стационарного фононного ИИ, который приводит к формированию очень медленных регулярных самоперестроек микроволновых спектров ИИ. Период этих самоорганизованных движений очень сильно зависит от ω_m и изменяется на несколько порядков при вариации ω_m всего лишь на несколько процентов. Предлагается интерпретация второго типа резонансной дестабилизации ИИ, основанная на антифазовом механизме межмодового энергообмена в модулированном фазере.

Введение

Возможность наблюдения фононного индуцированного излучения (ИИ) в активированных кристаллах теоретически рассматривалась еще в 1960-х годах [1,2], различные новые механизмы фононного ИИ обсуждаются и в настоящее время (см., например, [3]). Экспериментально фононное ИИ было впервые обнаружено и исследовано в работах [4–8] на диэлектрических кристаллах, легированных парамагнитными ионами группы железа. Эффект ИИ в этих работах наблюдался в виде квантового парамагнитного усиления когерентного потока микроволновых фононов (гиперзвука) при инверсии населенностей спиновых уровней, переходы между которыми разрешены для спин-фононного взаимодействия. Этот эффект можно рассматривать как акустический аналог [9] мазерного усиления электромагнитных микроволновых колебаний (с учетом определенных особенностей нелинейных процессов в каналах сигнала и накачки [10–13]).

В то же время природа механизма квантовой генерации микроволновых акустических колебаний, экспериментально обнаруженных в [14,15], на протяжении длительного времени оставалась невыясненной. По сути тут сказывалась своеобразная инерция — стремление провести такую же аналогию [16] между акустическим квантовым генератором (фазером) и электромагнитным мазерным генератором, которая имеет место для соответствующих усилителей.

В работах [11,17,18] при экспериментальном исследовании микроволнового акустического ИИ в кристаллах $\text{Ni}^{2+}:\text{Al}_2\text{O}_3$ и $\text{Cr}^{2+}:\text{Al}_2\text{O}_3$ было показано, что процессы

фазерной генерации гораздо ближе к тем процессам, которые реализуются в оптических лазерах, а не в мазерных генераторах микроволнового диапазона. Действительно, длина гиперзвуковых волн в акустическом резонаторе Фабри–Перо (АРФП) составляет приблизительно $1\text{--}3\ \mu\text{m}$ (т.е. отвечает длине волны электромагнитного излучения в ближнем инфракрасном диапазоне). При этом добротность АРФП Q_C , как и добротность электромагнитных резонаторов во многих лазерах, достигает больших значений $Q_C \approx 10^5\text{--}10^6$ [11,17,18] (естественно, лишь при температурах жидкого гелия, когда нерезонансное затухание гиперзвука невелико). В результате для акустических квантовых генераторов, работающих в автономном режиме, экспериментально зарегистрированные спектры ИИ [11,15,17] в ряде случаев очень напоминают те, что наблюдаются в многомодовых твердотельных лазерах класса В (для которых $\tau_1 \gg \tau_C \gg \tau_2$, где τ_1 и τ_2 — соответственно времена продольной и поперечной релаксации активных центров, τ_C — время жизни полевых возбуждений в резонаторе).

Однако есть и принципиальное отличие акустического квантового генератора от оптического лазера, касающееся интенсивности собственных квантовых шумов (спонтанного излучения) J_{spont} . Поскольку скорость гиперзвука v_u на 5 порядков меньше, чем скорость света, то при длине гиперзвуковой волны $1\text{--}3\ \mu\text{m}$ частота ИИ в фазере Ω лежит в диапазоне $\Omega \approx 3\text{--}10$ GHz [12,18,19], т.е. на 5 порядков ниже, чем в лазере. Соответственно относительный уровень спонтанной компоненты излучения в фазере на ≈ 15 порядков меньше, чем в лазере (из-за того, что J_{spont} возрастает как Ω^3). По сути это

позволяет рассматривать фазер как детерминированную динамическую систему практически во всем доступном для исследований диапазоне интенсивностей ИИ. Указанное обстоятельство имеет решающее значение при изучении движений в системах со сложным, стратифицированным фазовым пространством. Как известно, мультипликативные шумы (к числу которых относятся и спонтанное излучение в нелинейной активной среде) весьма нетривиальным образом влияют на поведение динамических систем [19], что приводит, например, к огрублению топологии фазового пространства [20] и т. п.

Ранее нами было экспериментально обнаружено [21] многократное динамическое сужение спектров ИИ в нелинейном АРФП, вызванное резонансной дестабилизацией межмодового энергообмена, что приводит к качественным изменениям топологии фазового пространства, не связанным с шумовыми эффектами. Дальнейшее исследование этой микроволновой детерминированной системы в составе неавтономного фазерного генератора позволило обнаружить еще более неожиданное ее свойство — медленные крупномасштабные ламинарные самоперестройки спектров ИИ, напоминающие автоволновые движения [18,22]. Детальное изложение полученных экспериментальных результатов и их теоретическая интерпретация и составляет предмет данной работы.

1. Эксперимент

1.1. Микроволновой акустический резонатор Фабри–Перо, активные центры, гиперзвуковой преобразователь. Эксперименты были выполнены нами на рубиновом фазере [11,21,23] при периодической модуляции мощности накачки P в области низких и сверхнизких частот (НЧ и СНЧ), а именно в диапазоне $\omega_m/2\pi = 1 \text{ Hz} - 3 \text{ kHz}$, где ω_m — частота модуляции (далее делитель 2π в подобных выражениях будем опускать). Твердотельный АРФП, изготовленный из монокристалла розового рубина $\text{Al}_2\text{O}_3:\text{Cr}^{3+}$, имеет форму цилиндра с диаметром $d_C = 2.6 \text{ mm}$ и длиной $L_C = 17.6 \text{ mm}$. Торцевые поверхности цилиндра выполнены плоскими и параллельными с оптической точностью — они являются акустическими зеркалами для гиперзвуковых волн. Кристаллографическая ось рубина третьего порядка \mathcal{O}_3 совпадает с геометрической осью АРФП \mathcal{O}_C . Атомная концентрация ионов Cr^{3+} составляет $C_a = 1.3 \cdot 10^{19} \text{ cm}^{-3}$ (т. е. $\approx 0.03\%$). Все измерения были выполнены при температурах $T = 1.8 - 4.2 \text{ K}$.

Расстояние между продольными акустическими модами АРФП при частотах гиперзвука в окрестности $\Omega = 9.1 \text{ GHz}$ для указанного выше значения L_C составляет $\Delta\Omega_N^0 \equiv \Omega_N^{(0)} - \Omega_{N-1}^{(0)} = 310 \text{ kHz}$. Здесь $\Omega_N^{(0)}$ — частота N -й моды АРФП в „холодном“ режиме, т. е. при $P = 0$. Частоты излучаемого гиперзвука, т. е. частоты мод фоннного ИИ $\Omega_N \approx \Omega_N^{(P)}$ в „горячем“ режиме (при $P > P_g$, где P_g — мощность накачки,

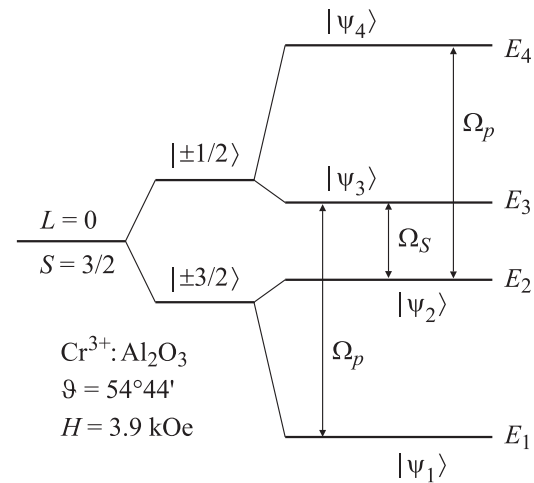


Рис. 1. Схема энергетических уровней активных центров Cr^{3+} в рубиновом фазере.

при которой возникает возбуждение фазерной генерации), лежат вблизи 9.12 GHz в соответствии с частотой $\Omega_S = \Omega_{32} \equiv \hbar^{-1}[E_3(H) - E_2(H)]$ инвертированного спинового перехода активных центров $E_3 \leftrightarrow E_2$ в статическом магнитном поле $H \approx H_0$. Таким образом, частота Ω_S отвечает вершине линии акустического парамагнитного резонанса (АПР), совмещенной по магнитному полю с двумя линиями электронного парамагнитного резонанса (ЭПР) накачки. Величина H_0 определяется частотой Ω_P микроволнового поля накачки, которое одновременно насыщает спиновые переходы $E_1 \leftrightarrow E_3$ и $E_2 \leftrightarrow E_4$, причем $\Omega_P = \Omega_{31} = \Omega_{42} \gg \Omega_S$, где $\Omega_{31} = \hbar^{-1}[E_3(H_0) - E_1(H_0)]$, $\Omega_{42} = \hbar^{-1}[E_4(H_0) - E_2(H_0)]$ (рис. 1). Символами $|\psi_i\rangle$ обозначены волновые функции, принадлежащие энергетическим уровням E_i основанного спинового квадруплета (спин $S = 3/2$, орбитальное квантовое число $L = 0$) иона Cr^{3+} в кристаллическом поле рубина. Поскольку это поле имеет тригональную симметрию, то все E_i и $|\psi_i\rangle$ зависят лишь от $H \equiv |\mathbf{H}|$ и азимутального угла ϑ между \mathbf{H} и \mathcal{O}_3 [24].

На одно из зеркал АРФП нанесена тонкая (с толщиной приблизительно $0.5 \mu\text{m}$) текстурированная пьезоэлектрическая пленка ZnO с подслоем Al толщиной $0.1 \mu\text{m}$ (обе пленки были получены методом вакуумного испарения). Ось текстуры перпендикулярна по отношению к зеркалу АРФП. Пленка ZnO является главной компонентой двунаправленного гиперзвукового преобразователя, предназначенного для конверсии микроволнового фоннного поля в электромагнитное поле и обратно. Так, фоннное ИИ, возникающее внутри АРФП, возбуждает электромагнитные колебания в пленке ZnO , а соответствующий электромагнитный сигнал может быть зарегистрирован обычными методами микроволновой техники. С другой стороны, возбуждая пленку ZnO снаружи электромагнитными волнами с частотой Ω_S , мы инжектируем в АРФП гиперзвуковые

волны с той же частотой, причем $\lambda_u^{(S)} \approx 3.3 \cdot 10^{-4} \lambda_e^{(S)}$ (где $\lambda_u^{(S)}$ — длина волны продольного гиперзвука в нашей системе, $\lambda_u^{(S)} \approx 1 \mu\text{m}$; $\lambda_e^{(S)}$ — длина электромагнитной волны, имеющей ту же частоту, что и гиперзвук, $\lambda_e^{(S)} \approx 3 \text{cm}$).

1.2. Инверсионные состояния активных центров и условия самовозбуждения фоновой генерации. Инверсионные спиновые состояния активных центров Cr^{3+} формируются, как было отмечено выше, микроволновым электромагнитным полем накачки. Частота источника накачки Ω_P может перестраиваться в пределах 22–25 GHz, т.е. длина волны накачки $\lambda_e^{(P)}$ лежит в диапазоне 1.25 cm. Максимальная мощность накачки достигает $P = P^{(\text{full})} = 12 \text{mW}$ при $\Omega_P \approx 23 \text{GHz}$. Поле накачки через дифракционный элемент связи возбуждается в цилиндрическом электромагнитном объемном резонаторе накачки типа H_{011} , имеющем собственную частоту $\Omega_{CP}^{(0)} = 23.0 \text{GHz}$, добротность $Q_{CP} \approx 8 \cdot 10^3$ и геометрическую длину, совпадающую с длиной АРФП L_C .

Рубиновый АРФП размещается внутри указанного резонатора накачки вдоль его оси. Если $P = 0$, а величина и направление \mathbf{H} лежат вне области АПР, то поглощение гиперзвука, инжектированного в АРФП, определяется следующими двумя факторами: 1) нерезонансным объемным затуханием гиперзвука η_{vol} (сюда включаются и потери на боковых поверхностях АРФП); 2) потерями гиперзвука на зеркалах АРФП η_{mirr} .

Если при $P = 0$ величина и направление \mathbf{H} находятся в области АПР, т.е. выполняется $\mathbf{H} \approx \mathbf{H}_0$, то к указанным двум механизмам потерь добавляется третий — резонансное парамагнитное поглощение гиперзвука, очень сильно зависящее от частоты инжектированного сигнала и от расстройки магнитного поля относительно вершины линии АПР [25].

Наконец, при $\mathbf{H} \approx \mathbf{H}_0$ и при включении накачки наблюдается уменьшение резонансного парамагнитного поглощения гиперзвука. Если при дальнейшем увеличении P удастся перейти в область, где парамагнитное поглощение становится отрицательным (т.е. достигаются положительные значения коэффициента инверсии $K(P, \mathbf{H})$), то происходит частичная или полная компенсация непарамагнитных потерь гиперзвука в АРФП. Полная компенсация потерь (т.е. самовозбуждение фазерной генерации) возникает сначала на той моде (обозначим ее частоту как Ω_1), которая лежит ближе всего к центру инвертированной линии АПР и для которой соответственно раньше всех других мод выполняется условие

$$\frac{1}{Q_{\text{vol}}^{(1)}} + \frac{1}{Q_{\text{mirr}}^{(1)}} + \frac{1}{Q_{\text{magn}}^{(1)}} < 0, \quad (1)$$

где $Q_{\text{vol}}^{(1)} = k_1/\eta_{\text{vol}}$, $Q_{\text{mirr}}^{(1)} = k_1/\eta_{\text{mirr}}$, $k_1 = \Omega_1/v_u$, а $Q_{\text{magn}}^{(1)}$ — отрицательная (при $K > 0$) магнитная „добротность“ этой первой моды, выходящей в область генерации.

Указанная „добротность“ определяется следующим образом:

$$Q_1 = -k_1/\alpha_1(P, \mathbf{H}, \Omega_1) \equiv -k_1[K(P, \mathbf{H})\sigma(\mathbf{H}, \Omega_1)]^{-1}, \quad (2)$$

где α_1 — положительный (при $K(P) > 0$) коэффициент квантового усиления гиперзвука для рассматриваемой моды, σ — коэффициент парамагнитного поглощения гиперзвука при $P = 0$.

Выражение для σ имеет следующий вид [25, с. 283]:

$$\sigma_{mn} = \frac{2\pi^2 C_a v^2 g(v) |\Phi_{mn}|^2}{(2S+1)\rho' v_u^3 k_B T}, \quad (3)$$

где $v = \Omega/2\pi$, $g(v)$ — форм-фактор линии АПР; ρ' — плотность кристалла; k_B — постоянная Больцмана; Φ_{mn} — параметр связи спинового перехода $E_m \leftrightarrow E_n$ с гиперзвуковой волной, имеющей заданное направление распространения и поляризацию.

Форм-фактор линии АПР нормирован на единицу

$$\int_0^\infty g(v) dv = 1, \quad (4)$$

а матричный элемент Φ_{mn} для продольной гиперзвуковой волны, распространяющейся вдоль оси рубина \mathcal{O}_3 , определяется следующим образом (ось \mathcal{O}_3 параллельна оси координат z):

$$\begin{aligned} \Phi_{mn} &= \frac{\partial}{\partial \varepsilon_{zz}} \langle \psi_m | \hat{\mathcal{H}} | \psi_n \rangle \\ &= \frac{G_{33}}{2} (3 \langle \psi_m | \hat{S}_z^2 | \psi_n \rangle - S(S+1) \langle \psi_m | \psi_n \rangle), \end{aligned} \quad (5)$$

где ε_{zz} — компонента тензора упругих деформаций, $\hat{\mathcal{H}}$ — гамильтониан спин-фононного взаимодействия [6,9], G_{33} — компонента тензора спин-фононного взаимодействия в обозначениях Фогта [6], \hat{S}_z — проекция векторного оператора спина на ось z .

Для оценки Φ_{mn} используем экспериментально полученное значение $G_{33} = 5.8 \text{cm}^{-1} = 1.16 \cdot 10^{-15} \text{erg}$ и волновые функции для перехода $E_3 \leftrightarrow E_2$ ионов Cr^{3+} в тригональном кристаллическом поле рубина, вычисленные в работе [24] на основе экспериментальных данных по ЭПР. При $H = 3.92 \text{kOe}$ и при направлении \mathbf{H} под углом $\vartheta = \vartheta_{\text{symm}}$ по отношению к оси z , где $\vartheta_{\text{symm}} = \arccos(1/\sqrt{3}) = 54^\circ 44'$, из (5) находим $\Phi_{mn} \approx 10^{-15} \text{erg}$. Выбор $\vartheta = \vartheta_{\text{symm}}$, продиктован условиями так называемого симметричного (или пушпульного) режима накачки [24]. Этот режим реализуется благодаря указанному выше равенству $E_4 - E_2 = E_3 - E_1$ (рис. 1), которое имеет место при $\vartheta = \vartheta_{\text{symm}}$ и дает возможность получить наиболее эффективную инверсию на сигнальном переходе $E_3 \leftrightarrow E_2$ спиновой системы. В итоге из (3) при $\nu_S = 9.1 \text{GHz}$, $g(\nu_S) = 10^{-8} \text{s}$, $C_a = 1.3 \cdot 10^{19} \text{cm}^{-3}$, $\rho' = 4 \text{g/cm}^3$, $v_u = 1.1 \cdot 10^6 \text{cm/s}$, $T = 1.8 \text{K}$ получаем $\sigma \approx 0.04 \text{cm}^{-1}$.

Нагруженная акустическая добротность $Q_C^{(0)}$ рубинового АРФП (с пьезопленкой) была измерена нами эхо-импульсным методом на частотах $\Omega = 9.0\text{--}9.2\text{ GHz}$. При $\mathbf{H} = 0$, $P = 0$ было получено $Q_C^{(0)} \approx (5.2 \pm 0.4) \cdot 10^5$ для всех продольных акустических мод, лежащих в указанном диапазоне частот. Отсюда находим $\eta \equiv \eta_{\text{vol}} + \eta_{\text{mitr}} = \Omega/Q_C^{(0)} v_u \approx 0.1\text{ cm}^{-1}$.

Имеет место очевидное соотношение между σ , η и пороговым значением $\alpha = \alpha_g$, при котором начинается генерация, а именно

$$\alpha_g = \eta = K_g \sigma, \quad (6)$$

где K_g — критическое значение коэффициента инверсии K на переходе $E_3 \leftrightarrow E_2$.

Подставляя в (6) $\sigma \approx 0.04\text{ cm}^{-1}$ и $\eta \approx 0.1\text{ cm}^{-1}$, находим $K_g \approx 2.5$, что с запасом обеспечивается пушпульной схемой накачки рубина, где достигается $K_{\text{max}} \approx 3.3$ для наших условий эксперимента.

1.3. Режим свободной генерации. Поскольку частотная ширина линии АПР Γ_{32} на спиновом переходе $E_3 \leftrightarrow E_2$ составляет $\approx 100\text{ MHz}$, а межмодовое расстояние — всего $\approx 300\text{ kHz}$, то даже при сравнительно небольшом превышении порога накачки одномодовое ИИ сменяется многомодовым. В случае $\Omega_p = \Omega_{CP}^{(0)} = 23.0\text{ GHz}$, $H = H_0 = 3.92\text{ kOe}$ свободная многомодовая генерация фононов наблюдается уже при $P \geq 50\text{ }\mu\text{W}$. Если $\Delta_H \equiv H - H_0 \neq 0$, то выполнение условия $K > K_g$ требует, естественно, более интенсивной накачки (P_g может возрасти на 1–2 порядка), что обеспечивается достаточным запасом мощности источника накачки.

Установление свободной генерации при скачкообразном включении накачки происходит в колебательном режиме. Частота этих затухающих колебаний ω_R (так называемая релаксационная частота [26]) для нашей системы лежит в области НЧ [27–29] ($\omega_R \approx 130\text{ Hz}$ при $H = H_0$).

В установившемся свободном многомодовом режиме работы фазера общее количество мод не превышает трех десятков даже при $P = P^{(\text{full})} \gg P_g$, т.е. максимальная ширина спектра автономной генерации ($30 \times 310\text{ kHz} \approx 10\text{ MHz}$) на порядок меньше, нежели Γ_{32} , что объясняется хорошо известным механизмом Тэнга–Статца–Демарса (исчерпанием источников питания для конкурирующих мод) [26]. При отсутствии расстройок по магнитному полю свободная генерация близка к стационарной (интегральная интенсивность J_Σ многомодового ИИ, которая регистрируется гиперзвуковым преобразователем на одном из зеркал АРФП, практически не зависит от времени).

В случае малых расстройок по магнитному полю $|\Delta_H| \leq 3\text{ Oe}$ величина J_Σ также практически стационарна. Лишь при увеличении $|\Delta_H|$ до $\approx 30\text{ Oe}$ интегральная интенсивность фононного ИИ J_Σ слабо осциллирует, что связано с мелкомасштабными эффектами перестройки

или разрушения небольшой части мод ИИ [18]. В нестационарных фононных микроволновых спектрах (ФМС) при $|\Delta_H| \geq 30\text{ Oe}$ возникают также и селективные расщепления мод свободной генерации.

Эти расщепления, как правило, составляют единицы или (значительно реже) десятки кГц, что намного меньше по сравнению с $\Delta\Omega_N \approx 300\text{ kHz}$, количество расщепленных мод не превышает 1–2 (максимум 3) даже при $|\Delta_H| \approx 100\text{ Oe}$, а интенсивности таких мод значительно ниже, чем для нерасщепленных мод. Указанная тонкая структура мод ИИ в режиме свободной генерации носит пульсирующий характер, причем плавно изменяются не только амплитуды спектральных компонент, но и их положения на оси частот (в пределах тех же величин порядка 10 kHz). Исключение составляют лишь узкие окна в наборах управляющих параметров $\{P, \Delta_H, \dots\}$, где возникает каскадное спонтанное разрушение расщепленных мод ИИ, приводящее к мелкомасштабной фононной турбулентности [18]. В большинстве же случаев свободная генерация в рубиновом фазере может быть охарактеризована как близкая к стационарной даже при расстройках $|\Delta_H| \approx 100\text{ Oe}$.

1.4. Резонансная дестабилизация фононного ИИ в области НЧ резонанса. Ситуация изменяется при модуляции накачки в области $\omega_m = \omega_R \approx 10^2\text{ Hz}$, где реализуется ярко выраженный нелинейный НЧ резонанс [27–29]. При малой глубине периодической модуляции накачки наблюдаются колебания интегральной интенсивности фононного ИИ $J_\Sigma(t)$, синхронные с периодом внешней силы $J_\Sigma(t) = J_\Sigma(t + \tau_m)$, где $\tau_m = 2\pi/\omega_m$. С повышением коэффициента модуляции накачки k_m происходят удвоения периода $J_\Sigma(t)$ по сценарию Фейгенбаума $J_\Sigma(t) = J_\Sigma(t + 2^f \tau_m)$, где величина $f = f(k_m)$ последовательно принимает значения $f = 1, 2, 3, \dots$, сгущающиеся ($f \rightarrow \infty$) в окрестности некоторой критической точки $k_m = k_m^{(\text{cr})}$. Дальнейшее повышение коэффициента модуляции ($k_m > k_m^{(\text{cr})}$) переводит фазер в режим детерминированного хаоса [27,29]. При жестком возбуждении генерации в фазере с периодически модулированной накачкой (например, с помощью дополнительного импульса гиперзвука, инжектированного в АРФП извне) наблюдается мультистабильность ИИ (ветвление периодических и/или хаотических режимов генерации, сопровождаемое гистерезисом) [28]. Наконец, столкновение странного аттрактора с неустойчивым многообразием, отделяющим вышележащую периодическую ветвь, вызывает так называемые кризисы (скачкообразные изменения области притяжения аттрактора, сопровождаемые перестройкой его структуры) [28,29].

Однако все эти явления регистрировались в [27–29] исключительно путем измерения $J_\Sigma(t)$. Более подробная информация о процессах дестабилизации фазера периодической силой содержится в микроволновых спектральных характеристиках фононного ИИ. Обнаружено, что вместо небольших плавных пульсаций амплитуд и ча-

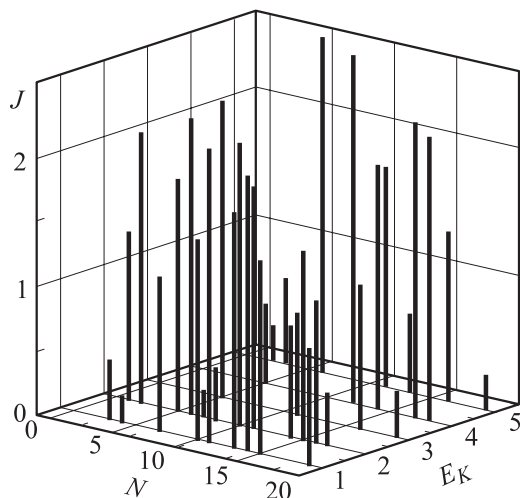


Рис. 2. Эволюция спектров фононного ИИ в области НЧ резонанса при $\omega_m = 137$ Hz. Интервал между последовательными зарегистрированными этапами эволюции E_k составляет приблизительно 1 s.

стот спектральных составляющих ИИ (столь характерных для режима свободной генерации) при увеличении коэффициента модуляции наблюдается скачкообразное чередование мод ИИ, которое охватывает весь спектр генерации (рис. 2). В некоторых случаях интенсивность наиболее мощных спектральных компонент неавтономной генерации на два порядка превышает интенсивность максимальной (центральной) компоненты ИИ автономного фазера. Показанный на рис. 2 (в дискретизированном времени) пример эволюции спектра ИИ демонстрирует реальный вид той сложной картины движений в спин-фононной системе акустического квантового генератора, которая скрывается за такой интегральной характеристикой, как $J_\Sigma(t)$. Аналогичные эволюционные последовательности ФМС были получены нами и при модуляции магнитного поля.

Среднее время жизни микроволновых фононных мод в режиме, показанном на рис. 2, составляет десятые доли секунды, перегруппировка мод осуществляется нерегулярным образом, распределение мод не повторяется и т.п. — такая хаотическая эволюция спектров ИИ оказалась типичной для всей области $\omega_m = 70$ –200 Hz, где ранее наблюдалась резонансная НЧ дестабилизация фазерной генерации и соответственно хаотические колебания $J_\Sigma(t)$ [27–29].

1.5. Резонансная дестабилизация фононного ИИ в области СНЧ резонанса. Качественно иной, ламинарный характер дестабилизации ИИ мы обнаружили в этой же системе при СНЧ ($\omega_m \approx 10$ Hz) модуляции накачки или магнитного поля. В противоположность к области НЧ резонанса этот СНЧ резонанс характеризуется необычно высокой степенью коррелированности спектральных движений. При точной настройке частоты модуляции на ω_m вершину линии обнаруженного СНЧ резонанса ω_λ и при высоком

коэффициенте модуляции (близком к 100%) наблюдается резкое сужение ФМС примерно в четыре раза, так что в ФМС остается не более 6–7 мод фононного ИИ.

После введения небольшой расстройки по частоте модуляции накачки $\Delta_\lambda \equiv \omega_m - \omega_\lambda$ эти узкие спектры ИИ демонстрируют регулярные самоперестройки с весьма характерными особенностями. Период самоперестроек ФМС $\tau_d^{(\lambda)}$, как показали эксперименты, изменяется на несколько порядков при вариации Δ_λ в интервале не более 1 Hz. При этом оказалось, что период $\tau_d^{(\lambda)}$ несоизмерим с периодом внешней силы $\tau_m \equiv 2\pi/\omega_m$ (т.е. частота $\omega_d^{(\lambda)} \equiv 2\pi/\tau_d^{(\lambda)}$ в общем случае не является гармоникой или субгармоникой частоты вынуждающей силы ω_m). Экспериментально это проявляется в неустойчивости состояний, имеющих рациональные отношения $\tau_d^{(\lambda)}/\tau_m$. Суть же наблюдаемого процесса самоперестроек ФМС заключается в периодическом (с периодом $\tau_d^{(\lambda)}$) однонаправленном смещении области генерирующих микроволновых мод (которая в типичном случае включает от 3 до 7 мод) вдоль частотной оси, если $\omega_m \approx \omega_\lambda$.

Примечательно, что локализация каждой моды на частотной оси остается практически неизменной (если не принимать во внимание динамические эффекты высших порядков, обусловленные возникновением нестационарной тонкой структуры спектров ИИ [23]), изменяется лишь положение спектрального участка с активными (излучающими) модами. Таким образом, последовательное воспламенение новых мод АРФП на одном краю ФМС сопровождается погасанием приблизительно такого же количества мод на противоположном краю ФМС. Подобное движение продолжается вплоть до полного прекращения ИИ на некотором финишном участке оси микроволновых частот. После относительно непродолжительного периода рефрактерности (т.е. полного отсутствия ИИ) указанный процесс глобальных самоперестроек спектра повторяется снова, начиная от той же стартовой позиции на оси частот. Период этих однонаправленных спектральных движений $\tau_d^{(\lambda)}$ остается неизменным, если не изменяется набор управляющих параметров. На экране спектроанализатора описанная выше эволюция спектра ИИ выглядит как периодическое движение некоторого модового кластера. Типичные последовательности спектров ИИ в области СНЧ резонанса ($\omega_\lambda = 9.79$ Hz) при $\Delta_\lambda = -0.23$ Hz и в отсутствие расстройки спин-системы по статическому магнитному полю H показаны на рис. 3.

Мгновенный набор мод ИИ формирует кластер определенной ширины, которая мало изменяется в процессе указанного движения. В то же время набор конкретных мод ИИ, которые образуют кластер, постоянно чередуется (рис. 3). Как можно видеть из рис. 3, самоперестройки ФМС происходят на фоне нерегулярных пульсаций интенсивностей мод ИИ. Следует отметить, что при уменьшении диапазона развертки спектроанализатора на 2–3 порядка заметными становятся также и небольшие нерегулярные движения мод ИИ вдоль оси частот, а

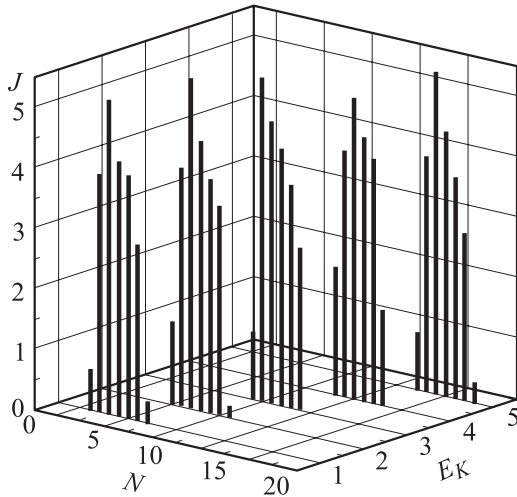


Рис. 3. То же, что и на рис. 2, но в области СНЧ резонанса при $\omega_m = 9.56$ Hz. Интервал между последовательными E_k составляет 2.5 s.

иногда также расщепления одной из этих мод (рис. 4) обычно в случае, когда интенсивность моды уже очень мала, т.е. непосредственно перед ее погасанием (из-за этого на рис. 4 столь заметны шумы регистрирующей аппаратуры). Подобные тонкие эффекты, естественно, нельзя увидеть на панорамных спектрах рис. 3 (тонкая структура ФМС в рубиновом акустическом квантовом генераторе исследована в [18,23]). В целом можно сказать, что на фоне мелкомасштабных нерегулярных процессов в акустическом квантовом генераторе с СНЧ модуляцией накачки реализуются крупномасштабные упорядоченные (ламинарные) движения спектров ИИ.

Аналогичные крупномасштабные ламинарные самоперестройки ФМС в неавтономном рубиновом фазере экспериментально наблюдались при $\Delta_\lambda = +0.23$ Hz, однако направление движения кластера было противоположным. Дальнейшие эксперименты показали, что знак производной $d\Omega_V/dt$ (здесь Ω_V — центральная частота модового кластера) строго коррелирует со знаком отклонения частоты внешней силы от резонанса: $\text{sgn}[d\Omega_V/dt] = -\text{sgn}\Delta_\lambda$. С приближением к вершине об-

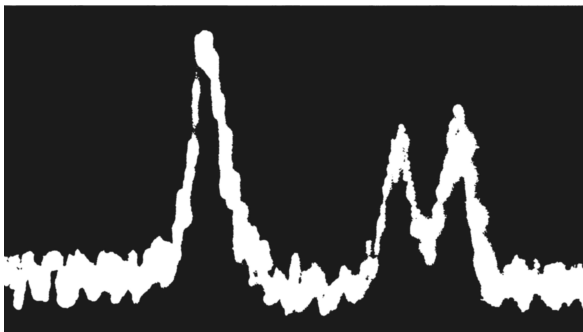


Рис. 4. Тонкая структура моды фоновой ИИ. Развертка по оси абсцисс составляет 10 kHz.

наруженного СНЧ резонанса (т.е. при $|\Delta_\lambda| \rightarrow 0$) период самоперестроек $\tau_d^{(\lambda)}$ возрастает до гигантских значений. Прямыми измерениями $\omega_d^{(\lambda)} \equiv 2\pi/\tau_d^{(\lambda)}$ было найдено, что $\inf(\omega_d^{(\lambda)}) < 10^{-4}$ Hz (один период самоперестроек достигает ≈ 3 h). Все описанные здесь эксперименты выполнялись с применением сверхтекучего гелия ($T = 1.8$ K), чтобы устранить трудности, связанные с кипением криогенной жидкости.

Аналогичный характер самоперестроек ФМС сохраняется для довольно широкого диапазона Δ_H , причем в области $|\Delta_H| < 10$ Oe даже сама величина ω_λ практически не изменяется, оставаясь близкой к 9.8 Hz. И только при дальнейшей расстройке спин-системы по магнитному полю резонансная частота ω_λ начинает заметно уменьшаться (примерно вдвое для $|\Delta_H| \approx 60$ Oe). Существенно, что при этом всегда сохраняется отмеченная выше зависимость направления движения модового кластера от расстройки по частоте модуляции: $\text{sgn}[d\Omega_V/dt] = -\text{sgn}\Delta_\lambda$.

1.6. Гармоники СНЧ резонанса. Наряду с рассмотренными выше прерывистыми режимами генерации фононов (содержащими периоды рефрактерности) наблюдались также и режимы, при которых по меньшей мере одна генерирующая мода появляется в стартовой области еще до того, как исчезнет генерация в финишной области (т.е. на частотной оси некоторое время могут находиться сразу два узких модовых кластера, виртуальные вершины которых V_1 и V_2 движутся в одном направлении и с одинаковой скоростью: $d\Omega_{V1}/dt = d\Omega_{V2}/dt$). То же самое было обнаружено на первых трех четных гармониках СНЧ резонанса, т.е. при $\omega_m \approx \omega_{2s\lambda} \equiv 2s\omega_\lambda$, где $s \in \{1, 2, 3\}$ (нижние $2s\lambda$ -резонансы). Как и для фундаментального λ -резонанса ($\omega_m = \omega_\lambda$), на указанных гармониках нашего нелинейного осциллятора соответствующие периоды самоперестроек ФМС $\tau_d^{(2s\lambda)}$ несоизмеримы с периодом внешней силы $\tau_m \equiv 2\pi/\omega_m$ и возрастают до значений порядка 100 s и более, если модуль расстройки $|\Delta_L^{(2s\lambda)}| \equiv |\omega_m - \omega_{2s\lambda}|$ мал (менее 0.05–0.1 Hz). При этом опять-таки знак $d\Omega_V/dt$ (или соответственно знаки $d\Omega_{V1}/dt$ и $d\Omega_{V2}/dt$), как и для фундаментального резонанса, всегда остается противоположным по отношению к знаку $\Delta_L^{(2s\lambda)}$.

При $4 \leq s \leq 11$ частота вынуждающей силы ω_m попадает уже в область очень широкого релаксационного резонанса (доминирующего в области 70–200 Hz), описанного выше. Однако при $s > 11$, т.е. после выхода вынуждающей силы из указанной зоны резонансной дестабилизации, в наших экспериментах снова были четко зафиксированы узкополосные резонансные отклики генерирующей фазерной системы на внешнее воздействие, причем не только на частотах $\omega_{2s\lambda}$, но и на нечетных гармониках $\omega_{(2s+1)\lambda} \equiv (2s+1)\omega_\lambda$. Вид этих откликов несколько иной, чем в случае фундаментального λ -резонанса и его первых четных гармоник. Так, при $s > 11$ девиация величины Ω_V , как правило, не превыша-

ет одного-двух межмодовых расстояний (т.е. всего лишь 0.3–0.6 МГц), а сами излучающие моды испытывают глубокую периодическую автомодуляцию, достигающую 50% и более.

При $s > 11$ и расстройках ≈ 1 Нз эта автомодуляция довольно быстрая (ее период порядка секунды). По мере приближения ω_m к вершине каждого из $2s\lambda$ - или $(2s + 1)\lambda$ -резонансов (при тех же значениях $s > 11$) период автомодуляции τ_{am} , как и период полного цикла чередования мод $\tau_d^{(\lambda)}$ для фундаментальной частоты и малых четных гармоник ($s < 4$), монотонно возрастает. Наибольшие значения τ_{am} , устойчиво наблюдавшиеся при $11 < s < 20$, достигали нескольких минут. Интересно, что подобные же мерцающие режимы фононного ИИ (но с меньшими коэффициентами автомодуляции) обнаружались и на первых двух нечетных гармониках ($\omega_m \approx 3\omega_\lambda$ и $\omega_m \approx 5\omega_\lambda$), где эффект „больших“ самоперестроек отсутствует.

2. Интерпретация результатов эксперимента

Полученная совокупность экспериментальных данных для области СНЧ модуляции свидетельствует о возникновении самоорганизации в спин-фононной системе акустического квантового генератора на уровне межмодового энергообмена. Подчеркнем, что обнаруженные коллективные высокоорганизованные движения в спин-фононной системе формируются не только для каждой отдельной микроволновой акустической моды, как это обычно имеет место при стационарной многомодовой фазерной генерации, а именно на глобальном уровне, когда все моды ИИ согласованно подчиняются единому ритму, частота которого не является гармоникой или субгармоникой внешнего возмущения. Иначе говоря, если при обычной стационарной многомодовой генерации в автономной фазерной системе сосуществуют N практически независимых микроволновых осцилляторов, отвечающих каждой из мод ИИ, то при резонансном СНЧ возмущении накачки или магнитного поля вполне отчетливо наблюдается кооперативное поведение этих осцилляторов.

Наблюдавшиеся нами особенности эффекта коллективных движений в фазере указывают на их близость к процессам антифазовой динамики [30–32], обнаруженным ранее в многомодовых лазерах. В простейшем, двухмодовом режиме лазерной генерации [30] антифазовая динамика — это согласованные пульсации мод строго в противофазе (отсюда название эффекта). В N -модовых системах антифазовые движения могут иметь гораздо более сложный вид (см., например, [31,32]), но сохраняется их общая, весьма нетривиальная особенность — когерентные однонаправленные пульсации мод ИИ с задержкой во времени $\tau_d^{(\lambda)}/N$ для ближайших соседей.

При этом, как обнаружено в настоящей работе, межмодовый энергообмен в акустическом квантовом генераторе приводит к появлению дополнительной характерной частоты ω_λ , которая значительно меньше, чем релаксационная частота ω_R . Коллективные движения возбуждаются именно при модуляции параметров активной системы на частотах вблизи ω_λ . Так же обстоит дело и в лазерах, демонстрирующих антифазовую динамику [30–32]. Соответственно можно интерпретировать явление фононных спектральных самоперестроек как результат возникновения антифазовых состояний для ИИ в АРФП при дестабилизации пространственного распределения стационарных мод внешней силой в области $\omega_m \approx \omega_\lambda$. Более того, оценка величины ω_λ , выполненная по формулам работы [30], дает значения на порядок меньшие, чем ω_R , что также согласуется с данными наших экспериментов по неавтономной фазерной генерации.

Следует, однако, отметить, что рассмотренная выше лазерная модель нелинейной динамики микроволнового фононного ИИ (несмотря на полученные с ее помощью удовлетворительные оценки частоты ω_λ и характера модовых движений) не может адекватно описать все детали самоорганизации в фазерной системе для области СНЧ резонанса. Для более полного понимания особенностей самоорганизации в рубиновом фазере следует учесть нетривиальную иерархию спиновых резервуаров [33], определяющих специфический характер насыщения квантовых переходов в микроволновом диапазоне. По сути все нелинейности, проявляющиеся в микроволновых резонансных взаимодействиях акустического поля сигнала и электромагнитного поля накачки с электронным зеемановским резервуаром \tilde{Z}_E [33] ионов Cr^{3+} в рубине, в той или иной мере „чувствуют“ присутствие медленно релаксирующих ядер Al^{27} , что было установлено ранее в экспериментах по квантовому усилению гиперзвука [10,11,17].

Причиной этого является прямой тепловой контакт [33] между ядерным зеемановским резервуаром \tilde{Z}_N и резервуаром электронных диполь-дипольных взаимодействий \tilde{D}_E , благодаря чему и происходит взаимный обмен энергией по схеме $\tilde{Z}_E \leftrightarrow \tilde{D}_E \leftrightarrow \tilde{Z}_N$. Существенно, что теплоемкости резервуаров \tilde{Z}_N и \tilde{Z}_E имеют сопоставимые величины, хотя частота ядерного магнитного резонанса (ЯМР) (≈ 10 МГц) для Al^{27} на три порядка ниже частот ЭПР и АПР ионов Cr^{3+} при $H \approx 4$ кОе. Дело в том, что концентрация примесных парамагнитных ионов Cr^{3+} в розовом рубине составляет всего лишь сотые доли процента, поэтому на один электронный спин приходится несколько тысяч ядерных. В итоге инерционная ядерная система, хотя ее и не видно в прямых ЭПР и АПР наблюдениях, участвует во всех перераспределениях населенностей по электронным спиновым уровням (точнее, по квазинепрерывным наборам подуровней, обусловленных электронными диполь-дипольными взаимодействиями [33]).

Возвращаясь к исследуемому в настоящей работе СНЧ резонансу, можно предположить, что наблюдавшееся уменьшение его частоты при больших расстройках Δ_H связано именно с вовлечением ядерных степеней свободы в процессы межмодового энергообмена, идущего через \tilde{Z}_E и \tilde{D}_E и приводящего к самоорганизации в активной системе фазера. Действительно, наиболее характерной особенностью взаимовлияния электронной и ядерной подсистем рубина является именно сильная зависимость спиновых температур (во всех трех этих резервуарах) от расстроек в фазерной системе [10,11,17]. Следует также отметить, что влияние объединенного низкоэнергетического резервуара (НР) $\tilde{D}_E + \tilde{Z}_N$ на процессы фоновой ИИ в фазере коренным образом отличается от роли похожих резервуаров в оптических лазерах (см., например, [34]). Дело в том, что относительная теплоемкость и инерционность НР по сравнению с высокоэнергетическим резервуаром (ВР) \tilde{Z}_E для исследованной нами системы гораздо больше, чем аналогичное соотношение для CO_2 лазеров, исследованных в [34]. Это обусловлено, во-первых, тем, что на один активный центр Cr^{3+} , как уже упоминалось, приходится несколько тысяч магнитных ядер Al^{27} , „утяжеляющих“ НР, а в CO_2 лазере НР формируется в точности теми же молекулами, которые образуют и ВР (НР в этом лазере образован колебательно-вращательными степенями свободы молекул CO_2). Иначе говоря, в лазере нет аналога для резервуара \tilde{Z}_N , а есть только аналоги для \tilde{Z}_E и \tilde{D}_E . Во-вторых, и это самое главное, в рубине время релаксации НР из-за ядер гораздо больше, чем время релаксации ВР, тогда как для CO_2 лазера, исследованного в работе [34], это соотношение обратное. В результате для рубинового фазера, по-видимому, и реализуются условия вовлечения объединенного инерционного резервуара $\tilde{D}_E + \tilde{Z}_N$ в ведущие процессы самоорганизации, каковыми всегда являются самые медленные процессы.

Заключение

В работе экспериментально исследовано влияние внешней периодической силы на динамику микроволнового фоновой ИИ в фазерной системе с активным кристаллом розового рубина. Показано, что периодическая модуляция накачки при $\omega_m = 70\text{--}200$ Hz приводит к хаотизации процессов межмодового энергообмена в спин-фононной системе, что связано с резонансной дестабилизацией фазера в области его релаксационного резонанса ω_R . Ширина ФМС для этой области дестабилизации практически не изменяется. При СНЧ модуляции накачки в окрестности $\omega_m \approx \omega_\lambda \approx 10$ Hz экспериментально обнаружен качественно иной тип дестабилизации фоновой ИИ в фазере. Прежде всего здесь имеет место многократное сужение ФМС (почти в четыре раза). Вместо хаотических быстрых переключений генерирующих мод, наблюдающихся при $\omega_m \approx \omega_R$, в области указанного СНЧ резонанса устанавливается

режим самоорганизации на уровне межмодового взаимодействия (в отличие от обычной „внутримодовой“ самоорганизации, типичной для многомодовых активных систем). Самоорганизация проявляется в форме строго согласованных между собой регулярных пульсаций каждой из мод фоновой ИИ с задержкой во времени $\tau_d^{(\lambda)}/N$, что выглядит как движение модового кластера в спектральном пространстве. Время полного цикла самоперестройки очень сильно зависит от $\omega_m - \omega_\lambda$ и изменяется на несколько порядков при вариации $|\omega_m - \omega_\lambda|$ всего лишь в пределах нескольких процентов. Подобные же процессы зарегистрированы и на первых трех четных гармониках СНЧ резонанса. Для более высоких четных гармоник, а также на всех нечетных гармониках обнаружены мерцающие периодические режимы модуляции, период которых также может на несколько порядков превышать период вынуждающей силы. Приведена интерпретация полученных результатов на основе представлений об антифазовой динамике фоновой ИИ. Обсуждено влияние подсистемы магнитных ядер Al^{27} кристаллической матрицы рубина на самоперестройки спектров фоновой генерации в неавтономном фазере и, в частности, на зависимость ω_λ от магнитного поля.

Автор выражает признательность Е.Д. Маковецкому (Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина, кафедра физической оптики) и С.Д. Маковецкому (Харьковский национальный университет радиоэлектроники, факультет компьютерных наук) за неоценимую помощь в работе. Автор благодарен А.П. Королюку за интерес к исследованиям динамики акустического квантового генератора, П. Манделу (Université Libre de Bruxelles) за любезно предоставленные публикации по антифазовой динамике, а также участникам семинара академика В.М. Яковенко за ряд полезных замечаний. Работа была частично поддержана Научно-технологическим центром Украины (НТЦУ).

Список литературы

- [1] Townes C.H. // Quantum Electronics: Proc. 1st Int. Symp. New York, 1960. P. 405.
- [2] Kittel C. // Phys. Rev. Lett. 1961. Vol. 6. N 9. P. 449–451.
- [3] Лозовик Ю.Е. // УФН. 2001. Т. 71. № 12. С. 1373–1376.
- [4] Tucker E.B. // Phys. Rev. Lett. 1961. Vol. 6. N 10. P. 547–548.
- [5] Shiren N.S. // Appl. Phys. Lett. 1965. Vol. 7. N 5. P. 142–144.
- [6] Такер Э. Физическая акустика / Под ред. У. Мэсона. М.: Мир, 1969. Т. 4А. С. 63–138.
- [7] Peterson P.D., Jacobsen E.H. // Science (USA). 1969. Vol. 164. N 3883. P. 1065–1067.
- [8] Ганопольский Е.М., Маковецкий Д.Н. // ДАН СССР. 1974. Т. 217. № 2. С. 303–306.
- [9] Голенищев-Кутузов В.А., Самарцев В.В., Соловаров Н.К., Хабибулин Б.М. Магнитная квантовая акустика. М.: Наука, 1977. 200 с.
- [10] Ганопольский Е.М., Маковецкий Д.Н. // ФТТ. 1982. Т. 24. Вып. 7. С. 1960–1965.

- [11] *Маковецкий Д.Н.* Автореф. канд. дис. Харьков: ФТИНТ АН УССР, 1984. 22 с.
- [12] *Маковецкий Д.Н., Ворсуй К.В.* // ЖТФ. 1991. Т. 61. Вып. 1. С. 86–90.
- [13] *Маковецкий Д.Н., Лавринович А.А., Черпак Н.Т.* // ЖТФ. 1999. Т. 69. Вып. 5. С. 101–105.
- [14] *Tucker E.B.* // Quantum Electronics. Proc. 3^d Intern. Congress / Ed. by P. Grivet, N. Bloembergen. Paris Dunod Editeur, 1964. Vol. 2. P. 1787–1800.
- [15] *Ganapolskii E.M., Makovetskii D.N.* // Solid State Commun. 1974. Vol. 15. N 8. P. 1249–1252.
- [16] *Fain B.* // Phys. Rev. B. 1982. Vol. 26. N 10. P. 5932–5940.
- [17] *Гананольский Е.М., Маковецкий Д.Н.* // ЖЭТФ. 1977. Т. 72. Вып. 1. С. 203–217.
- [18] *Makovetskii D.N.* // Physics and Engineering of Millimeter and Submillimeter Waves (MSMW-2001). Proc. 4th Intern. Symp. Kharkov, 2001. P. 762–764.
- [19] *Хорстхемке В., Лефевр Р.* Индуцированные шумом переходы. М.: Мир, 1987. 400 с.
- [20] *Pecora L.M., Carrol T.L.* // Phys. Rev. Lett. 1991. Vol. 67. N 8. P. 945–948.
- [21] *Маковецкий Д.Н.* // УФЖ. 1998. Т. 43. № 5. С. 537–539.
- [22] *Маковецкий Д.Н.* // Письма в ЖТФ. 2001. Т. 27 Вып. 12. С. 57–64.
- [23] *Маковецкий Д.Н.* // Радиофизика и электроника. 1999. Т. 4. № 2. С. 92–98.
- [24] *Сигмен А.* Мазеры. М.: Мир, 1966. 520 с.
- [25] *Альтшулер С.А., Козырев Б.М.* Электронный парамагнитный резонанс. М.: Мир, 1972.
- [26] *Tang C.L., Statz H., deMars G.* // J. Appl. Phys. 1963. Vol. 34. N 8. P. 2289–2295.
- [27] *Гананольский Е.М., Маковецкий Д.Н.* // ЖТФ. 1989. Т. 59. Вып. 10. С. 202–204.
- [28] *Гананольский Е.М., Маковецкий Д.Н.* // ЖТФ. 1992. Т. 62. Вып. 2. С. 187–190.
- [29] *Маковецкий Д.Н.* // Радиофизика и электроника. 2001. Т. 6. № 1. С. 124–134.
- [30] *Georgiou M., Mandel P., Otsuka K.* // IEEE J. Quantum Electronics. 1994. Vol. 30. N 3. P. 854–859.
- [31] *Nguyen B.A., Mandel P.* // Opt. Commun. 1997. Vol. 138. P. 81–86.
- [32] *Vladimirov A.G., Viktorov E.A., Mandel P.* // Phys. Rev. E. 1999. Vol. 60. N 2. P. 1616–1629.
- [33] *Ацаркин В.А., Родак М.И.* Проблемы магнитного резонанса. М.: Наука, 1978. С. 187–205.
- [34] *Arecchi F.T., Gadomski W., Meucci R., Roversi J.A.* // Opt. Commun. 1989. Vol. 70. N 2. P. 155–160.