01;05;06;09

Затухание электромагнитных волн в полупроводниковой сверхрешетке, помещенной в магнитное поле

© О.В. Шрамкова

Институт радиофизики и электроники им. А.Я. Усикова НАН Украины,
61085 Харьков, Украина
e-mail: <oksana@ire.kharkov.ua>

(Поступило в Редакцию 19 июня 2003 г.)

Исследуются магнитоплазменные и неоднородные (комплексные) волны в безграничной полупроводниковой сверхрешетке, помещенной в магнитное поле. Получены дисперсионные зависимости для магнитоплазмонов и комплексных волн в исследуемой структуре. Аналитически и численно показано, что особенностью неоднородных волн в периодической структуре является множество комплексных мод, мнимая часть волнового вектора которых превышает действительную. Проанализировано влияние потерь в среде на дисперсионные зависимости магнитоплазменных волн. Получены зависимости минимальной фазовой скорости от частоты столкновений и магнитного поля.

Введение

Слоисто-периодические среды многие годы вызывают постоянный интерес исследователей. Такие структуры представляют собой новый тип искусственно создаваемых материалов, обладающих недостижимыми в естественных полупроводниках физическими характеристиками, так как их свойства зависят как от физических параметров материалов, из которых они образованы, так и от геометрических размеров слоев и периода структуры. Специфические свойства слоисто-периодических структур обусловлены наличием трансляционной симметрии. Такие структуры широко используются в современной технике миллиметрового и субмиллиметрового диапазона длин волн, антенной технике, оптике и оптоэлектронике, в рентгеновской технике.

В работе рассмотрены волны в периодической полупроводниковой структуре, помещенной в магнитное поле. Исследованию магнитоплазменных волн в сверхрешетках посвящен ряд работ. Решение задачи при произвольном соотношении между направлениями периодичности, вектора приложенного магнитного поля и распространения волны в настоящее время неизвестно. Рассмотрение электродинамических свойств сверхрешеток с проводящими слоями, помещенными в магнитное поле, связано с работами [1,2]. В этих работах направление магнитного поля совпадало с направлением периодичности структуры и с направлением распространения волн. При такой геометрии аналитические выражения удается получить только для волн, волновой вектор которых направлен параллельно или перпендикулярно границам слоев. В [3] было показано, что для случая, когда магнитное поле направлено перпендикулярно направлению периодичности, а распространение волны происходит в плоскости, перпендикулярной магнитному полю, возникает специфическая зонная структура спектра. Также были описаны две области объемных магнитных поляритонов. Эти результаты совпадают с описанием объемных поляритонов в более поздних работах [4,5], но расположение зон пропускания на оси частот в этих работах не анализируется. Исследованию свойств структур, когда вектор магнитного поля лежит в плоскости слоев, посвящена работа [6]. Влияние диссипации в работе не учитывалось. В [7] проводилось исследование свойств коэффициента отражения от полуограниченной полупроводникой структуры, образованной слоями полупроводника и диэлектрика и помещенной во внешнее магнитное поле, перпендикулярное направлению периодичности структуры. Однако во всех перечисленных выше работах не учитывались потери в среде, которые влияют на дисперсию волн. В то же время в [8–10] показано, что учет влияния диссипации приводит к ограничению волнового числа, т.е. к некоторому минимальному значению фазовой скорости $v_{\text{ph}} = \omega/k_x$.

Во второй части работы исследуются особенности неоднородных (комплексных) магнитоплазмонов в полупроводниковой сверхрешетке. Напомним, что представляют собой неоднородные плоские волны. При рассмотрении распространения плоских электромагнитных волн в неограниченных материальных средах зависимость поля от координат дается множителем $e^{i\mathbf{kr}-i\omega t}$, где $\mathbf{k}$ — комплексный волновой вектор

$$\mathbf{k} = \mathbf{k}' + i\mathbf{k}'',$$

а $\mathbf{k}'$ и $\mathbf{k}''$ — вещественные векторы [11].

Из уравнений Максвелла получим

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2}\,\varepsilon. \tag{1}$$

Для действительных значений диэлектрической постоянной данное выражение имеет смысл, если $\mathbf{k}'\mathbf{k}'' = 0$. Неоднородными плоскими волнами называют волны, для которых плоскости постоянной фазы (т.е. плоскости, перпендикулярные вектору $\mathbf{k}'$) и плоскости постоянной амплитуды (т.е. плоскости, перпендикулярные вектору $\mathbf{k}''$) взаимно перпендикулярны. В литературе данные волны получили название комплексные волны [12].

Неоднородные плоские волны были рассмотрены в [12,13]. Впервые особенности неоднородных плоских волн в периодической структуре, образованной слоями полупроводника, диэлектрическая проницаемость которого зависит от частоты и может быть меньше нуля, и диэлектрика, рассмотрены в [14]. Диэлектрическая проницаемость принимает отрицательные значения на частотах ниже плазменной. Из (1) видно, что при $\varepsilon < 0$ $\mathbf{k}'' > \mathbf{k}'$, т.е. мнимая часть волнового вектора больше его действительной части. Это обстоятельство приводит к ряду интересных особенностей в распространении комплексных волн.

Отличие данной работы от упомянутых выше состоит в рассмотрении безграничной полупроводниковой периодической структуры, помещенной в магнитное поле. Предполагается, что магнитное поле лежит в плоскости слоев. В работе проведен расчет дисперсионных характеристик комплексных магнитоплазменных волн. Исследовано влияние пространственного затухания на дисперсионные зависимости неоднородных магнитоплазмонов.

Дисперсионное соотношение

Рассмотрим бесконечную периодическую структуру, период которой составлен из слоев полупроводника толщиной d_1 и диэлектрика толщиной d_2. Будем предполагать, что структура помещена во внешнее магнитное поле, направленное параллельно оси $0Y$. Ось $0Z$ направим перпендикулярно границам слоев. Распространение магнитоплазменных волн [15] происходит в плоскости $X0Z$. Уравнения, описывающие распространение электромагнитных волн в такой структуре, состоят из уравнений Максвелла для каждого из слоев и условий непрерывности тангенциальных составляющих электрического и магнитного полей на всех границах структуры. Решение этой системы будем искать в виде $\exp(ik_x x + ik_{z1,2}z - i\omega t)$. Здесь предполагается, что в направлении $0Y$ структура однородна, следовательно, $\partial/\partial y = 0$. Тогда уравнения Максвелла распадутся на уравнения для двух поляризаций. В работе рассматривается поляризация с компонентами E_x, E_z, H_y. Тензор диэлектрической проницаемости полупроводникового слоя имеет вид [16]

$$\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{zz} = \varepsilon_{\parallel} = \varepsilon_0\left[1 - \frac{\omega_p^2(\omega + i\nu)}{\omega\left[(\omega + i\nu)^2 - \omega_H^2\right]}\right],$$

$$\varepsilon_{xz} = -\varepsilon_{zx} = \varepsilon_{\perp} = -i\varepsilon_0\,\frac{\omega_p^2\omega_H}{\omega\left[(\omega + i\nu)^2 - \omega_H^2\right]},$$

где ε_0 — решеточная часть диэлектрической проницаемости, ω_p — плазменная частота полупроводникового материала, ω_H — циклотронная частота, ν — частота столкновений.

Диэлектрическая проницаемость ε_2 второго слоя — величина постоянная. Для удовлетворения граничных условий задачи воспользуемся методом передаточной матрицы, связывающей поля в начале и конце периода структуры, и теоремой Флоке, учитывающей периодичность. Дисперсионное уравнение для безграничной среды, помещенной во внешнее магнитное поле, имеет вид [15]

$$\cos\bar{k}d = \cos k_{z1}d_1\cos k_{z2}d_2 - \frac{\varepsilon_{f1}\varepsilon_2}{2k_{z1}k_{z2}}\left[\left(\frac{k_{z1}}{\varepsilon_{f1}}\right)^2 + \left(\frac{k_{z2}}{\varepsilon_2}\right)^2 - k_x^2\left(\frac{\varepsilon_{\perp 1}}{\varepsilon_{\parallel 1}\varepsilon_{f1}}\right)^2\right]\sin k_{z1}d_1\sin k_{z2}d_2, \tag{2}$$

где индекс 1 относится к слоям полупроводника, а индекс 2 — диэлектрика;

$$k_{z1} = \left[\frac{\omega^2\varepsilon_{f1}}{c^2} - k_x^2\right]^{1/2}, \quad k_{z2} = \left[\frac{\omega^2\varepsilon_2}{c^2} - k_x^2\right]^{1/2},$$

$\varepsilon_{f1} = \varepsilon_{\parallel 1} + \varepsilon_{\perp 1}^2/\varepsilon_{\parallel 1}$ — фойгтовская проницаемость; k_{z1} и k_{z2} — поперечные волновые числа первого и второго слоев; $d = d_1 + d_2$ — период структуры; k — усредненное по периоду структуры волновое число.

В результате исследования выражения (2) можно выделить ряд характерных частот [3]

$$\omega_{01,02} = \mp\frac{\omega_H}{2} + \sqrt{\frac{\omega_H^2}{4} + \omega_{ps}^2},$$

$$\omega_\infty = \sqrt{\omega_p^2 + \omega_H^2 + \nu^2}, \tag{3}$$

которые являются предельными частотами для колебаний в сверхрешетке, определяющими асимптоты $\omega = \omega_{01}$, $\omega = \omega_\infty$ и $\omega = \omega_{02}$ дисперсионных кривых; $\omega_{ps} = \omega_p\big(\varepsilon_{01}/(\varepsilon_{01} + \varepsilon_2)\big)^{1/2}$ — частота поверхностного плазмона на границе полупроводник–диэлектрик. Вид дисперсионных зависимостей определяется величиной магнитного поля. При $\omega_H < \omega_{\mathrm{cr}}$ $\omega_{02} < \omega_\infty$, а при $\omega_H > \omega_{\mathrm{cr}}$ $\omega_{02} > \omega_\infty$. Критическая частота

$$\omega_{\mathrm{cr}} = \omega_p\,\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_{01}}\left(1 - \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_{01}}\right)^{-1/2}$$

определяется из условия $\omega_{02} = \omega_\infty$.

На рис. 1 приведены дисперсионные кривые магнитоплазменных волн с учетом запаздывания и без учета потерь в среде. Расчеты выполнялись для периодической среды со следующими параметрами: первый слой — полупроводник типа InSb ($\varepsilon_{01} = 17.8$, $\omega_{p1} = 10^{12}\,\mathrm{s}^{-1}$, $d_1 = 0.015\,\mathrm{cm}$), второй слой — диэлектрик ($\varepsilon_2 = 2$, $d_2 = 0.005\,\mathrm{cm}$), $H_0 = 1000\,\mathrm{Oe}$ ($\omega_H > \omega_{\mathrm{cr}}$), $kd = 0$. В области частот $\omega < \omega_{01}$ распространяются волны, поля которых спадают по экспоненте от границ структуры. Это коллективные поверхностные магнитоплазмоны, дисперсионные кривые которых выходят на асимптоту $\omega = \omega_{01}$ (кривая *1*). В диапазоне частот $\omega_{01} < \omega < \omega_{02}$

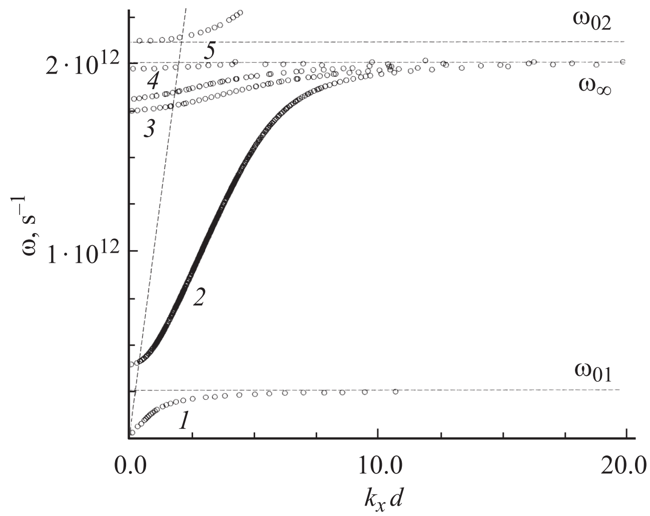

Рис. 1. Дисперсионные зависимости магнитоплазменных волн.

можно выделить две характерные области дисперсионных зависимостей [7], разделенные световой линией $k_{z2} = 0$ (на рисунке — это наклонная штриховая линия). В первой области распространение волн в слоях полупроводника и диэлектрика происходит как по волноводу ($k_{z1,2}^2 > 0$) и образование разрешенных и запрещенных зон происходит в результате выполнения геометрического резонанса, когда поперек слоев укладывается целое число длин полуволн. Во второй области $k_{z1}^2 > 0$, а $k_{z2}^2 < 0$ и поля поверхностных поляритонов „туннелируют" через диэлектрический слой структуры. Можно видеть, что при возрастании $k_x d$ частота магнитоплазменных волн стремится к гибридной частоте ω_∞ (кривые $2-5$). Это свойство спектра магнитоплазмонов описано в [17].

Учет диссипативных процессов

Учет потерь в среде меняет вид дисперсионных кривых. На рис. 2 приведены дисперсионные зависимости с учетом частоты столкновений $\nu = 10^{11}\,\mathrm{s}^{-1}$. Предполагается, что $k_x = k_x' + ik_x''$ (k_x'' связано с учетом диссипации). Сплошными кривыми представлена зависимость частоты от действительной части волнового числа $k_x'd$, а штриховыми — зависимость частоты от мнимой части волнового числа $k_x''d$. Из рисунка следует, что при малых значениях $k_x'd \le 1$ затухание может превосходить действительную часть k_x'. С ростом частоты и k_x' k_x'' становится почти равным нулю. Так, в точке E относительное затухание равно $k_x''/k_x' \approx 0.02$. С приближением к гибридной частоте затухание волн возрастает (в точке F затухание равно $k_x''/k_x' \approx 0.32$), а k_x'' мало отличается от k_x'. Итак, относительное затухание волн k_x''/k_x' малó, а в области малых и высоких частот почти равно единице.

В отличие от среды без потерь особенностью приведенных графиков является то, что при больших значениях $k_x'd$ возникает загиб дисперсионных кривых, а k_x' принимает некоторое максимальное значение. Для оценки $(k_x)_{\max}$ предположим, что $\omega \approx \omega_\infty$ и $k_x' \gg (\omega_\infty/c)\sqrt{\varepsilon_{f1,2}}$. Тогда получим, что

$$k_{z1} = k_{z2} \approx ik_x \approx i(k_x' + ik_x'') \tag{4}$$

и дисперсионное уравнение (2) принимает вид

$$\cos\bar{k}d = \operatorname{ch} k_x d_1 \operatorname{ch} k_x d_2 + \frac{\varepsilon_{f1}\varepsilon_2}{2} \times \left[\frac{1}{\varepsilon_{f1}^2} + \frac{1}{\varepsilon_2^2} + \left(\frac{\varepsilon_{\perp 1}}{\varepsilon_{\parallel 1}\varepsilon_{f1}}\right)^2\right] \operatorname{sh} k_x d_1 \operatorname{sh} k_x d_2. \tag{5}$$

Для больших значений k_x' $\operatorname{ch} k_x' d_{1,2} \approx \operatorname{sh} k_x' d_{1,2} \approx \approx \exp(k_x' d_{1,2})/2$, тогда

$$k_x' = -\frac{1}{d} \ln \frac{2\varepsilon_{01}(2\omega_\infty^2 - \omega_p^2)\nu}{A},$$

$$A = \sqrt{\frac{\omega_p^4}{\omega_\infty^2}\Big((1+\varepsilon_2)\omega_\infty^2 - \frac{\varepsilon_{01}^2}{2}(\omega_\infty^2 - \omega_p^2)\Big)^2 + 4\nu^2\Big((1+\varepsilon_2)\omega_\infty^2 + \frac{\varepsilon_{01}^2}{2}(\omega_\infty^2 - \omega_p^2)\Big)^2},$$

$$k_x'' = \frac{1}{d} \operatorname{arctg} \frac{\omega_p^2}{\omega_\infty} \frac{1}{2\nu} \frac{(1+\varepsilon_2)\omega_\infty^2 - \dfrac{\varepsilon_{01}^2}{2}(\omega_\infty^2 - \omega_p^2)}{(1+\varepsilon_2)\omega_\infty^2 + \dfrac{\varepsilon_{01}^2}{2}(\omega_\infty^2 - \omega_p^2)}. \tag{6}$$

Здесь $|\cos kd| \approx 1$. Из (6) получаем, что при $\nu_1 \to 0$ $k_x'd \to \infty$, а $k_x''d \to \pi/2$.

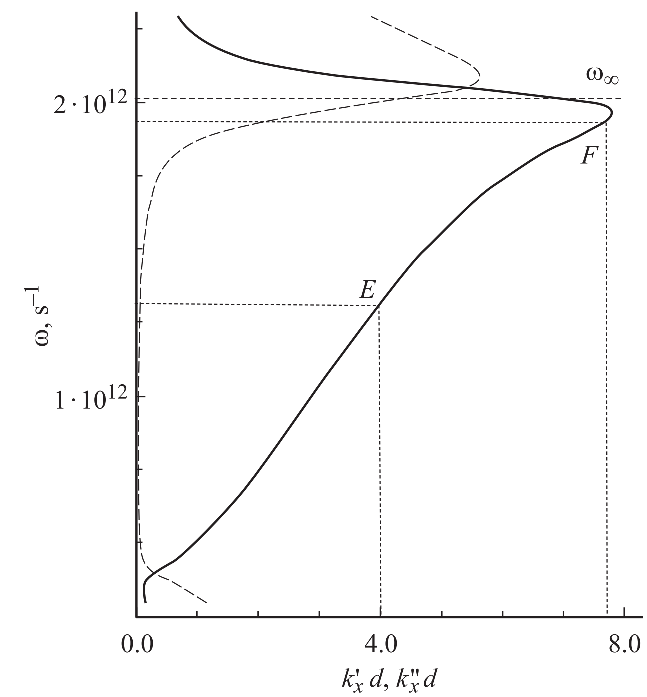

Рис. 2. Дисперсионные зависимости магнитоплазмонов с учетом пространственного затухания; сплошные кривые — зависимости $\omega(k_x')$, штриховые — $\omega(k_x'')$.

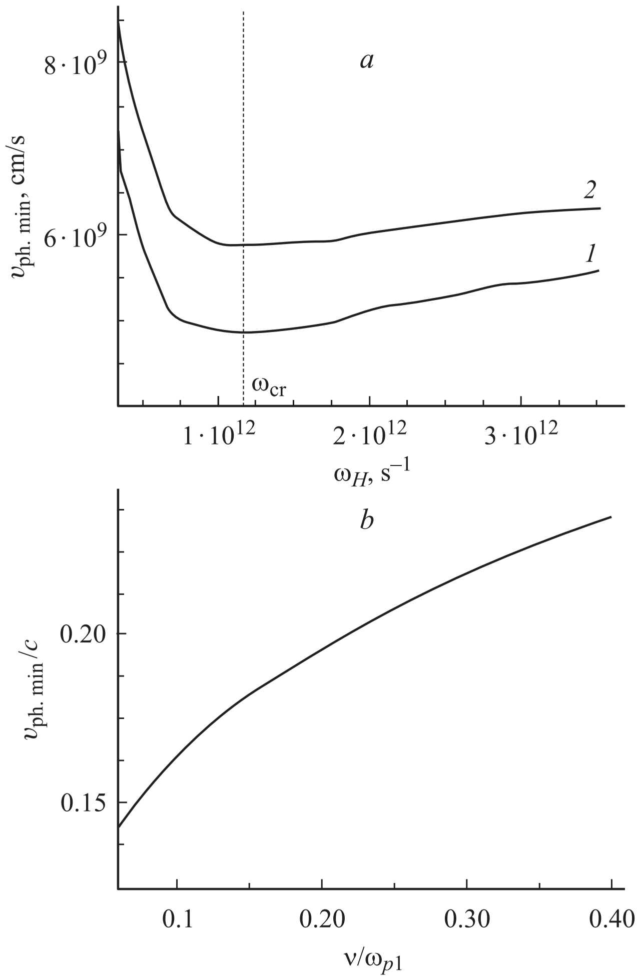

Рис. 3. Зависимость минимальной фазовой скорости магнитоплазмона от внешнего магнитного поля и частоты.

Анализ соотношений (6) позволяет определить физический смысл поворота на дисперсионных кривых. Дело в том, что k_x'' теперь определяет фазу поля по оси 0Z: $\exp(k_x' - ik_x'')z$. Поэтому при $\nu \neq 0$ набег фазы на полупроводниковом слое равен $\approx \pi/2$. Это означает, что волна, прошедшая через полупроводниковый слой и отраженная от границы этого слоя, находится в противофазе с волной, падающей на этот слой, т. е. волны „гасят" друг друга. Это приводит к образованию запрещенной зоны при $k_x' > k_{x\,\max}'$, а на дисперсионных кривых появляется изгиб.

Вид дисперсионных кривых определяется величиной магнитного поля H_0, поэтому фазовая скорость волны зависит от циклотронной частоты. На рис. 3, *a* представлена зависимость $v_{\text{ph min}}$ от циклотронной частоты ω_H при $\nu = 1 \cdot 10^{11}$ (кривая *1*) и $2 \cdot 10^{11}\,\text{s}^{-1}$ (кривая *2*). Видно, что при $\omega_H < \omega_{\text{cr}}$ с увеличением внешнего магнитного поля $v_{\text{ph min}}$ монотонно уменьшается. Наименьшего значения фазовая скорость достигает в точке $\omega_H = \omega_{\text{cr}}$. Далее фазовая скорость растет с увеличением значения внешнего магнитного поля. Для определения наименьшего значения минимальной фазовой скорости ($v^*_{\text{ph min}}$) воспользуемся k_x', приведенным в формуле (6),

$$v^*_{\text{ph min}} = -\omega d / \ln \frac{2\varepsilon_{01}\left(2\omega_\infty^2 - \omega_p^2\right)\nu}{A},$$

где $\omega_\infty = \sqrt{\omega_p^2 + \omega_{\text{cr}}^2 + \nu^2}$.

Зависимость минимальной фазовой скорости от отношения ν/ω_{p1} для $H_0 = 1000$ Oe приведена на рис. 3, *b*. Видно, что с увеличением частоты столкновений $v_{\text{ph min}}$ увеличивается, т. е. значение $k_{x\,\max}$ уменьшается.

Неоднородные магнитоплазменные волны

Покажем, что дисперсионное соотношение (2) имеет решение на комплексной плоскости $k_x = k_x' + ik_x''$. Предположим, что

$$k_x^2 \gg \frac{\omega^2}{c^2}\,|\varepsilon_{f1}, \varepsilon_2|.$$

В этом случае дисперсионное соотношение (2) можно представить в виде

$$\cos \bar{k} d = \alpha + i\beta, \tag{7}$$

где

$$\alpha = \frac{1}{4\varepsilon_{\parallel 1}\varepsilon_2}\Big[\big((\varepsilon_{\parallel 1} + \varepsilon_2)^2 + \varepsilon_\perp^2\big)\cos k_x'' d \,\mathrm{ch}\, k_x' d$$
$$- \big((\varepsilon_{\parallel 1} - \varepsilon_2)^2 + \varepsilon_\perp^2\big)\cos k_x''(d_1 - d_2)\,\mathrm{ch}\, k_x'(d_1 - d_2)\Big],$$

$$\beta = \frac{1}{4\varepsilon_{\parallel 1}\varepsilon_2}\Big[\big((\varepsilon_{\parallel 1} + \varepsilon_2)^2 + \varepsilon_\perp^2\big)\sin k_x'' d \,\mathrm{sh}\, k_x' d$$
$$- \big((\varepsilon_{\parallel 1} - \varepsilon_2)^2 + \varepsilon_\perp^2\big)\sin k_x''(d_1 - d_2)\,\mathrm{sh}\, k_x'(d_1 - d_2)\Big]. \tag{8}$$

Из уравнения (7) следует, что $\cos \bar{k} d$ — действительное число (что соответствует зоне пропускания), если $\beta = 0$. Решением данного соотношения является одновременное удовлетворение двух равенств

$$k_x'' = \frac{\pi M}{d_1 + d_2} = \frac{\pi L}{d_1 - d_2}, \tag{9}$$

где $M, L = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$ и $M/L = d_1 + d_2/|d_1 - d_2|$ — рациональное число.

Можно показать, что уравнение для k_x' имеет решение, если M и L — числа одной четности. Из (9) следует, что физический смысл возникновения комплексных мод состоит в одновременном выполнении условий геометрического резонанса, когда поперек каждого из слоев укладывается целое число длин полуволн [14]. Итак, дисперсионное соотношение для магнитоплазменных волн в безграничной полупроводниковой сверхрешетке имеет множество решений на комплексной плоскости k_x, определяемых числами M и L. Численное решение дисперсионного уравнения (7) на комплексной плоскости без учета столкновений представлено на рис. 4. Параметры периодической структуры совпадают с параметрами, используемыми для получения рис. 1. Кривые *1* соответствуют $M = 2$, кривые *2* — $M = 4$, кривые *3* — $M = 6$ и т. д. Видно, что в периодической структуре, помещенной в магнитное поле, возникает большое число комплексных мод. Действительные части волнового числа (зависимость $\omega(k'_x)$, рис. 4, a) для различных мод мало отличаются друг от друга (например, кривые *2* и *4* или кривые *1, 3* и *5* практически совпадают). Зависимость $\omega(k''_x)$ (рис. 4, b) представляет собой набор кривых, расположенных симметрично относительно $k''_x = 0$, т. е. для каждой моды k''_x принимает два значения $k''_x = \pm|k''_x|$. Это отличительное свойство комплексных волн [12]. При приближении к асимптоте $\omega = \omega_\infty$ $k'_x \to \infty$, а $k''_x \to 0$.

На рис. 5 приведены дисперсионные зависимости для одной комплексной магнитоплазменной моды, соответствующей $M = \pm 2$, при $\nu = 10^{11}\,\mathrm{s}^{-1}$. Сравнивая этот рисунок с рис. 4, видим, что при учете столкновений зависимости частоты от действительной части волнового числа $k'_x d$ (рис. 5, a) для мод с положительным (кривая *1*) и отрицательным (кривая *2*) значениями M не совпадают. Зависимости $\omega(k''_x)$ (рис. 5, b) представляют собой симметрично относительно $k''_x = 0$ расположенные кривые только в области частот ниже $\omega \approx \omega_{ps}$. Для частот выше $\omega \approx \omega_{ps}$ k''_x для двух мод становится положительным. Примечательным является то, что дисперсионная кривая, соответствующая положительному значению M, переходит в кривую для нормальной магнитоплазменной волны. Данные дисперсионные зависимости имеют изгиб при $\omega \approx \omega_\infty$ аналогично обычным магнитоплазмонам.

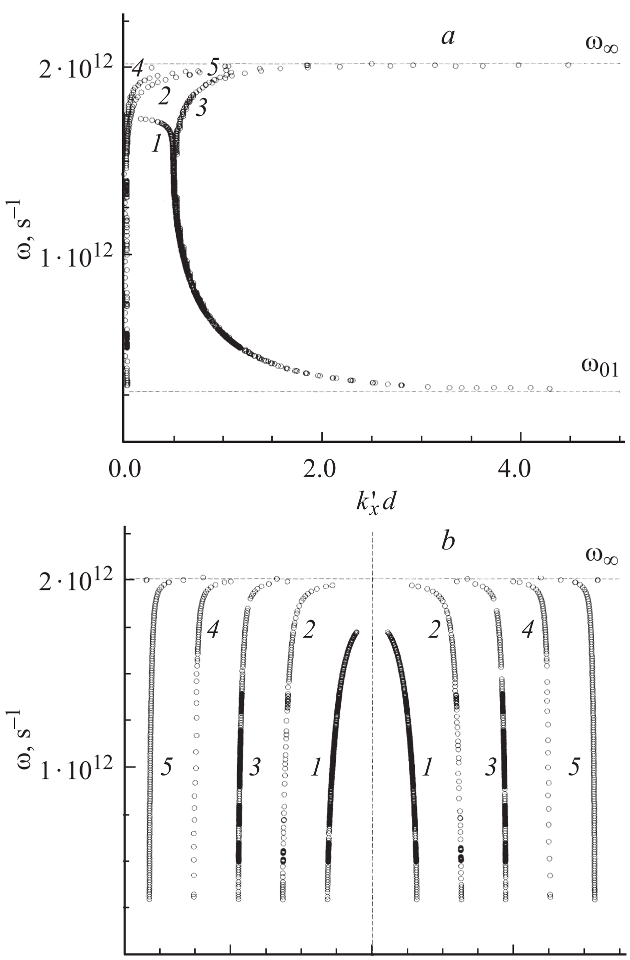

Рис. 4. Дисперсионные зависимости неоднородных (комплексных) магнитоплазменных волн.

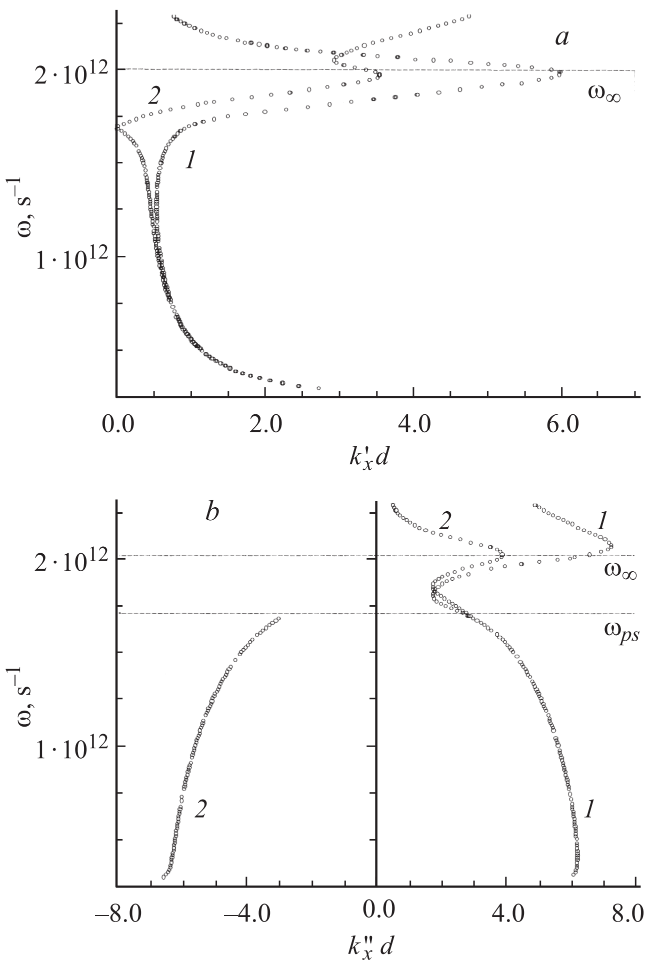

Рис. 5. Дисперсионные кривые для комплексных волн с учетом пространственного затухания.

Заключение

Теоретически исследовано затухание электромагнитных волн в безграничной структуре, образованной периодическим повторением слоев полупроводника и диэлектрика, помещенной в магнитное поле. Проведен расчет дисперсионных характеристик с учетом конечности скорости распространения света и влияния столкновений в полупроводниковых слоях. Показано, что затухание приводит к некоторому минимальному значению фазовой скорости, зависящему от частоты столкновений.

В работе также исследованы распространение неоднородных (комплексных) волн и влияние затухания на их свойства. Показано, что при больших частотах столкновений происходит переход от комплексных волн к нормальным.

Практическая ценность проведенного исследования состоит в перспективности использования структур с трансляционной симметрией для создания пассивных и активных устройств СВЧ. Для решеток с периодом от микрон до миллиметров исследуемые эффекты возможны в диапазоне волн от оптического до сантиметрового. Так, дисперсионные свойства нормальных магнитоплазменных волн, распространяющихся в рассматриваемых средах, указывают на целесообразность применения их в фильтрах и преобразователях СВЧ диапазонов. Полученные результаты могут быть также интересны при разработке твердотельных лазеров.

В заключение автор выражает благодарность А.А. Булгакову за внимание к работе.

Список литературы

[1] *Baynham A.C., Boardman A.D.* // Sol. St. Commun. 1968. Vol. 26. P. 654–657.
[2] *Baynham A.C., Boardman A.D.* // J. Phys. C. 1969. N 2. P. 619–628.
[3] *Булгаков А.А., Филиппов Ю.Ф.* // Изв. вузов (Радиофизика). 1985. Т. 28. № 9. С. 1185–1191.
[4] *Wallis R.F., Szenics R., Quinn J.J., Guiliani G.F.* // Phys. Rev. B. 1987. Vol. 36. N 2. P. 1218–1224.
[5] *Wallis R.F., Quinn J.J.* // Phys. Rev. B. 1988. Vol. 38. N 6. P. 4205–4211.
[6] *Kushwaha M.S.* // J. Phys. Chem. Solids. 1986. Vol. 47. N 5. P. 485–490.
[7] *Булгаков А.А., Шрамкова О.В.* // ФТП. 2000. Т. 34. Вып. 6. С. 712–718.
[8] *Alfano K.R.* // J. Opt. Soc. Amer. 1970. Vol. 60. N 1. P. 66–70.
[9] *Kovner G.R., Alexander K.W., Beil K.J.* et al. // Phys. Rev. B. 1976. Vol. 14. N 4. P. 1458–1464.
[10] *Булгаков А.А., Еременко З.Е.* // Опт. и спектр. 1989. Т. 66. Вып. 5. С. 1094–1098.
[11] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теоретическая физика. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982. 623 с.
[12] *Tamir T., Oliner A.* // Proc. IEE. 1963. Vol. 110. N 2. P. 311–324.
[13] *Tamir T., Oliner A.* // Proc. IEE. 1963. Vol. 110. N 2. P. 325–334.
[14] *Bulgakov A.A., Bulgakov S.A., Nieto-Vesperinas M.* // Phys. Rev. B. 1998. Vol. 58. P. 4438–4448.
[15] *Басс Ф.Г., Булгаков А.А., Тетервов А.П.* Высокочастотные свойства полупроводников со сверхрешетками. М.: Наука, 1989. 288 с.
[16] *Ахиезер А.И., Ахиезер И.А., Половин Р.В.* и др. Электродинамика плазмы. М.: Наука, 1974. 720 с.
[17] *Булгаков А.А., Шрамкова О.В.* // РЭ. 2001. Т. 46. № 2. С. 236–240.