

01;04

Моделирование электронной лавины в гелии

© А.Н. Ткачев, С.И. Яковленко

Институт общей физики РАН,
119991 Москва, Россия
e-mail: syakov@kapella.gpi.ru

(Поступило в Редакцию 11 августа 2003 г.)

Проведено моделирование ряда параметров лавины, порождаемой электроном в гелии при различных значениях напряженности внешнего поля E , отнесенной к давлению p . Зависимость частоты ионизации и коэффициента Таунсенда имеют максимумы соответственно при $E/p \sim 1000$ и ~ 200 В/см · Торр. Современные представления о распределении плотности электронов в лавине справедливы лишь при сравнительно небольших значениях приведенной напряженности поля $E/p < 100$ В/см · Торр. При $E/p > 100$ В/см · Торр распределение плотности электронов вытягивается вдоль поля.

Введение

Если газ находится в достаточно сильном электрическом поле, случайно родившийся электрон экспоненциально размножается, образуя электронную лавину [1–7]. Когда число электронов становится достаточно большим, образовавшаяся плазма начинает искажать внешнее поле. С этим связано формирование стримера [1–7]. Моделированию стримера сейчас посвящено много работ (см., например, [8–13] и цитируемую там литературу). Однако развитие лавины подробно моделировалось лишь для азота [14]. В то же время для проверки основных положений теории интерес представляет рассмотрение лавины в гелии, для которого хорошо известны сечения электрон-атомных столкновений.

В нашей работе [15] на основе моделирования динамики многих частиц вычислены коэффициенты Таунсенда и средние скорости электронов, размножающихся в гелии в промежутке между плоскими электродами. Было показано, что понятие ионизационного коэффициента Таунсенда не теряет смысл даже для больших значений напряженности поля, если расстояние между плоскостями достаточно велико. При этом зависимость коэффициента Таунсенда от напряженности внешнего поля E , отнесенной к давлению p , имеет максимум при $E/p \approx 200$ В/см · Торр, что приводит к возникновению верхней ветви кривой Пашена. Характеристики отдельной лавины в [15] не рассматривались. В данной работе мы восполняем этот пробел.

Постановка задачи и метод решения

Моделирование размножения и убегания электронов в гелии было проведено на основе одной из модификаций метода частиц [15–17]. Иницирующий лавину электрон рождался в начале координат с хаотически направленной скоростью и начальной энергией распределенной по Пуассону со средним значением $\varepsilon_0 = 0.2$ эВ. На малых временных шагах решались уравнения движения всех электронов и с вероятностями, определяемыми сечениями элементарных актов, разыгрывались упругие

и неупругие столкновения. Использованы сечения, основанные на данных работ [18–20], аппроксимации этих сечений приведены в работе [15].

В результате такого расчета удавалось за разумные времена счета проследить за динамикой электронов в течение времени примерно 7–9 характерных времен размножения электронов ($t \sim (7-9)/\nu_i$, ν_i — частота ионизации). При этом число электронов в лавине по окончании расчета достигало порядка пяти тысяч. Проследить методом динамики многих частиц за развитием лавины на временах $t \geq 11/\nu_i$ не представляется возможным из-за экспоненциального роста времени счета. Поэтому был применен следующий прием.

По окончании расчета динамики электронов проводилась экстраполяция этих данных на вдвое большие значения времени. В рамках этой экстраполяции предполагалось, что каждый электрон является родоначальником новой лавины, которая тождественна той лавине, для которой уже проведен динамический расчет. Иначе говоря, считалось, что развитие лавины представляет собой марковский процесс. Такой подход заведомо неприменим, когда электрическое поле лавины сравнивается с внешним полем. Если исходить из критерия малости поля лавины, то такая экстраполяция оправдана для представленных расчетов лишь один раз, т.е. для моментов времени $t \lesssim (15-18)/\nu_i$.

Такая экстраполяция позволила вычислить распределения плотностей электронов и ионов в лавине, а также поле, создаваемое частицами, в поздние моменты времени. Плотность и поле вычислялись следующим способом.

Пусть в момент времени t , соответствующий моменту окончания моделирования размножения электронов в лавине, множеством радиус-векторов электронов и ионов являлись соответственно множества $\{r_j^{(e)}, j \in 1 \dots N\}$ и $\{r_j^{(i)}, j \in 1 \dots N\}$. В предположении марковости процесса множествами координат электронов и ионов в момент времени $2t$ будут являться следующие множества: $\{r_j^{(e)} + r_k^{(e)}, j \in 1 \dots N, k \in 1 \dots N\}$ для электронов и $\{r_j^{(i)}, j \in 1 \dots N\} \cup \{r_j^{(e)} + r_k^{(i)}, j \in 1 \dots N, k \in 2 \dots N\}$ для ионов.

Для вычисления плотностей частиц в цилиндрической системе координат, ось Z которой была коллинеарна вектору внешнего электрического поля, строилась пространственная сетка. При построении сетки каждый из диапазонов расстояний $0 \leq z \leq z_{\max}$ и $0 \leq \rho \leq \rho_{\max}$ разбивался на 20–50 ячеек равного размера. (Здесь $z_{\max} = 2 \max(z_j^{(e,i)})$ и $\rho_{\max} = 2 \max(\sqrt{(x_j^{(e,i)})^2 + (y_j^{(e,i)})^2})$ — максимальные значения координат частиц в момент времени $2t$). Затем перебирались все частицы системы и подсчитывалось число частиц, находящихся в момент времени $2t$ в каждой из ячеек построенной сетки. Плотность определялась как частное от деления числа частиц, находящихся в ячейке, на объем этой ячейки.

Параллельно с подсчетом числа частиц, находящихся в каждой из ячеек, вычислялось поле, создаваемое частицами системы на оси Z в момент времени $2t$. Поле в заданных точках оси Z рассчитывалось как векторная сумма кулоновских полей, создаваемых в этих точках всеми частицами системы.

Результаты расчетов

Частота ионизации. Зависимость полного числа электронов n_e и ионов n_i лавины от времени можно аппроксимировать выражением $n_i = n_e = n_0 \exp(v_i t)$, где n_0 — некоторая константа (рис. 1). Зависимости $n_i = n_e$ от $v_i t$ являются прямыми одинакового наклона при $v_i t > 3$. Однако величины v_i и n_0 существенно отличаются для различных значений E/p . Серия расчетов позволяет выявить зависимость частоты ионизации v_i от приведенной напряженности поля E/p .

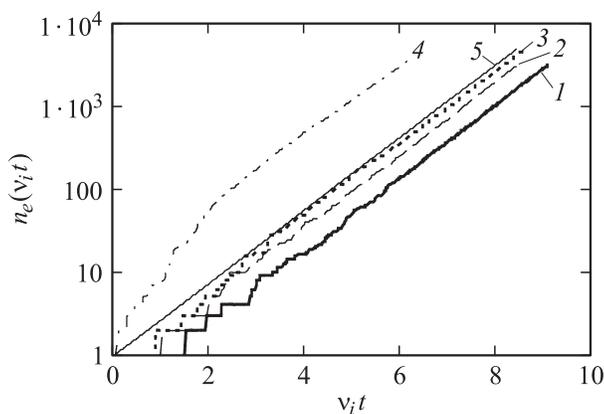


Рис. 1. Зависимость числа ионов и электронов в лавине $n = n_i = n_e$ от приведенного времени $v_i t$ при различных значениях напряженности поля: 1 — $E/p = 40 \text{ V/cm} \cdot \text{Torr}$; $E = 30.4 \text{ kV/cm}$, $v_i = 1.82 \cdot 10^{10} \text{ s}^{-1}$; 2 — $E/p = 71.85 \text{ V/cm} \cdot \text{Torr}$, $E = 54.6 \text{ kV/cm}$, $v_i = 6.5 \cdot 10^{10} \text{ s}^{-1}$; 3 — $E/p = 160 \text{ V/cm} \cdot \text{Torr}$, $E = 121.6 \text{ kV/cm}$, $v_i = 2.23 \times 10^{11} \text{ s}^{-1}$; 4 — $E/p = 2.56 \text{ kV/cm} \cdot \text{Torr}$, $E = 1946 \text{ kV/cm}$, $v_i = 2.91 \cdot 10^{11} \text{ s}^{-1}$; ($p = 760 \text{ Torr}$). 5 — зависимость $\exp(v_i t)$. Величина v_i определена по наклону приведенных зависимостей.

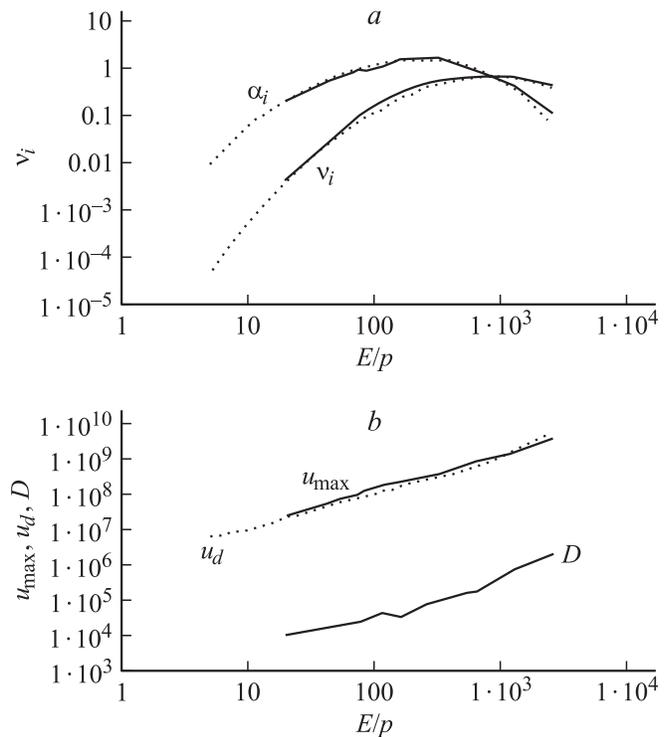


Рис. 2. Зависимость характеристики лавины от приведенной напряженности поля E/p (в $\text{V/cm} \cdot \text{Torr}$). Сплошные кривые — результаты расчетов данной работы ($p = 760 \text{ Torr}$), пунктир — расчеты [15]: *a* — приведенная частота ионизации v_i/p (в $1/\text{ns} \cdot \text{Torr}$) и коэффициент Таунсенда α_i (в $1/\text{cm} \cdot \text{Torr}$). Сплошная кривая — результаты расчетов данной работы ($p = 760 \text{ Torr}$); пунктир — расчеты [15] на основе зависимости $v_i = \alpha_i u_d$, где коэффициент Таунсенда α_i и скорость дрейфа u_d вычислялись из рассмотрения установившихся зависимостей α_i и u_d от расстояния до плоского катода z при $p = 100 \text{ Torr}$; *b* — скорость распространения лавины (в cm/s), дрейфовая скорость (в cm/s) и коэффициент диффузии D в поперечном направлении (в cm^2/s): сплошная кривая — скорость распространения максимума плотности u_{\max} ; пунктир — средняя дрейфовая скорость электронов в процессе размножения u_d .

Эта зависимость (рис. 2, *a*) сопоставлена с результатами расчетов [15]. В работе [15] частота ионизации определена с помощью известного соотношения $v_i = \alpha_i u_d$, где α_i — коэффициент Таунсенда, u_d — скорость дрейфа. При этом коэффициент Таунсенда определялся в [15] как коэффициент в показателе экспоненты $n_i = \text{const} \cdot \exp(\alpha_i z)$, аппроксимирующий рост числа актов ионизации n_i как функцию расстояния от катода z . Дрейфовая скорость в [15] соответствовала установившемуся постоянному значению средней проекции скорости электронов на направление поля $u_z(z) = \text{const} = u_d$. Значения величин α_i и u_d устанавливались при $z > (3-5)\alpha_i^{-1}$. При этом рассматривалось много затравочных электронов. Результаты расчетов данной работы для v_i отличаются от данных [15] менее чем на 10%.

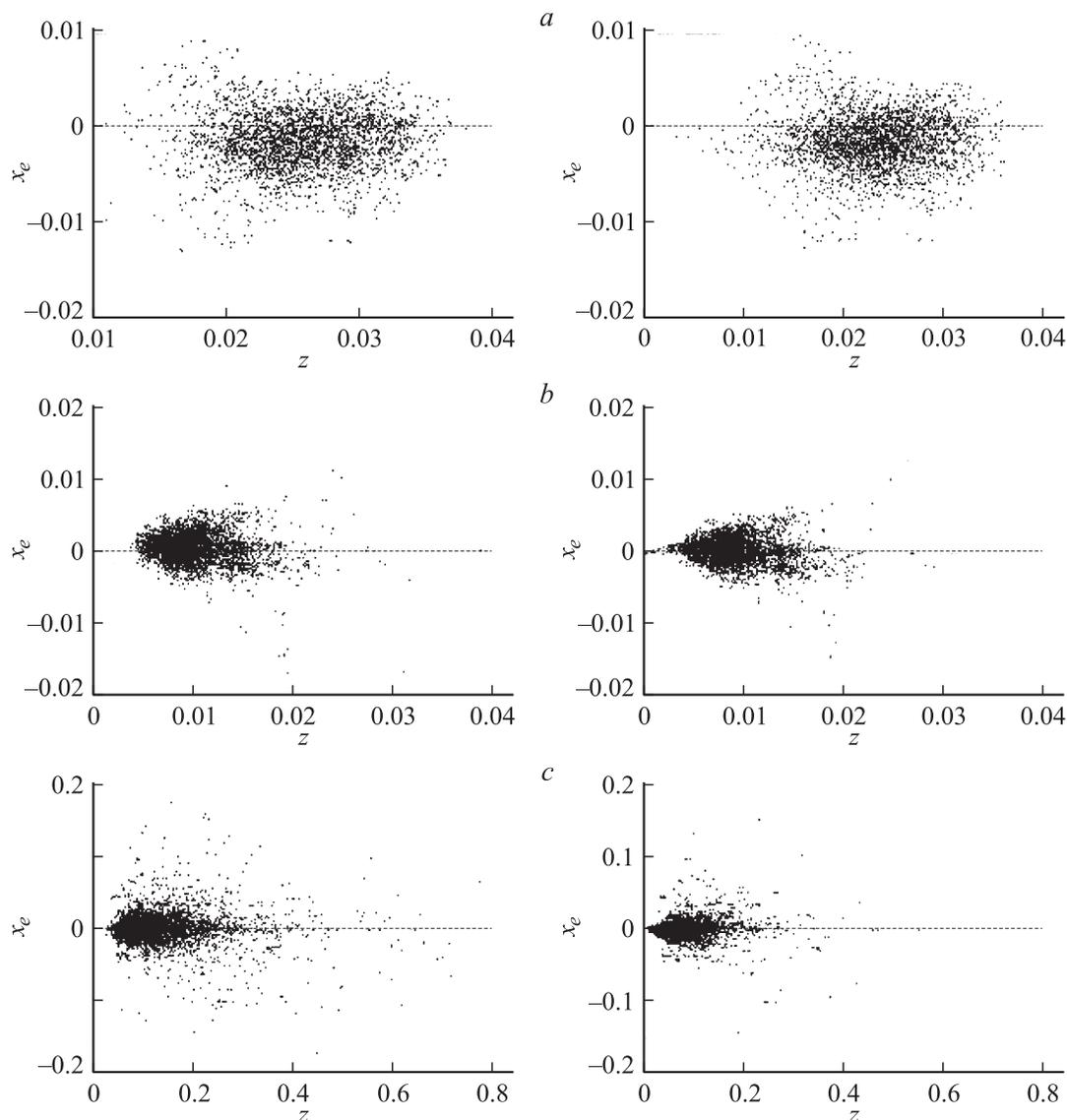


Рис. 3. Проекция координат („мгновенные фотографии“) положения электронов ($x_e z$) ионов и ($x_i z$) для трех различных значений поля в конечный момент t времени расчета динамики многих частиц: a — $E/p = 40 \text{ V/cm} \cdot \text{Torr}$, $E = 30.4 \text{ kV/cm}$, $v_i = 1.82 \cdot 10^{10} \text{ s}^{-1}$, $v_i t = 9.1$; b — $E/p = 160 \text{ V/cm} \cdot \text{Torr}$, $E = 121.6 \text{ kV/cm}$, $v_i = 2.23 \cdot 10^{11} \text{ s}^{-1}$, $v_i t = 8.7$; c — $E/p = 2.56 \text{ kV/cm} \cdot \text{Torr}$, $E = 1946 \text{ kV/cm}$, $v_i = 2.91 \cdot 10^{11} \text{ s}^{-1}$, $v_i t = 6.16$ ($p = 760 \text{ Torr}$).

В данной работе было проведено также вычисление скорости распространения лавины $u_{\max} = z_{\max}(t)/t$ как скорости движения координаты максимума плотности электронов z_{\max} (подробнее см. ниже). Как показывает сравнение (рис. 2, b), максимум плотности электронов в согласии с имеющимися представлениями [6] действительно движется с дрейфовой скоростью электронов. Величины u_{\max} и u_d отличаются менее чем на 30%.

На рис. 2, a представлены также значения коэффициента Таунсенда $\alpha_i = v_i/u_{\max}$, вычисленные на основе данных этой работы. Как и следовало ожидать, они согласуются с результатами [15].

Небольшое отличие данных настоящей работы от наших расчетов [15], по-видимому, обусловлены статистическим разбросом. В работе [15] рассматривались

характеристики многих затравочных электронов, а в данной работе одна электронная лавина.

Распределение плотности зарядов. Представление о виде лавин после окончания расчета динамики многих частиц дает совокупности проекций координат („мгновенные фотографии“) ионов и электронов (рис. 3) на плоскость x, z . Более подробную информацию можно извлечь из распределения плотности электронов, полученного в результате экстраполяции расчетов динамики (рис. 4).

Предположение о том, что электроны размножаются, дрейфуют и диффундируют, как известно, приводит к распределению плотности электронов, подчиняющемуся закону Гаусса, записанному в системе координат, движущейся вдоль поля с дрейфовой скоростью. Конкретное

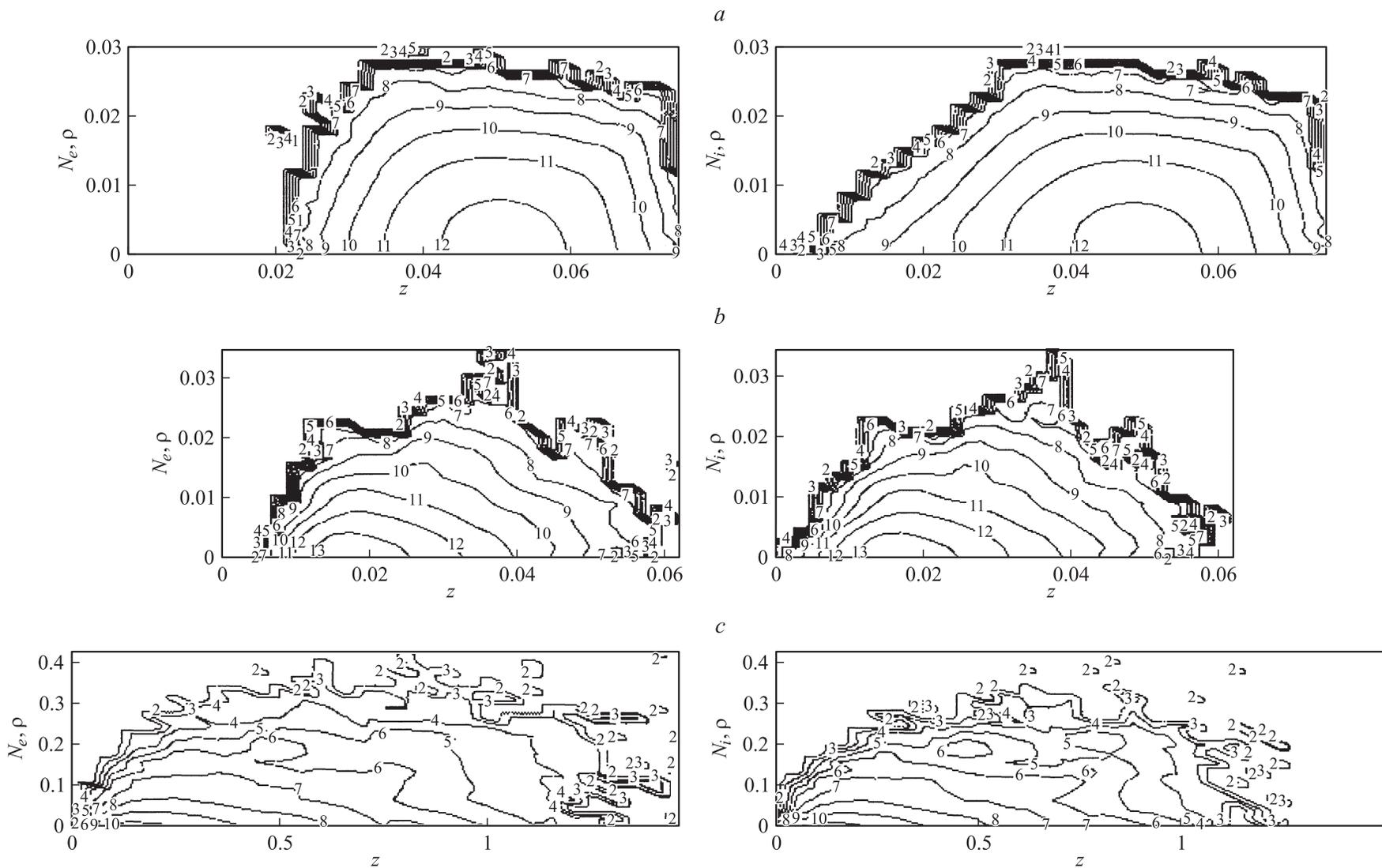


Рис. 4. Линии равного уровня плотности ионов и электронов для трех различных значений поля. Исходные положения частиц получены экстраполяцией численных расчетов динамики многих частиц на удвоенное время расчета динамики многих частиц ($2t$) в предположении марковости процесса. Остальные параметры те же, что на рис. 3.

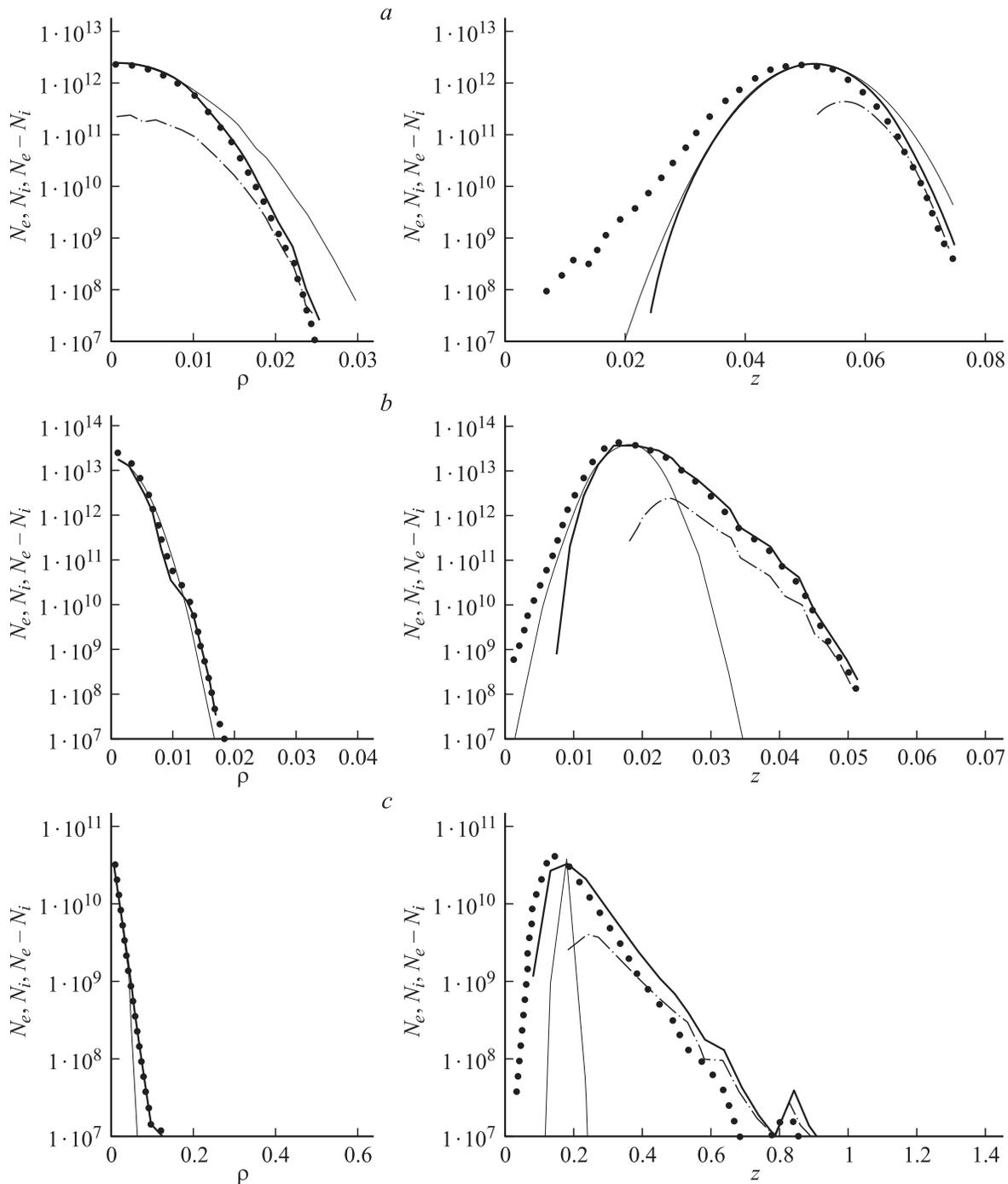


Рис. 5. Распределения плотностей электронов ионов поперек $N_{e,i}(\rho, z = z_{\max})$ (a) и вдоль $N_{e,i}(\rho = 0, z)$ (b) направления поля для трех различных значений поля. Сплошные жирные кривые — распределение плотности электронов N_e ; пунктир — распределение плотности ионов N_i ; сплошные тонкие кривые — распределение, даваемое формулой (1), в которой величины $N_{e0}(t)$, $\sigma^2(t)$ и $z_{\max}(t)$ рассматривались как подгоночные параметры; сплошные тонкие кривые — распределение $N_e - N_i$, даваемое (приведено для положительных значений). Остальные параметры те же, что на рис. 4.

выражение для зависимости плотности электронов от координат и времени в лавине, порождаемой одним электроном, имеет вид [6]

$$N_e(t, \rho, z) = N_{e0}(t) \exp\left(-\frac{\rho^2 + (z - z_{\max}(t))^2}{\sigma^2(t)}\right), \quad (1)$$

где ρ — расстояние до оси Z , направленной вдоль поля; $\sigma^2(t) = 4Dt$, D — коэффициент диффузии; $N_{e0}(t) = (4\pi Dt)^{-3/2} \exp(v_i t)$ — плотность электронов в максимуме; $z_{\max}(t) = u_d t$.

Линии равной плотности электронов, согласно (1), должны представлять собой концентрические окружно-

сти с центром в точке $z = z_{\max}$. Это приближенно имеет место для сравнительно небольших значений E/p и для N_e , близких к максимальному значению (рис. 4, а). Однако уже при $E/p = 160 \text{ V/cm} \cdot \text{Torr}$, примерно соответствующему максимуму коэффициента Таунсенда, видна некоторая вытянутость изолиний вдоль оси Z (рис. 4, б). Эта вытянутость увеличивается при больших значениях E/p (рис. 4, с).

Из сравнения (рис. 5) расчетного распределения плотности электронов с распределением (1) были найдены параметры лавины σ^2 и z_{\max} при различных значениях E/p . При этом величина σ определялась из распределения по поперечному размеру лавины $N_e(\rho, z = z_{\max})$, а величина z_{\max} определялась из распределения вдоль поля $N_e(\rho = 0, z)$. На основе этих данных и построены зависимости D, u_{\max} от E/p (рис. 2).

По известным координатам ионов и электронов было определено электрическое поле $F(z)$, создаваемое частицами на оси Z (рис. 6). Характер зависимости его проекции $F_z(z)$ от z (рост, затем падение в отрицательную область и снова переход к положительным значениям) качественно соответствует проекции напряженности поля, создаваемой смещенные по оси Z облаками положительных и отрицательных зарядов. При этом центр облака положительных зарядов смещен относительно центра облака отрицательных зарядов в сторону меньших z . Действительно, согласно рис. 5,

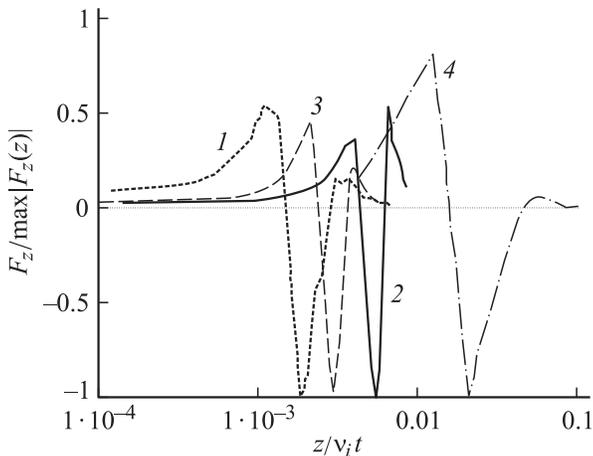


Рис. 6. Распределения компоненты вектора напряженности электрического поля, создаваемого зарядами, вдоль оси лавины для различных значений внешнего поля. Исходные положения частиц получены экстраполяцией численных расчетов динамики многих частиц на удвоенное время расчета динамики многих частиц ($2t$) в предположении марковости процесса. 1 — $E/p = 40 \text{ V/cm} \cdot \text{Torr}$, $E = 30.4 \text{ kV/cm}$, $F_{\max} = 2.9 \text{ kV/cm}$, $v_i t = 9.1$, $v_i = 1.82 \cdot 10^{10} \text{ s}^{-1}$; 2 — $E/p = 71.85 \text{ V/cm} \cdot \text{Torr}$, $E = 54.6 \text{ kV/cm}$, $F_{\max} = 10.8 \text{ kV/cm}$, $v_i t = 8.5$, $v_i = 6.5 \cdot 10^{10} \text{ s}^{-1}$; 3 — $E/p = 160 \text{ V/cm} \cdot \text{Torr}$, $E = 121.6 \text{ kV/cm}$, $F_{\max} = 16.8 \text{ kV/cm}$, $v_i t = 8.7$, $v_i = 2.23 \cdot 10^{11} \text{ s}^{-1}$; 4 — $E/p = 2.56 \text{ kV/cm} \cdot \text{Torr}$, $E = 1946 \text{ kV/cm}$, $F_{\max} = 0.39 \text{ kV/cm}$, $v_i t = 6.16$, $v_i = 2.91 \cdot 10^{11} \text{ s}^{-1}$; ($p = 760 \text{ Torr}$).

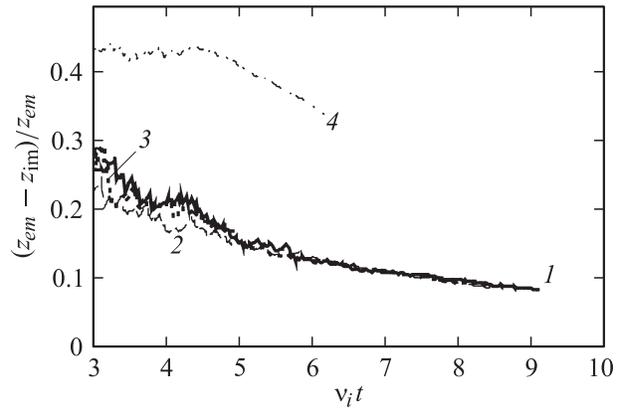


Рис. 7. Зависимость относительной разности средних значений координат $(z_{em} - z_{im})/z_{em}$ от времени. 1 — $E/p = 40 \text{ V/cm} \cdot \text{Torr}$, $E = 30.4 \text{ kV/cm}$, $v_i = 1.82 \cdot 10^{10} \text{ s}^{-1}$; 2 — $E/p = 71.85 \text{ V/cm} \cdot \text{Torr}$, $E = 54.6 \text{ kV/cm}$, $v_i = 6.5 \cdot 10^{10} \text{ s}^{-1}$; 3 — $E/p = 160 \text{ V/cm} \cdot \text{Torr}$, $E = 121.6 \text{ kV/cm}$, $v_i = 2.23 \cdot 10^{11} \text{ s}^{-1}$; 4 — $E/p = 2.56 \text{ kV/cm} \cdot \text{Torr}$, $E = 1946 \text{ kV/cm}$, $v_i = 2.91 \cdot 10^{11} \text{ s}^{-1}$; ($p = 760 \text{ Torr}$). Параметры те же, что на рис. 3.

распределения электронов несколько смещены вперед по отношению к распределению ионов.

Видно, что для рассмотренных моментов времени напряженность плазменного поля мала по сравнению с напряженностью внешнего поля E , вызывающего лавину. Это происходит не только потому, что для рассмотренных моментов времени зарядов еще мало. Важно еще и то, что облака положительных и отрицательных зарядов существенно перекрываются. Средние значения координат электронов z_{em} и ионов z_{im} отличаются незначительно. Более того, относительная разность средних значений координат $(z_{em} - z_{im})/z_{em}$ падает как функция времени (рис. 7). Плазменное поле не учитывается в расчетах и не удерживает заряды друг возле друга. Дело в том, что электроны, размножаясь, не могут смещаться относительно ионов существенно больше, чем обратный коэффициент Таунсенда.

Однако ясно, что ввиду экспоненциального роста числа зарядов в лавине плазменное поле сравняется с внешним полем при $t \sim 20/v_i$, что соответствует известному критерию перехода лавины в стример [1–7].

Заключение

Итак, экспоненциальный характер размножения электронов в лавине (как по времени, так и по координате вдоль поля) имеет место даже при больших значениях приведенной напряженности поля $E/p > 200 \text{ V/cm} \cdot \text{Torr}$, когда коэффициент размножения Таунсенда и частота ионизации начинают падать. Однако современные представления о распределении электронов в лавине справедливы лишь при сравнительно небольших значениях приведенной напряженности поля $E/p < 100 \text{ V/cm} \cdot \text{Torr}$.

Работа поддержана МНТЦ (грант № 1270).

Список литературы

- [1] *Леб Л.* Основные процессы электрических разрядов в газах. М.; Л.: ГИТТЛ, 1950. 672 с.
- [2] *Грановский В.Л.* Электрический ток в газе. Т. 1. М.: ГИТТЛ, 1952. 432 с.
- [3] *Кацов П.А.* Электроника. М.: ГИТТЛ, 1954. 467 с.
- [4] *Энгель А.* Ионизованные газы. М.: ГИФМЛ, 1959. 332 с.
- [5] *Ретер Г.* Электронные лавины и пробой в газах. М.: Мир, 1968. 390 с.
- [6] *Лозанский Э.Д., Фирсов О.Б.* Теория искры. М.: Атомиздат, 1975. 272 с.
- [7] *Райзер Ю.П.* Физика газового разряда. М.: Наука, 1992. 536 с.
- [8] *Wang M.C., Kunhard E.E.* // Phys. Rev. A. 1990. Vol. 42. N 4. P. 2366–2373.
- [9] *Vitello P.A., Penetrante B.M., Bardsley J.N.* // Phys. Rev. E. 1990. Vol. 49. N 6. P. 5574–5598.
- [10] *Kulikovskiy A.A.* // Phys. Rev. E. 1998. Vol. 57. N 6. P. 7066–7074.
- [11] *Rocco A., Ebert U., Hundsdorfer W.* // Phys. Rev. E. 2002. Vol. 66. N 035102 (R). P. 1–4.
- [12] *Arrayás M., Ebert U., Hundsdorfer W.* // Phys. Rev. Lett. 2002. Vol. 88. N 17. P. 174502–1–174502–4.
- [13] *Kulikovskiy A.A.* // Phys. Rev. Lett. 2002. Vol. 89. N 22. P. 229401 (1).
- [14] *Kunhard E.E., Tzng Y., Boeuf J.P.* // Phys. Rev. A. 1986. Vol. 37. N 1. P. 440–449.
- [15] *Ткачев А.Н., Яковленко С.И.* // Письма в ЖЭТФ. 2003. Т. 77. Вып. 5. С. 264–269.
- [16] *Tkachev A.N., Yakovenko S.I.* // Proc. SPIE. 2002. Vol. 4747. P. 271.
- [17] *Tkachev A.N., Yakovenko S.I.* // Laser physics. 2002. Vol. 12 (7). P. 1022.
- [18] *Krishnakumar E., Srivastava S.K.* // J. Phys. B. 1988. Vol. 21(6). P. 1055–1082.
- [19] *Fursa D.V., Bray I.* // Phys. Rev. A. 1995. Vol. 52(2). P. 1279–1297.
- [20] *Nickel J.C., Imre K., Register D.F., Trajmar S.* // J. Phys. B. 1985. Vol. 18(1). P. 125–133.