

01;04

## Анализ закономерностей рассеяния частиц плазмы на нестационарных флуктуациях

© В.И. Хвесьюк, А.Ю. Чирков

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана,  
105005 Москва, Россия  
e-mail: khves@power.bmstu.ru

(Поступило в Редакцию 10 июля 2003 г.)

Представлены результаты численного анализа взаимодействия частиц с электростатическими флуктуациями, образующими волновые пакеты. Исследовано влияние динамических параметров частиц и пакетов на рассеяние частиц. Показано, что характер рассеяния электронов и ионов на такого рода флуктуациях в общем случае существенно отличается. Предложены оценки параметров бесстолкновительной диффузии.

### Введение

В [1,2] предложен новый подход к исследованию переноса в плазме токамака. В [1,2] рассматривается дискретная система резонансных поверхностей. Для каждой из них возникает бесконечный набор электростатических волновых мод. Предполагается, что амплитуды всех мод одинаковы, постоянны во времени и экспоненциально уменьшаются с увеличением расстояния от резонансной поверхности. Моды, соответствующие соседним резонансным поверхностям, перекрываются. Суммирование мод сводит картину волновых полей к системе волновых пакетов (флуктуаций). В рамках этой модели аномальный перенос определяется рассеянием заряженных частиц на такого рода флуктуациях. Необходимо отметить, что в [1,2] не рассматривался какой-либо конкретный тип колебаний, а также не учитывалась структура волновых пакетов. Рассматривались равномерно расположенные по всем частотам (от  $-\infty$  до  $+\infty$ ) моды с одинаковой (по абсолютной величине) фазовой скоростью, что в результате дает систему бесконечно узких в пространстве стационарных волновых пакетов ( $\delta$ -функций).

В общем случае результаты взаимодействия частиц с волновыми образованиями (пакетами) зависят от частотного интервала мод, длин волн, дисперсии фазовых скоростей. Поэтому представляет интерес анализ взаимодействий с волновыми пакетами, формируемыми исходя из дисперсионных соотношений для определенных типов плазменных волн.

В настоящей работе рассматривается именно такая задача взаимодействия частиц с волновыми пакетами. Расчеты выполнены для диапазонов частот и длин волн, соответствующих низкочастотной и нижнегибридной дрейфовым неустойчивостям [3–12]. Условия квантования на резонансной поверхности приводят к конечному набору дискретных мод. Предполагается, что амплитуды мод уменьшаются с увеличением расстояния от резонансной поверхности, что соответствует нелокальным решениям для дрейфовых волн, распространяющихся в неоднородной плазме [10,12]. Такое моделирование вол-

новых полей дает нестационарные волновые двумерные пакеты.

Цель работы — исследование влияния параметров частиц и волновых пакетов на результаты их взаимодействия. Основными определяющими параметрами для частиц являются их энергия, скорость относительно волнового пакета, циклотронный радиус, циклотронная частота, фаза ларморовского вращения в момент взаимодействия, для волновых пакетов — частоты, длины волн, пространственные размеры, амплитуды, скорости изменения амплитуды.

### 1. Расчетная модель

В расчетах рассматривается цилиндрическая плазменная конфигурация, однородная вдоль оси  $z$ , в которой магнитное поле  $B$  зависит только от радиуса  $r$  и направлено вдоль оси  $z$ , а волны распространяются по азимуту  $\theta$ . Учитывается также стационарное радиальное электрическое поле  $E_R(r)$ .

Расчеты движения и потоков частиц выполнены на основе модели [1,2,13,14] бесстолкновительной диффузии поперек магнитного поля под действием многих мод электростатических дрейфовых колебаний. Предполагается, что из многих мод формируются локализованные нестационарные волновые пакеты, движущиеся перпендикулярно магнитному полю и градиенту концентрации плазмы. Моды считаются электростатическими, а каждому пакету соответствует потенциал вида

$$\varphi \sim \sum_n \varphi_{0n} g_{\perp}(r) \cos(-\omega_n t + k_{\perp n} r \theta + k_{\parallel n} z + \psi_n), \quad (1)$$

где  $n$  — номер моды;  $g_{\perp}(r)$  — радиальный профиль пакета;  $\varphi_{0n}$  и  $\psi_n$  — амплитуды и начальные фазы мод;  $\omega_n$  — частота;  $k_{\perp n} = 2\pi n r_s / \lambda_0 r$  — азимутальное волновое число;  $\lambda_0$  — максимальная длина волны в спектре пакета;  $k_{\parallel n}$  — продольное волновое число,  $k_{\parallel n} \ll k_{\perp n}$ ;  $r_s$  — значение радиальной координаты, определяющее параметры пакета ( $r = r_s$  примерно соответствует мак-

симуму профиля  $g_{\perp}(r)$ ). Вводится система дискретных резонансных поверхностей  $r = r_s$  ( $s = 1, 2, 3, \dots$ ).

Значения  $\omega_n$  и  $k_{\perp n}$  связаны соответствующим дисперсионным соотношением  $\omega(k_{\perp})$ . Компоненты электрического поля пакета определяются потенциалом (1)  $E_r^{\sim} = -\partial\varphi^{\sim}/\partial r$ ,

$$E_{\theta}^{\sim} = -\frac{1}{r} \frac{\partial\varphi^{\sim}}{\partial\theta},$$

символ „ $\sim$ “ здесь и далее относится к возмущениям соответствующих величин.

Таким образом, волновые пакеты вида (1) представляют собой нестационарные двумерные образования.

Отметим, что, согласно теории дрейфовых неустойчивостей [5,6], возникновение неустойчивых низкочастотных дрейфовых волн возможно только при  $k_{\parallel} \neq 0$ , высокочастотные дрейфовые неустойчивости (нижнегибридная, дрейфово-циклотронная) могут развиваться при  $k_{\parallel} = 0$ . Для моделирования поперечного переноса как в высокочастотном, так и в низкочастотном диапазонах влияние продольной компоненты  $k_{\parallel}$  нами не учитывалась (заметим, что низкочастотная дрейфовая неустойчивость развивается при  $k_{\parallel} \ll k_{\perp}$  [6]). Максимальный уровень флуктуаций потенциала  $\Delta\varphi_m$  в расчетах задавался относительной амплитудой

$$\varepsilon_m = \frac{e\Delta\varphi_m}{k_B T_e}, \quad (2)$$

где  $e$  — заряд электрона,  $k_B$  — постоянная Больцмана,  $T_e$  — электронная температура.

Предполагается, что основной вклад в волновые поля вносят моды, волновые числа  $k_{\perp}$  которых расположены в окрестности максимума инкремента неустойчивости. Это позволяет для каждого волнового пакета использовать линейную аппроксимацию дисперсионного соотношения

$$\omega(k_{\perp}) \approx \omega_0 + v_g(k_{\perp} - k_0), \quad (3)$$

где  $\omega_0$  и  $v_g$  — частота и групповая скорость пакета, определяемые из точного дисперсионного соотношения при  $k_{\perp} = k_0$ .

Выбор волнового числа  $k_0$  в принципе может быть сделан в достаточной степени произвольно в пределах диапазона неустойчивости. Например,  $k_{\perp} = k_0$  может соответствовать максимуму инкремента неустойчивости. Следует отметить, что в ряде случаев максимумы зависимостей частоты  $\omega(k_{\perp})$  и инкремента  $\gamma(k_{\perp})$  дрейфовых волн приходятся на близкие значения  $k$  [12]. В зависимости от знака производной  $\partial\omega/\partial k_{\perp}$  точного дисперсионного соотношения групповая скорость в (3) может быть направлена как параллельно фазовой скорости, так и в противоположную сторону. При этом волновые пакеты в линейном приближении (3) представляют собой периодически пульсирующие возмущения, движущиеся со скоростью  $v_g$  без распыливания.

Радиальное электростатическое поле  $E_R$ , которое может возникать в плазме или быть наложено извне,

создает азимутальное вращение плазмы. В этом случае групповая скорость зависит от величины  $E_R$  следующим образом:

$$v_g = v_{g0} + V_E = v_{g0} - \frac{E_R}{B}, \quad (4)$$

где  $V_E$  — скорость азимутального электрического дрейфа;  $v_{g0}$  — групповая скорость в системе отсчета, вращающейся вместе с плазмой.

Необходимо отметить, что величина  $v_{g0}$  может зависеть от величины радиального электростатического поля  $E_R$  (см., например, [9]), а также от его градиента  $dE_R/dr$ .

Заметим, что приближение (3) обеспечивает нестационарность волновых пакетов, за исключением случая  $\omega_0 = v_g k_0$ . В этом случае дисперсионное соотношение имеет вид  $\omega = v_g k_{\perp}$  и образующиеся волновые пакеты представляют собой солитоноподобные электростатические возмущения неизменной во времени формы. В пределах применимости дрейфового приближения воздействие таких возмущений не приводит к перемещению частиц (электронов и ионов) поперек магнитного поля.

В нашей модели рассматриваются локализованные флуктуации с  $\delta_{\parallel} \ll \lambda_0$ , где  $\delta_{\parallel}$  — пространственная ширина пакета в направлении его движения. Пакеты с  $\lambda_0 \gg \rho_{Ti}$ ,  $\omega \ll \omega_{ci}$  ( $\rho_{Ti}$  — циклотронный радиус ионов, вычисляемый по тепловой скорости;  $\omega_{ci}$  — ионная циклотронная частота) соответствуют низкочастотным дрейфовым волнам [6], случай  $\lambda_0 \sim \rho_{Te}$ ,  $\omega_{ci} \ll \omega \ll \omega_{ce}$  ( $\rho_{Te}$  — циклотронный радиус электронов, вычисляемый по тепловой скорости;  $\omega_{ce}$  — электронная циклотронная частота) — нижнегибридным дрейфовым волнам [6]. В промежуточном диапазоне  $\lambda_0 \sim \rho_{Ti}$ ,  $\omega \sim \omega_{ci}$  возможно существование дрейфово-циклотронных волн [7].

В рассматриваемой геометрии траектории частиц сорта „ $\alpha$ “ находятся в результате численного решения уравнений динамики

$$m_{\alpha} \frac{dv_{r\alpha}}{dt} = q_{\alpha} [E_r^{\sim} + E_R(r) + v_{\theta\alpha} B], \quad (5)$$

$$m_{\alpha} \frac{dv_{\theta\alpha}}{dt} = q_{\alpha} (E_{\theta}^{\sim} - v_{r\alpha} B), \quad (6)$$

где  $m_{\alpha}$ ,  $q_{\alpha}$ ,  $v_{r\alpha}$  и  $v_{\theta\alpha}$  — масса, заряд, радиальная и азимутальная компоненты скорости частицы.

При  $\delta_{\parallel} \gg \rho_{\alpha}$ ,  $\omega \ll \omega_{c\alpha}$ ,  $v_g \ll v_{\alpha\perp}$  ( $\rho_{\alpha}$  — циклотронный радиус;  $v_{\alpha\perp} = \sqrt{v_{r\alpha}^2 + v_{\theta\alpha}^2}$  — компонента скорости, перпендикулярная магнитному полю) движение частицы сорта „ $\alpha$ “ под действием пакета с заданными параметрами ( $\delta_{\parallel}$ ,  $\omega_0$ ,  $v_g$ ) возможно рассматривать в дрейфовом приближении. При этом скорость движения ведущего центра частицы относительного волнового пакета равна

$$u_{\alpha} = |V_{dr} - v_g| = \left| -\frac{E_R}{B} + \frac{mv_{\perp\alpha}^2}{2q_{\alpha} B^2} \frac{dB}{dr} - v_g \right| = \left| \frac{mv_{\perp\alpha}^2}{2q_{\alpha} B^2} \frac{dB}{dr} - v_{g0} \right|. \quad (7)$$

Уравнения динамики частицы (5), (6) следуют из уравнений Гамильтона

$$\begin{aligned} \frac{dp_r}{dt} &= -\frac{\partial H}{\partial r}, & \frac{dr}{dt} &= \frac{\partial H}{\partial p_r}, \\ \frac{dP_\theta}{dt} &= -\frac{\partial H}{\partial \theta}, & \frac{d\theta}{dt} &= \frac{\partial H}{\partial P_\theta}, \end{aligned}$$

где  $H = H(t, r, \theta, p_r, P_\theta)$  — гамильтониан,  $p_r = mv_r$ ,  $P_\theta = mrv_\theta + q\Psi$ ,  $\Psi$  — функция полоидального магнитного потока, индекс  $\alpha$  опущен.

Гамильтониан частицы равен

$$H = \frac{p_r^2}{2m} + \frac{(P_\theta - q\Psi)^2}{2mr^2} + q\varphi \sim + q\varphi_R, \quad (8)$$

где  $\varphi_R$  — потенциал радиального электростатического поля  $E_R$ .

Под воздействием флуктуирующих полей частицы отклоняются по радиусу в направлении, перпендикулярном магнитному полю.

Поток частиц с некоторой поверхности радиуса  $r'$  ( $r - |\Delta r| < r' < r + |\Delta r|$ ), пересекающий выделенную поверхность радиуса  $r$ , составляет

$$\Gamma'(r') = N(r')\Delta r v, \quad (9)$$

где  $N$  — концентрация частиц,  $\Delta r$  — смещение ведущего центра частицы,  $v$  — эффективная частота взаимодействий частиц с флуктуациями.

Суммирование потоков, пересекающих выделенную поверхность в противоположных направлениях, дает полный поток

$$\Gamma(r) \approx -\frac{1}{3} \Delta r_m^2 v \frac{\partial N}{\partial r}, \quad (10)$$

где

$$D = \frac{1}{3} \Delta r_m^2 v$$

— эффективный коэффициент диффузии,  $\Delta r_m$  — максимальное смещение ведущего центра частицы при одном взаимодействии с флуктуацией.

При определении потока (10) мы полагали, что радиальное смещение может с равной вероятностью принимать значения в диапазоне  $-\Delta r_m \leq \Delta r \leq \Delta r_m$ , а также  $\Delta r_m \ll L_N$ , где

$$L_N = \left( \frac{1}{N} \frac{\partial N}{\partial r} \right)^{-1}$$

— характерный масштаб неоднородности концентрации плазмы.

Диффузионную форму вида (10) обычно используют для определения потоков во внутренних областях плазмы. При определении потерь частиц через границу плазмы корректнее пользоваться выражением вида (9) для конвективного потока

$$\Gamma^{\text{conv}} \approx \frac{1}{2} \Delta r_m v N.$$

Ранее проведенные расчеты [13–16] показали, что движение частиц плазмы в поле многих волновых пакетов является стохастическим. Тогда оценки потоков частиц, связанных с рассматриваемым бесстолкновительным механизмом переноса, сводятся к определению величин  $\Delta r_m$  и  $v$ . Для этого в настоящей работе выполнена серия расчетов взаимодействия частицы и одиночного волнового пакета с целью определить основные закономерности и характеристики такого взаимодействия.

Для этих расчетов был сделан ряд упрощений. Профиль потенциала  $\varphi \sim$  в направлении распространения флуктуации  $y$  (в цилиндрических координатах  $y = r\theta$ ) аппроксимировался зависимостью вида

$$\varphi \sim = \Delta \varphi_m \cos(-\omega_0 t + \psi_0) g_{\parallel}(\theta - \omega_g t) g_{\perp}(r), \quad (11)$$

где  $\omega_0$  учитывает нестационарность волнового пакета,  $\psi_0$  — начальная фаза,  $\omega_g = v_g/r_{s0} = \text{const}$  — угловая скорость распространения пакета в азимутальном направлении.

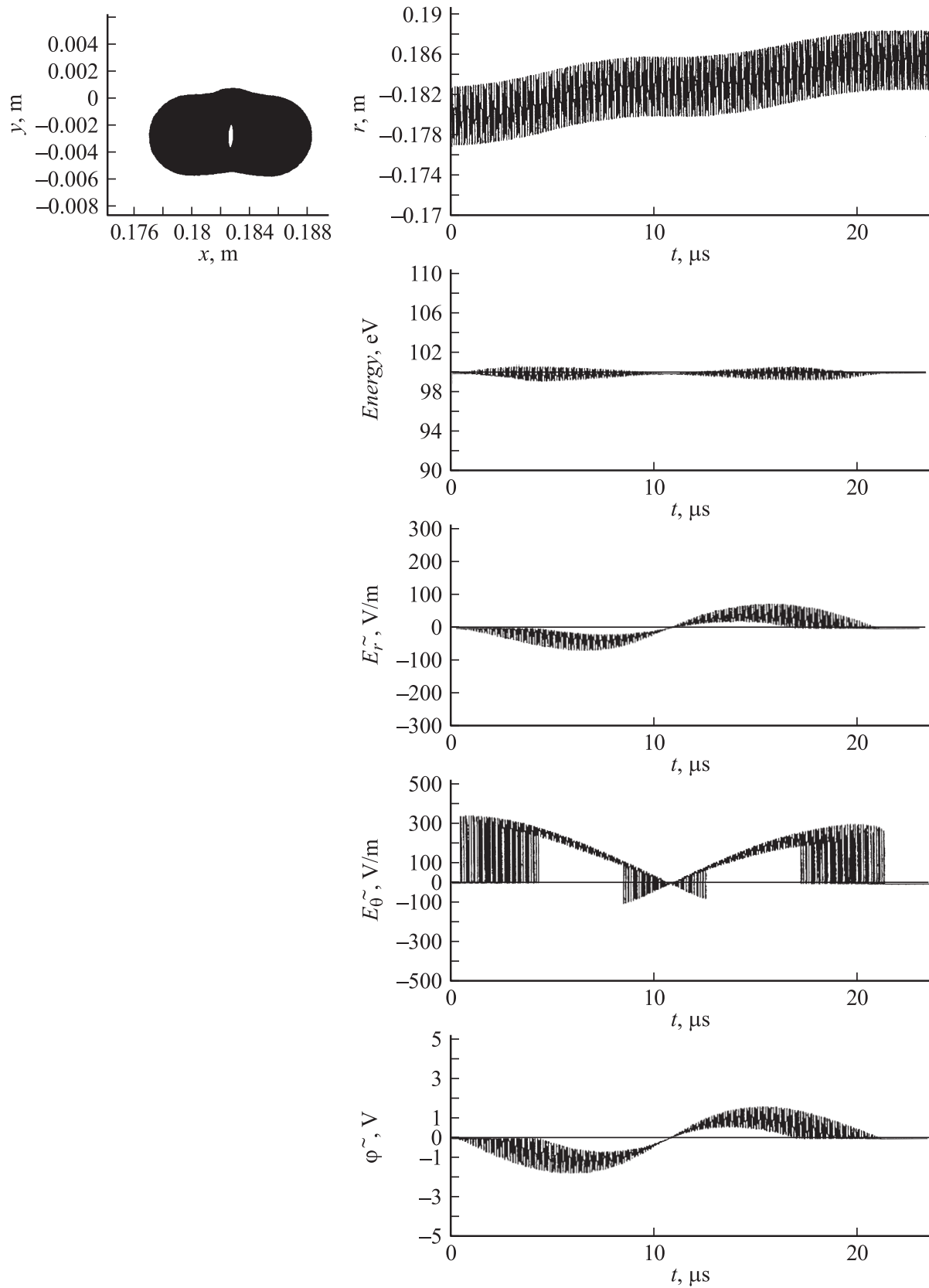
Значение  $\omega_g$  вычислялось по групповой скорости при  $r = r_{s0}$ , соответствующем максимуму радиального профиля  $g_{\perp}$ . В этих расчетах радиальный профиль  $g_{\perp}$  выбирался достаточно широким, т. е. так, чтобы его характерная ширина  $\delta_{\perp}$  была заведомо больше, чем максимальное смещение ведущего центра частицы  $\Delta r_m$ . Функция  $g_{\parallel}$  задавалась в виде „треугольного импульса“.

Результаты расчетов взаимодействия частиц и волновых пакетов-флуктуаций представлены в разделах 2 и 3. Расчеты были проведены как для ионов, так и для электронов. Полученные закономерности для ионов и электронов подобны при равенстве отношений  $\omega_{ca}/\omega_0$ ,  $\rho_{\alpha}/\delta_{\parallel}$ ,  $v_{\perp\alpha}/v_{g0}$  ( $\alpha = i, e$ ). Поэтому для определенности все рассуждения в разделах 2, 3, приведены для ионов. Рассмотрение взаимодействия для ионов ограничено двумя предельными режимами: режимом дрейфового движения ( $\delta_{\parallel} \gg \rho_i$ ,  $\omega \ll \omega_{ci}$ ) и мгновенного взаимодействия ( $\delta_{\parallel} \ll \rho_i$ ,  $\omega \gg \omega_{ci}$ ).

## 2. Взаимодействие частиц и флуктуаций при $\delta_{\parallel} \gtrsim \rho$ , $\omega \ll \omega_c$

Пример расчетов взаимодействия частицы и длинноволновой флуктуации представлен на рис. 1, где показаны траектория частицы в плоскости  $(x, y)$ , перпендикулярной магнитному полю, изменение во времени радиальной координаты частицы  $r$ , энергии частицы, а также компонент электрического поля пакета  $E_r^{\sim}$ ,  $E_{\theta}^{\sim}$  и потенциала пакета  $\varphi \sim$  на траектории частицы.

Расчеты показали, что при увеличении частоты  $\omega_0$  величина смещения возрастает до тех пор, пока время взаимодействия частицы и флуктуации  $t_{\text{int}}$  становится порядка  $\pi/\omega_0$ . Зависимость смещения от отношения  $\omega_0/\omega_m$  представлена на рис. 2. В рассматриваемом случае время



**Рис. 1.** Результаты расчета динамики иона (протона) под воздействием длинноволнового пакета.  $B = 0.5$  Т, радиус плазмы  $a = 0.2$  м,  $T_i = 100$  эВ,  $T_e = 100$  эВ,  $\rho_i = 0.29$  мм, начальная энергия иона 100 эВ,  $r_{s0} = 0.18$  м,  $\Delta\varphi_m = 4$  эВ,  $v_{g0} = -0.01v_{Ti}$ ,  $\delta_{||} = 4\rho_{Ti} = 11.6$  мм,  $\omega_0 = \omega_{mi} = 1.5 \cdot 10^5$  рад/с,  $\psi_0 = 0$ .

взаимодействия  $t_{\text{int}} = 2\delta_{\parallel}/u$  и при  $\omega_0 < \omega_m$  смещение возрастает примерно пропорционально  $\omega_0/\omega_m$ , где

$$\omega_m = \frac{\pi|v_{g0}|}{2\delta_{\parallel} + 2\rho}. \quad (12)$$

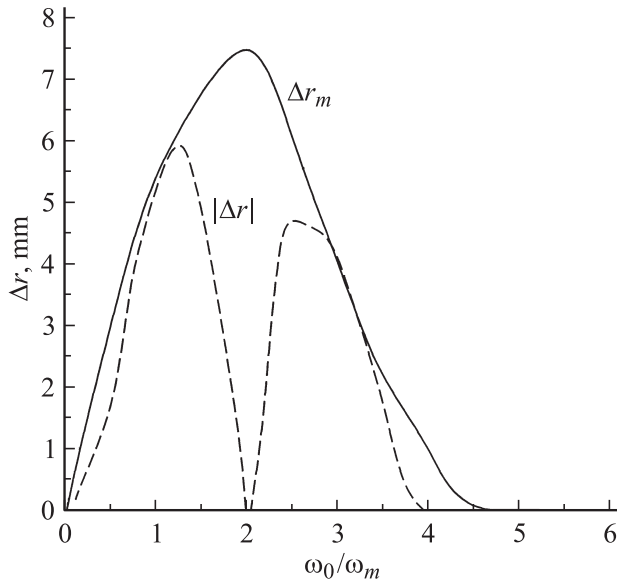
С точки зрения низкочастотных дрейфовых волн интерес представляет именно диапазон  $\omega_0 < \omega_m$ , так как для условий низкочастотных дрейфовых волн  $\omega_m \gtrsim \omega_d = v_d/r$ , где  $v_d$  и  $\omega_d$  — скорость и частота диамагнитного дрейфа. При  $\omega_0 > 2\omega_m$  величина смещения достаточно резко уменьшается, причем уменьшение монотонно при  $\delta_{\parallel} \sim \rho$  (рис. 2), а при  $\delta_{\parallel} \gg \rho$  — немонотонно.

Согласно результатам расчетов, при  $\omega_0 < \omega_m$  максимальное смещение частицы поперек линий магнитного поля может быть оценено по формуле

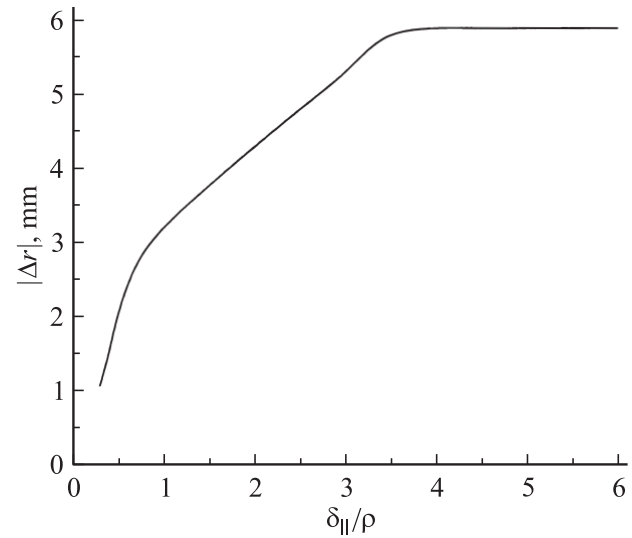
$$\Delta r_m = \frac{\langle E_{\theta}^{\sim} \rangle}{B} t_{\text{int}} = \eta_{\delta} \frac{\Delta\varphi_m}{Bu} \frac{\omega_0}{\omega_m}, \quad (13)$$

где угловые скобки означают усреднение значений на траектории частицы по промежутку времени  $0 \leq t \leq t_{\text{int}}$ , а коэффициент  $\eta_{\delta}$  учитывает конечность ларморовского радиуса по сравнению с размером флуктуации  $\delta_{\parallel}$ .

На рис. 3 представлены результаты расчета смещения частицы в зависимости от отношения  $\delta_{\parallel}/\rho$ . Согласно результатам расчетов, при  $\delta_{\parallel} > 3.5\rho$   $\eta_{\delta} \approx 1$ , а при  $\delta_{\parallel} < 3.5\rho$   $\eta_{\delta} \approx \delta_{\parallel}/(3.5\rho) \approx 0.3\delta_{\parallel}/\rho$ . Отметим, что величина (13) не может превышать характерную ширину радиального профиля пакета  $\delta_{\perp}$ .



**Рис. 2.** Радиальное смещение иона (протона) при начальной фазе „импульса“  $\psi_0 = 0$  (пунктир) и максимальное смещение во всем диапазоне  $\psi_0$  (сплошная кривая) в зависимости от частоты „импульса“  $\omega_0$ .  $B$ ,  $a$ ,  $T_i$ ,  $T_e$ ,  $\rho_i$ ,  $r_{s0}$ ,  $\Delta\varphi_m$ ,  $v_{g0}$ ,  $\delta_{\parallel}$  (значения те же, что и на рис. 1).



**Рис. 3.** Радиальное смещение иона (протона) в зависимости от продольной толщины „импульса“  $\delta_{\parallel}$ .  $B$ ,  $a$ ,  $T_i$ ,  $T_e$ ,  $\rho_i$ ,  $r_{s0}$ ,  $\Delta\varphi_m$ ,  $v_{g0}$ ,  $\omega_0$  (значения те же, что и на рис. 1).

Частота взаимодействий в рассматриваемом длинноволновом низкочастотном случае равна  $v = u/\lambda_0$ .

Низкочастотная дрейфовая неустойчивость развивается при относительно низких  $\beta$  ( $\beta$  — отношение давления плазмы к давлению магнитного поля) и, следовательно, неоднородность магнитного поля  $dB/dr$  в этом случае невелика. Тогда для большинства частиц  $u \approx |v_{g0}|$ , так как скоростью градиентного дрейфа, входящей в (7), можно пренебречь и при  $\omega_0 < \omega_m$  полагать

$$\Delta r_m = 2\varepsilon_m \frac{k_B T_e}{eB} \frac{\eta_{\delta}(\delta_{\parallel} + \rho)\omega_0}{\pi v_{g0}^2}. \quad (14)$$

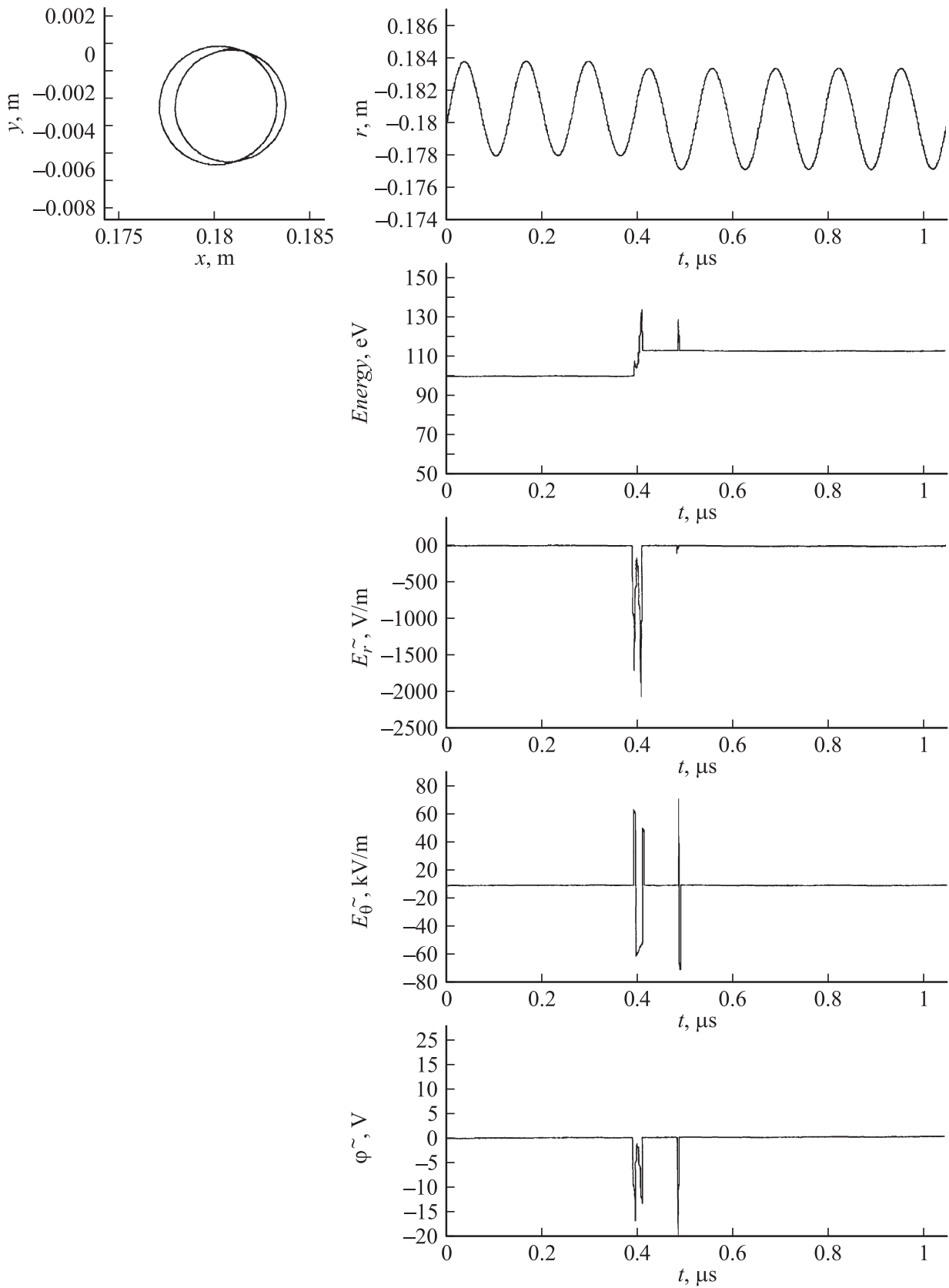
Отдельно следует учесть резонансные частицы с  $u \approx 0$ , так как они могут вносить значительный вклад в суммарный поток. При максвелловском распределении концентрация таких резонансных частиц  $N^{\text{res}} \approx N \exp(-v_{\text{res}}^2/v_T^2)$ , где  $v_{\text{res}}$  — значение поперечной компоненты скорости  $v_{\perp}$ , определяемое из условия  $u = 0$ ;  $v_T$  — тепловая скорость частиц рассматриваемого сорта.

Поток резонансных частиц можно оценить как

$$\Gamma^{\text{res}} \approx \frac{1}{3} N^{\text{res}} \frac{\Delta\varphi_m}{\delta_{\parallel} B} = \frac{1}{3} N^{\text{res}} \varepsilon_m \frac{k_B T_e}{eB\delta_{\parallel}}. \quad (15)$$

### 3. Взаимодействие частиц и флуктуаций при $\delta_{\parallel} \ll \rho$ , $\omega \lesssim \omega_c$

Пример расчетов взаимодействия частицы и коротковолновой высокочастотной флуктуации представлен на рис. 4.



**Рис. 4.** Результаты расчета динамики иона (протона) под воздействием коротковолнового пакета.  $B$ ,  $a$ ,  $T_i$ ,  $T_e$ ,  $\rho_i$ ,  $r_{s0}$  (рис. 1),  $\Delta\varphi_m = 20$  eV,  $v_{g0} = -0.3v_{Ti}$ ,  $\delta_{||} = 0.1\rho_{Ti}$ ,  $\omega_0 = 0$ ,  $\psi_0 = 0$ ,  $\xi = \xi_{res}$ .

В процессе взаимодействия частицы с коротковолновым пакетом ( $\delta_{\parallel} \ll \rho$ ) азимутальная компонента скорости частицы изменяется на величину

$$\Delta v_{\theta} = -\frac{q\Delta\varphi}{m(v_{\theta} - v_g)}$$

при  $|\Delta v_{\theta}| \ll |v_{\theta} - v_g|$ . Учитывая, что смещение ведущего центра по радиусу связано с изменением скорости пропорцией  $\Delta r/\rho = \Delta v_{\theta}/v_{\perp}$ , получаем

$$\Delta r = \frac{m\Delta v_{\theta}}{qB} = \frac{\langle E_{\theta} \rangle t_{\text{int}}}{B}. \quad (16)$$

При  $|v_{\theta} - v_g| \ll |v_{\theta}|$ , полагая

$$\langle E_{\theta} \rangle \sim -\frac{\Delta\varphi}{2\delta_{\parallel}}$$

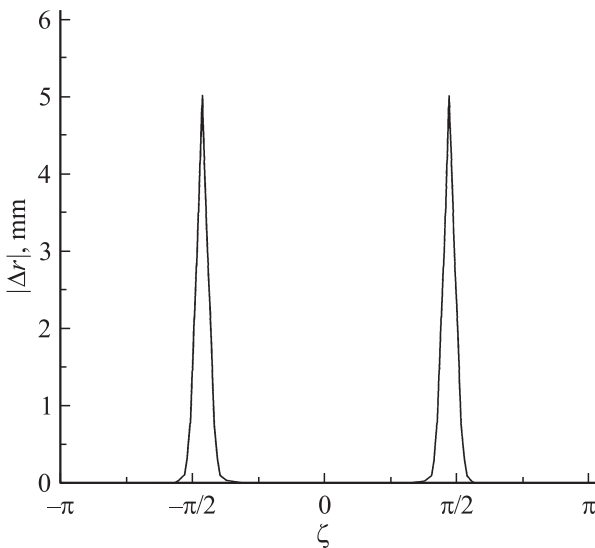
и учитывая, что  $2\delta_{\parallel} \approx (v_{\theta} - v_g)t_{\text{int}}$ , из (14) получаем, что

$$\Delta r \sim -\frac{\Delta\varphi}{B(v_{\theta} - v_g)}.$$

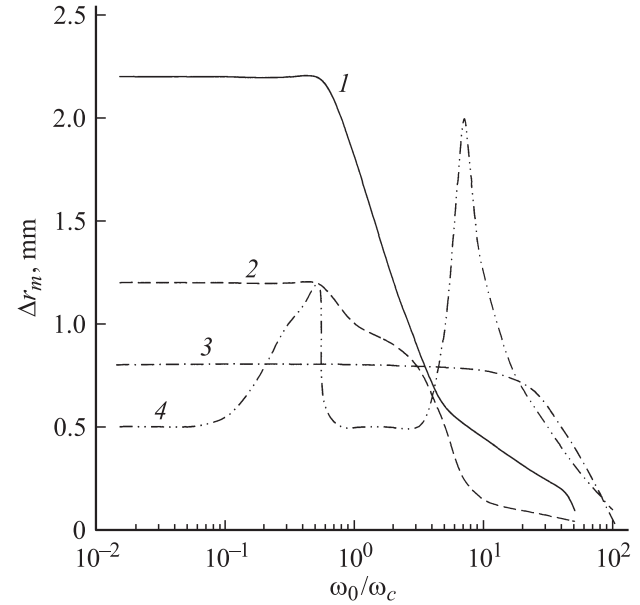
Максимальное смещение испытывают частицы с  $v_{\theta} \approx v_g$ . Расчеты показали, что именно эти частицы вносят основной вклад в суммарный поток. Значения ларморовской фазы  $\xi$  таких частиц близки к резонансной величине

$$\zeta_{\text{res}} = \pm \left[ \frac{\pi}{2} + \arcsin\left(\frac{v_{g0}}{v_{\perp}}\right) \right]. \quad (17)$$

Как показали расчеты (рис. 5), эффективно взаимодействуют частицы с ларморовскими фазами  $\zeta_{\text{res}} \pm 0.1\pi$ .



**Рис. 5.** Радиальное смещение иона (протона) в зависимости от ларморовской фазы иона  $\xi$ .  $B, a, T_i, T_e, \rho_i, r_{s0}, \delta_{\parallel}, \Delta\varphi_m, \omega_0, \psi_0$  (рис. 4),  $v_{g0} = -0.1v_{Ti}$ .



**Рис. 6.** Радиальное смещение иона (протона) в зависимости от частоты „импульса“  $\omega_0$ : 1 —  $v_{g0} = 0.05v_{Ti}$ , 2 —  $V_{g0} = 0.02v_{Ti}$ , 3 —  $v_{g0} = 0.3v_{Ti}$ , 4 —  $V_{g0} = 0.01v_{Ti}$ .  $B, a, T_i, T_e, \rho_i, r_{s0}, \delta_{\parallel}, \Delta\varphi_m, \psi_0, \xi$  (рис. 4).

Максимальное эффективное время взаимодействия таких частиц с флуктуацией составляет

$$(t_{\text{int}})_{\text{max}} \approx 0.1 \frac{2\pi}{\omega_c}.$$

При  $\delta_{\parallel} \leq 0.1\rho$  из соотношения

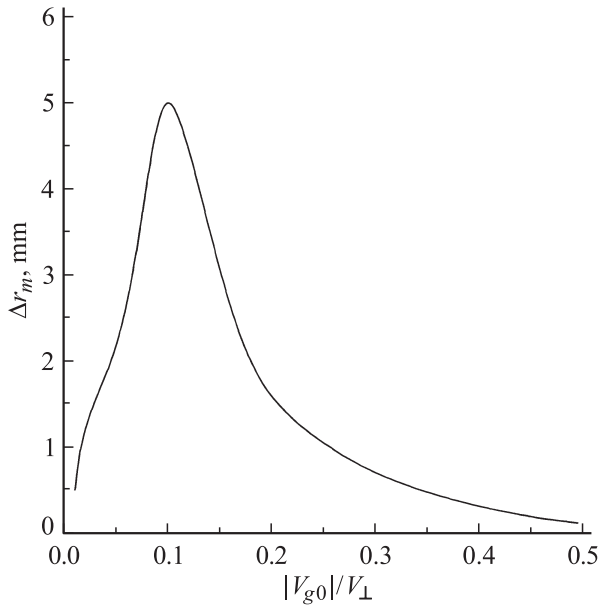
$$2\delta_{\parallel} = \frac{1}{2} v_{\perp} \omega_c t_{\text{int}}^2$$

время взаимодействия

$$t_{\text{int}} = \frac{2}{\omega_c} \sqrt{\frac{\delta_{\parallel}}{\rho}}.$$

Как показали расчеты, смещение частицы под действием коротковолновых флуктуаций происходит даже в случае „стационарной“ формы флуктуации, т.е. при  $\omega_0 = 0$ . На рис. 6 представлены результаты расчетов, показывающие влияние частоты  $\omega_0$  на величину смещения. Смещение начинает существенно уменьшаться (примерно пропорционально  $\omega_c/\omega_0$ ) при  $\omega_0 \gg \omega_c$ . Так, при  $|v_{g0}| \sim 0.3v_{\perp}$  заметное уменьшение смещения начинается с  $\omega_0 \sim 50\omega_c$ .

Влияние групповой скорости иллюстрируется на рис. 7. Расчеты показали, что при увеличении абсолютного значения групповой скорости до  $|v_{g0}| \approx 0.1v_{\perp}$  смещение возрастает примерно пропорционально  $|v_{g0}|/(0.1v_{\perp})$ . Это происходит, видимо, потому что усиливается нестационарность, связанная с относительным движением иона и флуктуации. При  $|v_{g0}| > 0.1v_{\perp}$  величина смещения убывает примерно как  $0.1v_{\perp}/|v_{g0}|$ , так как уменьшается время взаимодействия флуктуации и частицы.



**Рис. 7.** Максимальное радиальное смещение иона (протона) в зависимости от групповой скорости „импульса“  $v_{g0}$ .  $B$ ,  $a$ ,  $T_i$ ,  $T_e$ ,  $\rho_i$ ,  $r_{s0}$ ,  $\delta_{||}$ ,  $\Delta\varphi_m$ ,  $\omega_0$ ,  $\psi_0$ ,  $\xi$  (рис. 4).

Учитывая изложенное выше, максимальное смещение иона при  $|v_{g0}| < 0.1v_{\perp}$

$$\begin{aligned} \Delta r_m &= \frac{\langle E_{\theta}^{\sim} \rangle}{B} t_{\text{int}} \approx \frac{\Delta\varphi_m}{2\delta_{||}B} \frac{|v_{g0}|}{0.1v_{\perp}} t_{\text{int}} \\ &= 10 \frac{\Delta\varphi_m}{\delta_{||}B\omega_c} \frac{|v_{g0}|}{v_{\perp}} \sqrt{\frac{\delta_{||}}{\rho}} \end{aligned} \quad (18)$$

при  $|v_{g0}| > 0.1v_{\perp}$ ,

$$\Delta r_m \approx \frac{\Delta\varphi_m}{10\delta_{||}B\omega_c} \frac{v_{\perp}}{|v_{g0}|} \sqrt{\frac{\delta_{||}}{\rho}}. \quad (19)$$

Как показали расчеты, при относительно небольших энергиях частицы ( $v_{\perp} \lesssim v_T$ ) смещение практически не зависит от энергии, а при  $v_{\perp} \gg v_T$  смещение резко уменьшается.

В отличие от предыдущего длинноволнового случая в коротковолновом случае формулы для смещения (18), (19) применимы независимо от выполнения условия  $\Delta r_m < \delta_{\perp}$ , так как перемещение ведущего центра связано не с его дрейфом, а с изменением энергии частицы при практически мгновенном взаимодействии с пакетом (сама частица за время взаимодействия почти не смещается).

Усреднение квадрата смещения (формулы (18), (19)) по скоростям частиц  $v_{\perp}$  при максвелловском распределении дает

$$\langle \Delta r_m^2 \rangle = \varepsilon_m^2 \left( \frac{k_B T_e}{eB} \right)^2 \frac{\eta_v}{\omega_c^2 \rho_T \delta_{||}}, \quad (20)$$

где  $\eta_v \approx 0.035v_T/|v_{g0}|$  при  $|v_{g0}| \leq 0.07v_T$ ,  $\eta_v \approx 0.5$  при  $0.07v_T < |v_{g0}| < 1.5v_T$ .

В коротковолновом случае  $\lambda_0 \ll \rho$ , т.е. за один циклотронный период, частица взаимодействует со многими пакетами, но следует учитывать только взаимодействия при ларморовских фазах частицы, близких к резонансному значению  $\xi_{\text{res}}$ . Поэтому эффективную частоту взаимодействий можно принять равной  $\nu = \omega_c/\pi$ .

## 4. Обсуждение

В настоящей работе было исследовано поведение частиц под воздействием флуктуаций электрического поля с учетом их нестационарности и конечной ширины для различных типов колебаний плазмы (характерные частоты и длины волн варьировались в расчетах). Представленные результаты расчетов позволяют оценить величины радиального смещения и частоты взаимодействий частиц и флуктуаций, необходимые для вычисления диффузионных или конвективных потоков частиц и энергии из плазмы.

Согласно результатам расчетов, частица оказывается смещенной по радиусу после взаимодействия с флуктуацией только при определенной нестационарности последней. Так, в длинноволновом низкочастотном пределе необходимо, чтобы за время взаимодействия частицы и флуктуации форма последней существенно изменялась. В коротковолновом высокочастотном пределе необходимо достаточно быстрое движение флуктуации относительно частицы. Необходимо отметить, что в обоих перечисленных случаях на траектории частицы среднее значение волнового электрического поля  $\langle E_{\theta}^{\sim} \rangle \neq 0$ . Следовательно, при выполнении этого условия флуктуации могут вызывать аномальный поперечный перенос.

Расчеты, выполненные для электронов, показали, что результаты, представленные в разделах 2, 3 для ионов ( $\rho = \rho_i$ ,  $\omega_c = \omega_{ci}$ ,  $v_{\perp} = v_{\perp i}$ ), можно обобщить также на случай электронов, для чего в формулах (12)–(20) необходимо полагать  $\rho = \rho_e$ ,  $\omega_c = \omega_{ce}$ ,  $v_{\perp} = v_{\perp e}$ . При этом при одних и тех же параметрах флуктуаций параметры взаимодействия электронов ( $\Delta r_m)_e$  и  $v_e$  могут отличаться от параметров взаимодействия ионов ( $\Delta r_m)_i$  и  $v_i$ .

Так, в случае флуктуаций, соответствующих низкочастотной дрейфовой неустойчивости [3,6,12], можно принять следующие значения параметров:  $\delta_{||} \approx 0.1\lambda_0$ ,  $\lambda_0 \approx L_N \approx r$ ,  $\omega_0 \approx v_d/r$ ,  $u_i \approx u_e \approx |v_{g0}| \approx 0.1v_d$ ,  $v_d = k_B T_e / eBL_N$ . При этом как для электронов, так и для ионов выполняется дрейфовое приближение. Тогда коэффициенты диффузии и конвективные потоки ионов и электронов можно оценить с использованием формул (12)–(14), что дает следующие значения:

$$D_i \approx D_e \approx \varepsilon_m^2 \frac{k_B T_e}{eB}, \quad (21)$$

$$\Gamma_i^{\text{conv}} \approx \Gamma_e^{\text{conv}} \approx 0.3 \varepsilon_m \frac{k_B T_e}{eB} \frac{N_e}{L_N}. \quad (22)$$



В случае нижнегибридной дрейфовой неустойчивости [6–8] для электронов выполняются условия низкочастотного предела  $\omega \ll \omega_{ce}$ ,  $\delta_{\parallel} \sim \rho_e$ , в то время как для ионов, напротив,  $\omega \gg \omega_{ci}$ ,  $\delta_{\parallel} \ll \rho_i$ . Примем для этого случая  $\delta_{\parallel} \approx \rho_{Te}$ ,  $\lambda_0 \approx 10\rho_{Te}$ ,  $v_{g0} \approx 0.2v_{Ti}$ ,  $\omega_0 \approx \sqrt{\omega_{ce}\omega_{ci}}$ . Тогда с использованием формул (12)–(14) коэффициент диффузии и конвективный поток электронов равны

$$D_e \approx 20 \varepsilon_m^2 \frac{k_B T_e}{eB} \left( \frac{T_e}{T_i} \right)^{\frac{3}{2}}, \quad (23)$$

$$\Gamma_e^{\text{conv}} \approx 10 \varepsilon_m \frac{k_B T_e}{eB} \frac{N_e}{\rho_{Ti}}. \quad (24)$$

Для ионов необходимо воспользоваться формулами (18)–(20) для коротковолнового предела, что дает

$$D_i \approx \varepsilon_m^2 \frac{k_B T_e}{eB} \left( \frac{T_e}{T_i} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (25)$$

$$\Gamma_i^{\text{conv}} \approx \varepsilon_m \frac{k_B T_e}{eB} \left( \frac{T_i}{T_e} \right)^{\frac{1}{4}} \frac{N_i}{\rho_{Ti}}. \quad (26)$$

Как можно видеть, в данном случае параметры переноса ионов и электронов сильно различаются. Так как различие параметров переноса может привести к различию потоков ионов и электронов, то в плазме должны срабатывать механизмы, обеспечивающие амбиполярность (формирование статического электрического поля, перестройка профиля концентраций).

Необходимо также отметить, что существует диапазон амплитуд  $\varepsilon_m$ , в котором смещение ионов может быть незначительным по сравнению с их циклотронным радиусом ( $(\Delta r_m)_i \ll \rho_i$ ), а электроны при этом могут достаточно сильно отклоняться от невозмущенных орбит ( $(\Delta r_m)_e \gg \rho_e$ ). Таким образом, при подавлении ионного переноса до классического (или неоклассического) уровня электронный перенос может оставаться аномально высоким, что наблюдается в многочисленных экспериментах [17].

Естественным следствием рассматриваемой нами модели является возможность существования трех режимов переноса в замагниченной плазме в зависимости от амплитуды флуктуаций: аномальный перенос как ионов, так и электронов; аномальный перенос электронов и столкновительный (классический или неоклассический) перенос ионов; неоклассический перенос как ионов, так и электронов при некотором минимальном уровне флуктуаций.

Первый из указанных режимов соответствует обычным условиям аномального переноса в замагниченной плазме. Второй режим — условиям подавления аномального переноса в области внутренних транспортных барьеров (см., например, [17]).

Отметим, что в данной работе мы не рассматривали механизмы раскачки соответствующих неустойчивостей, а амплитуды волн, необходимые для анализа аномального переноса, задавали. Для построения замкнутой

модели необходимы оценки уровня насыщения амплитуд волновых мод с учетом аномального переноса частиц, участвующих в раскачке неустойчивостей.

Работа была частично поддержана МНТЦ (проект № 1260) и РФФИ (грант № 03-02-16631).

## Список литературы

- [1] Horton W., Park H.-B., Kwon J.-M., Stozzi D., Morrison P.J., Choi D.-I. // Phys. Plasmas. 1998. Vol. 5. P. 3910.
- [2] Kwon J.-M., Horton W., Zhu P., Morrison P.J., Park H.-B., Choi D.-I. // Phys. Plasmas. 2000. Vol. 7. P. 1169.
- [3] Кадомцев Б.Б., Тимофеев А.В. // ДАН СССР. 1962. Т. 146. С. 581.
- [4] Кадомцев Б.Б. // Вопросы теории плазмы. Т. 4. М.: Госатомиздат, 1964. С. 188.
- [5] Михайловский А.Б. Теория плазменных неустойчивостей. Т. 2. Неустойчивости неоднородной плазмы. М.: Атомиздат, 1977.
- [6] Davidson R.C., Krall N.A. // Nucl. Fusion. 1977. Vol. 17. P. 1313.
- [7] Davidson R.C., Gladd N.T., Wu C.S., Huba J.D. // Phys. Fluids. 1977. Vol. 20. P. 301.
- [8] Huba J.D., Drake J.F., Gladd N.T. // Phys. Fluids. 1980. Vol. 23. P. 552.
- [9] Chen Y.-J., Birdsall C.K. // Phys. Fluids. 1983. Vol. 26. P. 180.
- [10] Ferrato R.D., Sanuki H., Littlejohn R.G., Fried B.D. // Phys. Fluids. 1985. Vol. 28. P. 2181.
- [11] Krall N.A. // Phys. Fluids. 1989. Vol. B1. P. 1811.
- [12] Timofeev A.V., Tupikov S.E. // Fusion Technol. 1999. Vol. 35 (1T). P. 253.
- [13] Khvesyuk V.I., Chirkov A.Yu. // Fusion Technol. 2001. Vol. 39 (1T). P. 398.
- [14] Хвесьюк В.И., Чирков А.Ю., Ковалев А.В. // Физика плазмы. 2002. Т. 28. № 9. С. 854.
- [15] Khvesyuk V.I., Chirkov A.Yu., Pshenichnikov A.A. // J. Plasma Fusion Res. Series. 2000. Vol. 3. P. 150.
- [16] Chirkov A.Yu., Khvesyuk V.I., Ryzhkov S.V. // 29<sup>th</sup> EPS Conf. on Plasma Phys. and Contr. Fusion. ECA., 2002. Vol. 26B, P. 5.066.
- [17] Wolf R.C. // Plasma Phys. Contr. Fusion. 2003. Vol. 45. P. R1.