

01;09

Оценка спектра составляющей цифрового сигнала с интенсивной гармонической помехой

© В.А. Двинских

Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского,
410026 Саратов, Россия
e-mail: cred@sgu.ru

(Поступило в Редакцию 11 августа 2003 г.)

Изложена методика спектрального анализа, основанная на аппроксимации последовательности отсчетов сигнала тригонометрическим полиномом первого порядка с изменяющейся частотой его гармонических функций, позволяющая оценить параметры составляющей, на два порядка меньшей уровня помехи, при отношении частот, равном 0.82.

При экспериментальных исследованиях часто возникает необходимость проводить оценку спектра слабой периодической составляющей при одновременном воздействии интенсивной гармонической помехи. Использование в этом случае быстрого преобразования Фурье в силу его низкой избирательной способности [1] и наличия дополнительного шума [2] не обеспечивает необходимого разрешения. В [3] предложена методика последовательного спектрального анализа квазипериодических колебаний, основанная на аппроксимации отсчетов сигнала тригонометрическим полиномом первого порядка, с изменяющейся частотой его гармонических функций. К настоящему времени накоплен положительный опыт по использованию этой методики для оценки параметров составляющих цифрового сигнала с интенсивной гармонической помехой. В [4] произведена оценка параметров составляющей удвоенного периода колебаний при одновременном воздействии основного колебания, превышающего его по амплитуде в пять раз. Поэтому представляется целесообразным дать развернутое изложение этой методики для более широких пределов соотношений по амплитуде и частоте.

Для оценки параметров гармонических составляющих целесообразно использовать методику спектрального анализа при аппроксимации отсчетов тригонометрическим полиномом первого порядка (АТП). Дана последовательность цифровых отсчетов $x(n)$, $n = 0, 1, \dots, N-1$, в которой возможны гармонические составляющие, число которых K и частоты неизвестны, а может быть задан их ожидаемый частотный диапазон. Аппроксимируем эту последовательность тригонометрическим полиномом [3] вида

$$y_j(n) = G_j + S_j \sin(nh_j) + C_j \cos(nh_j),$$

$$j = 1, 2, \dots, L \gg K, \quad n = 0, 1, \dots, N-1,$$

где

$$h_j = \frac{2\pi}{24}(A + rj)$$

при A — начале спектрального анализа и r — шаге, а C_j , S_j , X_j подлежат вычислению по методу наименьших

квадратов

$$S_j = (U_{2j}F_{1j} - U_{1j}F_{2j})/W_j; \quad C_j = (V_{1j}F_{2j} - V_{2j}F_{1j})/W_j;$$

$$G_j = (E_{1j} - A_{1j}S_j - A_{2j}C_j)/N$$

при

$$W_j = V_{1j}U_{2j} - V_{2j}U_{1j}; \quad V_{1j} = B_{1j}A_{0j} - A_{1j}B_{0j};$$

$$V_{2j} = D_{1j}A_{0j} - A_{1j}D_{0j}; \quad U_{1j} = B_{2j}A_{0j} - A_{2j}B_{0j};$$

$$U_{2j} = D_{2j}A_{0j} - A_{2j}D_{0j}; \quad F_{1j} = E_{2j}A_{0j} - E_{1j}B_{0j};$$

$$F_{2j} = E_{3j}A_{0j} - E_{1j}D_{0j},$$

$$A_{0j} = N; \quad A_{1j} = B_{0j} = \sum_{n=0}^{N-1} \sin(nh_1);$$

$$B_{1j} = \sum_{n=0}^{N-1} \sin^2(nh_j); \quad A_{2j} = D_{0j} = \sum_{n=0}^{N-1} \cos(nh_j);$$

$$B_{2j} = D_{1j} = \sum_{n=0}^{N-1} \sin(nh_j) \cos(nh_j);$$

$$D_{2j} = \sum_{n=0}^{N-1} \cos^2(nh_j); \quad E_{1j} = \sum_{n=0}^{N-1} x(n);$$

$$E_{2j} = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \sin(nh_j); \quad E_{3j} = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \cos(nh_1),$$

$$j = 1, 2, \dots, L.$$

По максимумам зависимости

$$M_j = \sqrt{S_j^2 + C_j^2}, \quad J = 1, 2, \dots, L$$

отмечается наличие гармонических составляющих исследуемого процесса. Затем при необходимости можно определить соответствующие этим максимумам коэффициенты тригонометрического полинома.

Поскольку одновременно определяется постоянная составляющая, вычисления выполняются без предварительного запоминания массива входных данных и тем

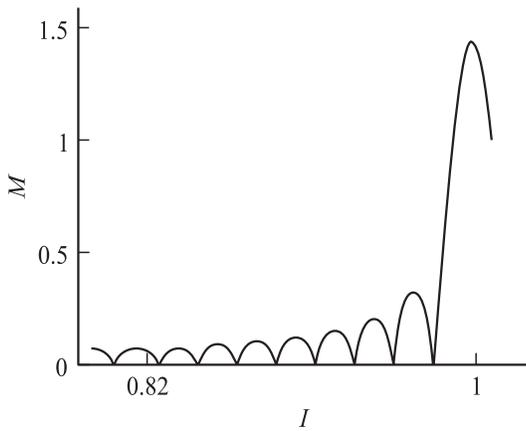


Рис. 1.

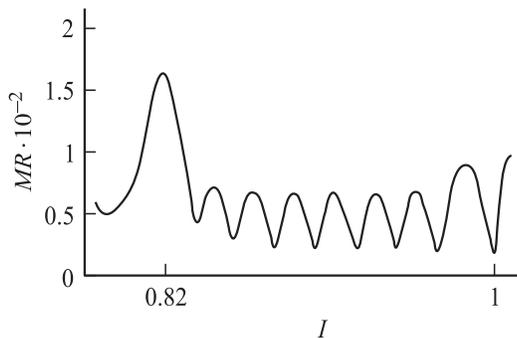


Рис. 2.

На рис. 1 представлен исходный спектр, а на рис. 2 — спектр разностного сигнала, позволяющего с погрешностью не более 20% определить модуль слабой составляющей (по оси абсцисс отложено отношение частот).

Список литературы

- [1] Марпл С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения. Пер. с англ. М.: Мир, 1990. 584 с.
- [2] Применение математических методов и ЭВМ. Планирование и обработка результатов эксперимента / Под ред. А.Н. Останина. Минск: Высшая школа, 1986. 218 с.
- [3] Двинских В.А. // ЖТФ. 1992. Т. 62. Вып. 12. С. 168–170.
- [4] Двинских В.А. // Письма в ЖТФ. 1999. Т. 25. Вып. 5. С. 21–24.

самым осуществляют обработку в режиме реального времени. С помощью методики АТП может быть решена задача [4] выявления слабых частотных составляющих при одновременном воздействии интенсивной гармонической помехи. В этом случае вычисления проводятся в два этапа. На первом этапе в заданном диапазоне частот проводится спектральный анализ и определяются параметры интенсивной гармонической составляющей (S_1, C_1, h_1) с запоминанием всего массива спектра. На втором этапе проводится повторный спектральный анализ в том же частотном диапазоне сигнала

$$Z(n) = G_1 + S_1 \sin(nh_1) + C_1 \cos(nh_1).$$

Затем проводится последовательное вычитание спектральных составляющих $W_{1j} = S_j - Z_{1j}$; $W_{2j} = C_j - Z_{2j}$, $j = 1, 2, \dots, L$ и вычисляется зависимость $MR_j = \sqrt{W_{1j}^2 + W_{2j}^2}$, из которой оцениваются параметры слабых составляющих.

Было проведено исследование сигнала при $a = 2\pi/24$

$$\begin{aligned} q(n) = & 1000 + \sin(an\sqrt{3}) + \cos(an\sqrt{3}) \\ & + 0.01 \sin(an\sqrt{2}) + 0.01 \cos(an\sqrt{2}) + \varepsilon(n), \\ & n = 0, 1, \dots, N - 1. \end{aligned}$$