

09;12

## Ближнеполюсная СВЧ томография биологических сред

© А.Н. Резник, Н.В. Юрасова

Институт физики микроструктур РАН,  
603950 Нижний Новгород, Россия  
e-mail: reznik@ipm.sci-nnov.ru

(Поступило в Редакцию 20 октября 2003 г.)

Предложен и теоретически исследован способ определения подповерхностного распределения температуры биологических сред по данным ближнеполюсного СВЧ зондирования. Решена электродинамическая задача об отклике зонда на возмущение температурного профиля  $\Delta T(z)$  исследуемой среды. Получено интегральное уравнение, связывающее смещение резонансной частоты зонда с функцией  $\Delta T(z)$ . Показано, что эффективная глубина ближнеполюсного зондирования определяется размером апертуры зонда, его высотой над поверхностью и рабочей длиной волны. Предложенный метод заключается в проведении одновременных измерений несколькими зондами, принимающими сигнал с различных глубин, и восстановлении профиля температуры путем обращения соответствующего интегрального уравнения. Определены состав и параметры измерительного комплекса, обеспечивающего восстановление температур с точностью  $\sim 0.5^\circ\text{C}$  на глубине до 5 см. Процедура ближнеполюсной диагностики продемонстрирована в компьютерном эксперименте, позволившем оценить достигаемые точности. Расчеты выполнены на основе развитой модели диэлектрической проницаемости биологической среды.

### Введение

Измерение внутренней температуры биологических сред представляет значительный интерес в разнообразных медицинских приложениях. Дело в том, что воспалительные процессы и опухоли в организме человека часто имеют локальный характер и сопровождаются повышением температуры в очаге воспаления. Если больная ткань находится достаточно глубоко, то температурные изменения на поверхности не возникают или являются слабовыраженными.

Особое место среди задач температурной диагностики занимает контроль нагрева биологических тканей в процессе гипертермии. Этот способ лечения злокачественных опухолей возник в 60-е годы и к настоящему времени собран большой теоретический и практический материал, посвященный данной медицинской технологии (см., например, [1–3]). Гипертермия заключается в повышении на некоторое время температуры тела до  $41\text{--}42^\circ\text{C}$  с помощью внешнего источника нагрева. Зачастую это повышение температуры сосредоточено непосредственно в опухоли (локальная гипертермия). Отметим, что очень важно удерживать повышенный температурный фон в заданных достаточно узких рамках, так как перегрев разрушает здоровые клетки, а недостаточный нагрев не подавляет, а, наоборот, стимулирует рост раковых клеток. Таким образом, температурный контроль является в настоящее время одной из ключевых проблем гипертермии, причем крайне важно проводить измерения температуры  $T$  не в отдельной точке, а восстанавливать весь глубинный профиль  $T(z)$ .

Очевидными недостатками существующих инвазивных (контактных) методов измерения внутренней температуры являются причинение неудобств пациентам, влияние контактных датчиков на реализующиеся температур-

ные распределения, сложность получения профилей по измерениям в отдельных точках. Среди неинвазивных (дистанционных) способов термометрии в настоящее время известны инфракрасное (ИК) тепловидение [4], СВЧ радиометрия [5], метод ядерного магнитного резонанса [6]. Однако ни один из этих способов не получил широкого практического применения в силу ряда существенных недостатков, имеющих у каждого из них. В частности, из-за незначительной глубины проникновения ИК волн, составляющей менее 1 мм, тепловидение может использоваться только для исследования кожи. СВЧ радиометрия, хотя и лишена этого недостатка, является чувствительной к внешним помехам. Кроме того, этот метод требует применения высокоэффективных антенн малых размеров, что представляет собой существенную проблему. Таким образом, разработка новых методов подповерхностной температурной диагностики сред, свободных от перечисленных недостатков, является актуальной задачей.

В данной работе предложен и исследован способ, в основе которого лежит техника ближнеполюсного (БП) зондирования в СВЧ диапазоне. БП диагностика широко применяется в настоящее время для исследования поверхностных неоднородностей диэлектрической проницаемости [7]. Вместе с тем для вертикальной томографии, заключающейся в восстановлении профиля диэлектрической проницаемости  $\varepsilon(z)$  или температуры  $T(z)$ , БП зондирование до сих пор не применялось. Соответствующие возможности ближнеполюсного локатора (БПЛ) будут продемонстрированы ниже. Кроме того, будут определены параметры БПЛ, обеспечивающего необходимую чувствительность и точность восстановления  $T(z)$  в задаче зондирования биологической среды.

Ключевым элементом БПЛ является зонд с размером апертуры  $D$ , намного меньшим рабочей длины

волны  $D \ll \lambda$ . В настоящее время отдельные образцы ближнеполюсных измерительных систем СВЧ диапазона работают при  $D/\lambda \approx 10^{-6}$  [8]. Возможность реализации столь малых размеров апертуры по сравнению с излучающими антеннами обусловлена исключительно высокой чувствительностью БПЛ к изменению диэлектрической проницаемости среды вблизи зонда. В силу того, что размер  $D$  определяет пространственную разрешающую способность устройства, ближнеполюсные локаторы часто называют БП микроскопами. В настоящее время разрешающая способность таких устройств достигает  $\sim 1 \mu\text{м}$  и менее, т.е. доведена до уровня оптических микроскопов. Однако стремление достичь сверхвысокого разрешения приводит к тому, что одно из важнейших преимуществ волн СВЧ по сравнению с ИК оптикой, заключающееся в их высокой проникающей способности в глубь многих сред (в том числе биологических), оказывается утраченным. Очевидно, что глубина БП зондирования  $d_{\text{эфф}}$  определенным образом связана с размером зонда  $D$ , хотя вопрос о количественном соотношении между параметрами  $d_{\text{эфф}}$  и  $D$  требует отдельного исследования, которое выполнено в данной работе. В задаче температурной диагностики тела человека необходимо иметь пространственное разрешение на поверхности не хуже 1–2 см, обеспечивая при этом глубину зондирования не менее 3–5 см. Возможность одновременно удовлетворить этим двум требованиям также будет изучена ниже.

Исходной предпосылкой к применению БПЛ для температурной диагностики биологических сред является сделанное нами предположение о существенной зависимости комплексной диэлектрической проницаемости  $\varepsilon = \varepsilon_1 - i\varepsilon_2$  таких сред от температуры. К сожалению, в литературе отсутствуют результаты прямых измерений данной зависимости. В связи с этим в настоящей работе построена физическая модель диэлектрической проницаемости биологических сред, которая подтверждает выдвинутую гипотезу, а также позволяет оценить температурную чувствительность ближнеполюсной измерительной системы.

## Модель диэлектрической проницаемости биологических сред

В основе построенной модели лежит предположение о том, что биологическая среда в некоторой пропорции состоит из двух компонент: сухого диэлектрика и воды с проницаемостями  $\varepsilon_d$  и  $\varepsilon_w$  соответственно. Диэлектрическая проницаемость смеси  $\varepsilon_{\text{эфф}}$  может быть найдена с помощью формулы

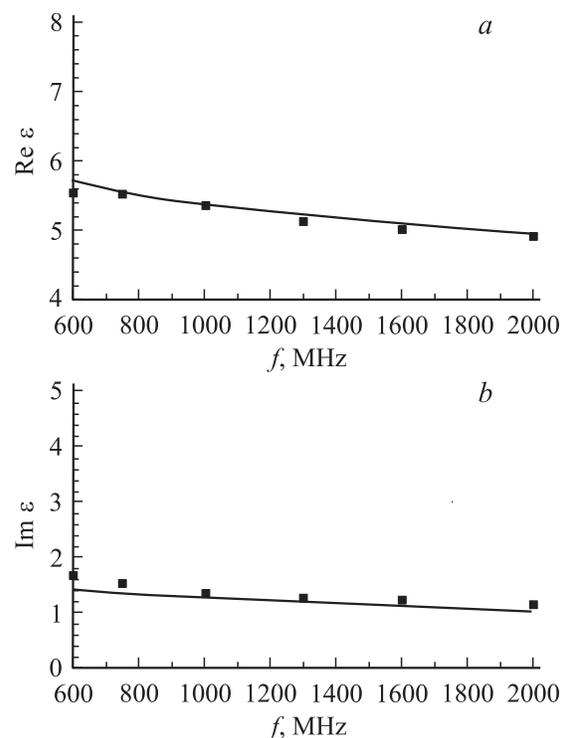
$$\left\langle \frac{\varepsilon - \varepsilon_{\text{эфф}}}{\varepsilon + 2\varepsilon_{\text{эфф}}} \right\rangle = 0, \quad (1)$$

вытекающая из уравнения для самосогласованного поля [9] (усреднение в (1) проводится по объему). В част-

ном случае двухкомпонентной среды с объемным содержанием воды  $\rho$  имеем

$$\rho \frac{\varepsilon_w(f, T) - \varepsilon_{\text{эфф}}}{\varepsilon_w(f, T) + 2\varepsilon_{\text{эфф}}} + (1 - \rho) \frac{\varepsilon - \varepsilon_{\text{эфф}}}{\varepsilon + 2\varepsilon_{\text{эфф}}} = 0. \quad (2)$$

Проницаемость  $\varepsilon_{\text{эфф}}$  находится путем решения алгебраического уравнения (2) (далее будем опускать индекс у диэлектрической проницаемости  $\varepsilon_{\text{эфф}}$  биологической среды). Полагаем, что величина  $\varepsilon_d$  постоянная, а  $\varepsilon_w$  известным образом зависит от частоты и температуры, т.е.  $\varepsilon_w = \varepsilon_w(f, T)$ . Функция  $\varepsilon_w(f, T)$  может быть рассчитана, например, с помощью полуэмпирической теории [10]. В формулах работы [10] при расчете  $\varepsilon_w$  в качестве независимого параметра используется степень минерализации воды, задаваемая ее соленостью  $S$ , которая определяет проводимость воды  $\sigma$ . В результате для расчета зависимости проницаемости биологической среды  $\varepsilon$  от частоты и температуры  $\varepsilon = \varepsilon(f, T)$  требуется определить три свободных параметра  $\varepsilon_d, \rho, \sigma$ . Значения этих параметров выбираются исходя из условия наилучшего соответствия предложенной модели имеющимся в литературе данным относительно частотной зависимости  $\varepsilon$ , которые обычно приводятся при нормальной температуре  $T \approx 37^\circ\text{C}$ . На рис. 1 представлены примеры расчета действительной и мнимой частей функции  $\varepsilon(f)$  для жировой ткани вместе с эксперименталь-



**Рис. 1.** *a* — действительная часть диэлектрической проницаемости жировой ткани в зависимости от частоты (кривая — результаты расчета, значки — экспериментальные данные [11]); *b* — мнимая часть диэлектрической проницаемости жировой ткани в зависимости от частоты (кривая — результаты расчета, значки — экспериментальные данные [11]).

Таблица 1. Параметры биологических тканей

	$\rho$	$\sigma, (\Omega \cdot \text{m})^{-1}$	$\epsilon_d$	$\alpha (^\circ\text{C})^{-1}$
Жир	0.3	2.13	1.2	0.016
Мышцы	0.87	1.32	1.2	0.226
Кожа	0.7	1.1	1.2	0.096

ными данными из работы [11]. При значениях параметров  $\epsilon_d = 1.2$ ,  $\rho = 0.3$ ,  $\sigma = 2.13 (\Omega \cdot \text{m})^{-1}$  достигается достаточно хорошее соответствие теории и эксперимента. Аналогичные результаты получены и для ряда других видов тканей, а соответствующие значения  $\epsilon_d$ ,  $\rho$ ,  $\sigma$  приведены в табл. 1.

Таким образом, предложенная двухкомпонентная модель достаточно хорошо описывает спектральные зависимости  $\epsilon$  биологических сред. Можно полагать, что вытекающие из этой модели зависимости  $\epsilon(T)$  также соответствуют реальной ситуации.

### Ближнеполюсная диагностика диэлектрически неоднородной среды

Схема БПД показана на рис. 2. Зонд представляет собой СВЧ антенну, размер апертуры которой мал по сравнению с длиной волны  $D \ll \lambda$ . Апертура расположена в вакууме на высоте  $h \ll \lambda$  от поверхности поглощающего полупространства. Диэлектрическая проницаемость исследуемой среды неоднородна по вертикали

$$\epsilon(z) = \epsilon_0 + \Delta\epsilon(z), \quad (3)$$

где  $\epsilon_0 = \text{const}$  — невозмущенная комплексная проницаемость, а поправка  $\Delta\epsilon(z)$  связана с изменением внутреннего профиля температуры  $\Delta T(z)$  при нагреве.

Изменение диэлектрической проницаемости вблизи апертуры антенны приводит к изменению ее входного импеданса  $Z = R + iX$  за счет возмущения окружающего антенну квазистационарного электромагнитного поля. В результате меняется коэффициент отражения  $\Gamma$  излучения от входа антенны, который измеряется с помощью рефлектометра. Это изменение  $\Delta\Gamma$  и служит источником информации о возмущении проницаемости  $\Delta\epsilon$  и температуры  $\Delta T$  в некоторой окрестности зонда. Для повышения чувствительности устройства антенна подключена к волноводному входу рефлектометра через согласующий резонатор, причем на резонансной частоте  $f_0$  достигается идеальное согласование  $\Gamma(f_0) = 0$ . В этом случае отклик на возмущение  $\epsilon$  будет сдвиг частоты  $f_0$ , а наибольшие вариации  $\Delta\Gamma$  будут иметь место в области максимальной крутизны амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) зонда, т.е. при некотором смещении рабочей точки относительно  $f_0$ . Поскольку антенна и согласующий резонатор конструктивно могут быть выполнены в виде монолитного блока, далее весь этот узел будем называть резонансным зондом.

Дальнейшей нашей задачей будет расчет сдвига частоты  $f_0$ , связанного с возмущением  $\Delta\epsilon(z)$ . С этой целью используем эквивалентную схему резонансного зонда в виде отрезка двухпроводной линии с волновым сопротивлением  $Z_1$ , нагруженного на одном конце входным импедансом  $Z$  и разомкнутого на другом (рис. 3). Система возбуждается в плоскости  $A-A$  с помощью волноводной линии с импедансом  $Z_0$ , в которую отводится и отраженная мощность. В данной схеме отрезок линии играет роль согласующего резонатора. Условием согласования системы является равенство входного импеданса  $Z_{\text{in}}$  в плоскости  $A-A$  импедансу  $Z_0$ , которое сводится к двум уравнениям  $\text{Re } Z_{\text{in}}(f_0) = Z_0$ ,  $\text{Im } Z_{\text{in}}(f_0) = 0$ . Детальный расчет такой схемы содержится в работе [12], где показана

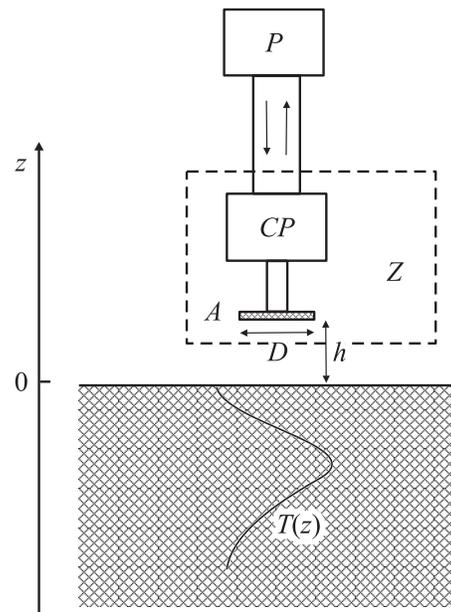


Рис. 2. Схема ближнеполюсных измерений: A — антенна, CP — согласующий резонатор, P — рефлектометр, Z — зонд.

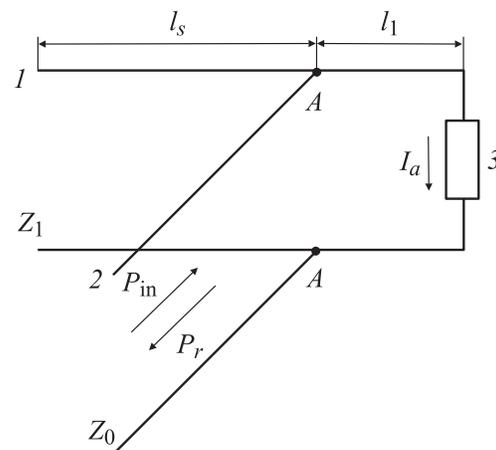


Рис. 3. Эквивалентная схема антенны: 1 — согласующая линия, 2 — подводящая линия, 3 — нагрузка,  $P_{\text{in}}$  — мощность падающего излучения,  $P_r$  — отраженная мощность.

но, что согласование достигается при соответствующем выборе длин плеч  $l_{s,1}$  резонатора.

При условии  $Z_1, R \ll |X|$ , справедливым для электрически малых антенн с  $D \ll \lambda$ , имеем  $l_s + l_1 \approx (\Lambda/2) \times (1 - Z_1/(|X|\pi))$ , где  $\Lambda = c/(\sqrt{\epsilon_1} f_0)$  — резонансная длина волны в линии,  $c$  — скорость света в вакууме,  $\epsilon_1$  — эффективная диэлектрическая проницаемость линии. Тогда при  $\Delta X/X \ll 1$  получим сдвиг резонансной частоты

$$\frac{\delta f}{f_0} = \frac{Z_1}{\pi} \frac{\Delta X}{X^2}. \quad (4)$$

Таким образом, частотный отклик измерительной системы определяется величиной изменения реактанса  $\Delta X$  зонда, вызванного возмущением диэлектрической проницаемости исследуемой среды. Отметим, что кроме сдвига  $f_0$  искажение АЧХ зонда связано также и с некоторым изменением ширины резонансной кривой. Вместе с тем в работе [12] было показано, что ширина частотной полосы электрически малой антенны определяется главным образом потерями в согласующем резонаторе и слабо зависит от потерь на излучение в окружающее пространство, поэтому изменением добротности зонда мы в дальнейшем будем пренебрегать.

Итак, задача вычисления  $\delta f$  по формуле (4) свелась к определению соотношения между возмущениями реактанса антенны  $\Delta X$  и профиля диэлектрической проницаемости среды  $\Delta\epsilon(z)$ , которое может быть получено из теоремы Пойнтинга для гармонических полей с частотой  $\omega$  [13],

$$X = \frac{4\omega}{|I|^2} \int_V \frac{|\mathbf{H}|^2 - \text{Re}(\epsilon)|\mathbf{E}|^2}{16\pi} dV, \quad (5)$$

где  $I$  — электрический ток на входных клеммах антенны,  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  — электрическое и магнитное поля в окружающем антенну пространстве,  $\epsilon$  — диэлектрическая проницаемость этого пространства, причем  $\epsilon = \epsilon(z)$ , согласно (3), при  $z < 0$  и  $\epsilon = 1$  при  $z > 0$ .

В результате задача определения реактанса (5), как и во всех антенных задачах, сводится к интегрированию полей от источников, заданных на апертуре антенны, по всему окружающему пространству. Естественно, что в этих интегралах определяющую роль играют квазистационарные поля. К сожалению, для полупространства с произвольным неоднородным профилем  $\epsilon(z)$  аналитического представления для полей  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{H}$  не существует. Однако в рассматриваемом нами случае задача допускает существенное упрощение.

Примем во внимание, что в медицинских приложениях изменение температуры среды, как правило, не превышает величину  $\Delta T \approx 5^\circ\text{C}$ . В такой ситуации диэлектрическая проницаемость среды испытывает малые возмущения, т.е.  $|\Delta\epsilon| \ll |\epsilon_0|$ . В частности, оценки, сделанные по развитой выше модели, дали  $|\Delta\epsilon|/|\epsilon_0| < 0.05$ . Тогда искомые поля могут быть представлены в виде

ряда теории возмущений

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}^0 + \mathbf{E}^1 + \dots, \quad (6a)$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}^0 + \mathbf{H}^1 + \dots, \quad (6b)$$

где  $\mathbf{E}^0$ ,  $\mathbf{H}^0$  — поля в однородных верхнем и нижнем полупространствах;  $\mathbf{E}^1$ ,  $\mathbf{H}^1 \sim \Delta\epsilon$  — возмущения первого порядка, вызванные неоднородностью температуры.

При вычислении  $X$  по формуле (5) ограничимся только первым порядком по  $\Delta\epsilon$  разложения (6). В рамках теории возмущений поля 0-го и 1-го порядков найдутся путем решения уравнений Максвелла с заданными сторонними источниками в кусочно-однородной среде с

$$\epsilon = \begin{cases} 1, & z \geq 0, \\ \epsilon_0, & z < 0. \end{cases}$$

Поскольку функция Грина для такой электродинамической задачи хорошо известна (см., например, [14]), то ее решение принципиальных затруднений не вызывает. Опуская достаточно громоздкие выкладки, приведем окончательное решение в виде соотношения

$$\Delta X(D, h, \lambda) = \int_{-\infty}^0 dz' \text{Im}(\Delta\epsilon(z')) K(z', D, h, \lambda), \quad (7)$$

ядро  $K$  которого приведено в Приложении. Отметим только, что при выводе формулы (7) учтено соотношение  $\text{Im}(\Delta\epsilon) \gg \text{Re}(\Delta\epsilon)$ . Действительно, как показали расчеты, при вариациях температуры различных видов биологических сред отношение  $\text{Re}(\Delta\epsilon)/\text{Im}(\Delta\epsilon)$  никогда не превышало 0.1.

## Среднеглубинная температура и эффективная глубина зондирования

Подставим (7) в (4) и учтем, что при малых вариациях температуры  $\text{Im}(\Delta\epsilon(z)) = \alpha(\lambda)\Delta T(z)$ . Температурный градиент  $\alpha(\lambda) = (\partial \text{Im} \epsilon / \partial T)_{T=T_0}$  для различных видов биологических тканей при  $\lambda = 30$  см,  $T_0 = 37^\circ\text{C}$  приведен в табл. 1. Тогда получим

$$\frac{\delta f}{f_0}(D, h, \lambda) = \frac{Z_1 \alpha(\lambda)}{\pi X_0^2(D, h, \lambda)} \times \int_{-\infty}^0 dz' \Delta T(z') K(z', D, h, \lambda). \quad (8)$$

Определим среднеглубинную температуру  $\Delta T_{av}$  как приращение температуры однородно нагретой среды, обеспечивающее такой же сдвиг частоты, что и неоднородная среда с  $\Delta T(z) \neq \text{const}$ . При таком определении

из формулы (8) вытекает, что

$$\Delta T_{\text{ав}}(D, h, \lambda) = \int_{-\infty}^0 dz' \Delta T(z') \tilde{K}(D, h, \lambda), \quad (9)$$

где

$$\tilde{K} = K(z) / \int_{-\infty}^0 dz' K(z')$$

— нормированное ядро, т. е.

$$\int_{-\infty}^0 dz \tilde{K}(z) = 1$$

и при  $\Delta T(z) = \Delta T = \text{const}$  из (9) получаем  $\Delta T_{\text{ав}} = \Delta T$ .

Средняя температура среды может быть измерена на практике путем калибровки БП термометра. В процессе калибровки измеряется частотный сдвиг  $\delta f_0$  при однородном нагреве среды от начальной температуры  $T_0$  до некоторого уровня  $T_0 + \Delta T_0$ . Величина  $\Delta T_0 / \delta f_0$  определяет масштабный коэффициент, который затем используется для перехода к  $\Delta T_{\text{ав}}$  при измерении  $\delta f$  в неоднородной среде. Действительно, используя соотношение (8) при  $\Delta T_0 = \text{const}$ , мы получаем

$$\delta f_0 / f_0 = Z_1 \alpha(\lambda) / (\pi X_0^2(D, h, \lambda)) \Delta T_0 \int_{-\infty}^0 dz' K(z'),$$

откуда  $\Delta T_{\text{ав}} = \Delta T_0 \delta f / \delta f_0$ .

Естественно, что для калибровки нужно либо использовать саму исследуемую среду, либо подбирать эталон с близкими диэлектрическими свойствами, поскольку параметры  $\alpha$ ,  $X_0$  и функция  $K(z)$  в (8) зависят от  $\varepsilon$ . Принципиальным отличием прокалиброванного БПЛ от контактных термометров является то, что измеряемой величиной является температура  $\Delta T_{\text{ав}}$ , осредненная по некоторой окрестности зонда, что и отражает уравнение (9). В результате БП термометр приобретает способность дистанционного определения температуры. Расчеты по формулам (П1)–(П4) показывают, что ядро уравнения (9) может быть аппроксимировано простой экспоненциальной зависимостью

$$\tilde{K}(z) = d_{\text{эф}}^{-1} \exp(z/d_{\text{эф}}), \quad (10)$$

спадающей в глубь исследуемой среды ( $z < 0$ ). Параметр  $d_{\text{эф}} = d_{\text{эф}}(D, h, \lambda)$  есть эффективная глубина зондирования БПЛ, поскольку определяет в уравнении (9) характерный масштаб интегрирования температуры по  $z$ . При этом для определения  $d_{\text{эф}}$  можно использовать соотношение

$$d_{\text{эф}} = \left| \int_{-\infty}^0 dz' z' \tilde{K}(z') \right|. \quad (11)$$

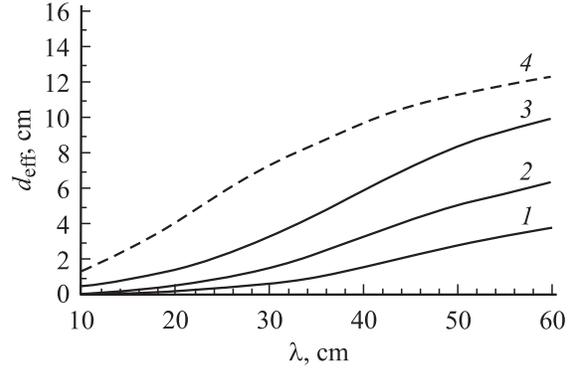


Рис. 4. Эффективная глубина зондирования среды  $d_{\text{эф}}$  в зависимости от длины волны  $\lambda$  для различных значений размера зонда  $D$ .  $D = 0.5$  (1), 1 (2),  $D = 3$  см (3), 4 — функция  $d_{\text{ск}}(\lambda)$ .

Характер зависимости  $d_{\text{эф}}$  от  $D$  и  $\lambda$  при  $h = 0$  виден из рис. 4. Расчеты выполнены согласно (11). Ядро  $K(z)$  вычислялось по формулам (П1)–(П4), электрическое и магнитное поля на апертуре антенны аппроксимировались радиально-симметричным гауссовским распределением

$$H_a(r) = E_a(r) = E_0 \exp(-4r^2/D^2), \quad (12)$$

в котором характерный масштаб  $D$  представляет собой размер апертуры зонда. В качестве исследуемой среды здесь и далее взята жировая ткань при  $T_0 = 37^\circ\text{C}$ . Из рис. 4 можно видеть, что при фиксированной  $\lambda$  изменение глубины зондирования в зависимости от  $D$  происходит в пределах  $0 \leq d_{\text{эф}} < d_{\text{ск}}$ , где  $d_{\text{ск}}(\lambda)$  — глубина скин-слоя. С уменьшением  $D$  глубина  $d_{\text{эф}}$  также уменьшается, стремясь к 0, а с ростом  $D$  растет и приближается к  $d_{\text{ск}}$ . Эти результаты подтверждают наше утверждение о том, что стремление достичь сверхвысокой разрешающей способности БПЛ за счет уменьшения размера зонда приводит к одновременному уменьшению глубины  $d_{\text{эф}}$ . Естественно, что конкретные ограничения зависят от диэлектрической проницаемости исследуемой среды. Важно, что для жировой ткани уже при достаточно малых размерах антенны ( $D \approx 1\text{--}1.5$  см) мы получили значительные глубины зондирования, достигающие  $d_{\text{эф}} \approx 3\text{--}5$  см (рис. 4). Эти результаты свидетельствуют о перспективности применения БПЛ в задачах медицинской диагностики.

## Температурная чувствительность ближнепольного локатора

Согласно расчетам на рис. 4, при фиксированном размере  $D$  эффективную глубину  $d_{\text{эф}}$  можно повысить, увеличивая рабочую длину волны БПЛ. Однако возможности измерительной системы по глубине зондирования оказываются ограниченными предельной чувствительностью рефлектометра к вариациям коэффициента отражения зонда. Очевидно, что с уменьшением  $D/\lambda$

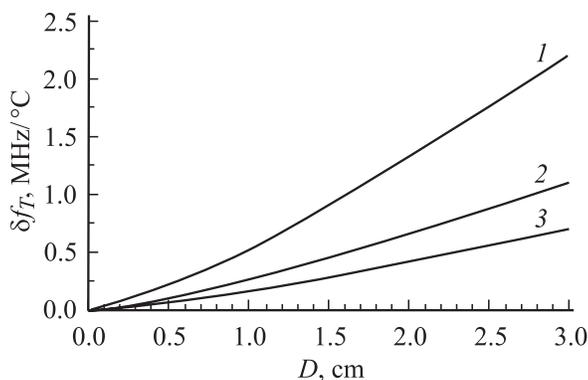
отклик зонда на изменение температуры исследуемой среды также должен уменьшаться. Результаты вычислений зависимости температурного отклика  $\delta f_T(D)$  по формуле (8) при  $\Delta T = 1^\circ\text{C} = \text{const}$  для нескольких  $\lambda$  приведены на рис. 5. Волновой импеданс согласующего резонатора  $Z_1 = 50 \Omega$ , а реактанс  $X_0(D, \lambda)$  рассчитан по формуле (5) для апертуры с распределением поля (12), расположенной на поверхности ( $h = 0$ ) однородного полупространства (жировой ткани). Полученные результаты действительно показывают монотонное убывание отклика  $\delta f_T(D)$  с уменьшением  $D/\lambda$  и позволяют оценить чувствительность БПЛ при температурной диагностики биологических сред.

Оценка изменения коэффициента отражения  $\delta\Gamma$  зонда, вызванная сдвигом его резонансной частоты  $f_0$ , дается формулой

$$\delta\Gamma = \delta\Gamma_f \delta f_T \delta T, \quad (13)$$

где  $\delta T$  — температурная чувствительность устройства,  $\delta\Gamma_f$  — крутизна резонансной кривой зонда на рабочей частоте  $f$ .

Для лоренцевской формы кривой частотного отклика крутизна максимальна, если значение  $f$  сдвинуто относительно  $f_0$  на величину полуширины линии. В этом случае  $\delta\Gamma_f = Q/2f$ , где  $Q$  — добротность зонда. В дециметровом диапазоне волн добротность варьирует в широких пределах  $50 \lesssim Q \lesssim 5000$ . Крайние значения  $Q$  реализуются для зондов, согласующие устройства которых выполнены на основе полосковых и объемных резонаторов соответственно. Поскольку конструкции на основе полосковых резонаторов представляются более привлекательными в силу их компактности, будем ориентироваться в оценках на  $Q \approx 50$ , несмотря на то что чувствительность в этом случае оказывается наименьшей. Для температурной диагностики биологических сред необходимо иметь чувствительность БПЛ термометра не хуже  $\delta T \approx 0.1^\circ\text{C}$ . Тогда, выбирая параметры зонда  $D, \lambda$  таким образом, чтобы температурный отклик оказывался не менее  $\delta f_T \approx 0.5 \text{ MHz}/^\circ\text{C}$  (рис. 5),



**Рис. 5.** Отклик резонансной системы на изменение температуры  $\Delta T = 1^\circ\text{C}$  в зависимости от размера антенны  $D$ .  $\lambda = 15$  (1), 25 (2),  $\lambda = 35$  см (3).

**Таблица 2.** Характеристики БПЛ

$D, \text{cm}$	$\lambda, \text{cm}$	$d_{\text{эф}}, \text{cm}$	$\delta f_T, \text{MHz}/^\circ\text{C}$
3	35	5	0.7
2.5	32	3	0.6
2	30	2	0.5
1	30	1.5	0.5
1.5	20	1	0.6
1	15	0.5	0.5

получим для  $f \approx 1 \text{ GHz}$  оценку необходимой чувствительности рефлектометра к вариациям коэффициента отражения  $\delta\Gamma \geq 10^{-3}$ . Поскольку достижение такой чувствительности на практике не представляет серьезной проблемы (напомним, что речь идет об относительных измерениях приращений  $\Delta\Gamma$ ), можно считать, что при  $\delta f_T > 0.5 \text{ MHz}/^\circ\text{C}$  уровень температурной чувствительности БПЛ  $\delta T \approx 0.1^\circ\text{C}$  заведомо будет достигнут. Используя результаты расчетов параметра  $\delta f_T$ , представленные на рис. 5, мы приводим в табл. 2 характеристики системы БПЛ, которая при зондировании жировой ткани перекроет диапазон глубин  $0.5 < d_{\text{эф}} < 5 \text{ cm}$  и при этом будет обладать необходимой температурной чувствительностью.

## Восстановление температурных профилей

Как следует из вышеизложенного, характерным свойством БПЛ является зависимость глубины зондирования от параметров зонда:  $d_{\text{эф}} = d_{\text{эф}}(D, h, \lambda)$ , которая позволяет предложить новый способ определения глубинного профиля температуры  $\Delta T(z)$ . Мы показали, что по данным БП локации может быть измерена средневзвешенная температура  $\Delta T_{\text{ав}}$  с характерным масштабом осреднения по глубине  $d_{\text{эф}}$ . Одновременное измерение  $\Delta T_{\text{ав}}$  при нескольких различных  $d_{\text{эф}}$  позволяет получить информацию о температуре среды с разных глубин и восстановить профиль температуры  $\Delta T(z)$ , обращая уравнение (9).

Относительно искомого профиля  $\Delta T(z)$  соотношение (9) представляет собой интегральное уравнение Фредгольма 1-го рода, т.е. является некорректно поставленной обратной задачей [15]. Для его численного решения необходимо привлекать априорную информацию об искомой функции. Эффективный метод обращения (9) заключается в представлении профиля  $\Delta T(z)$  в виде разложения по некоторой базисной системе функций. При этом процедура решения состоит в поиске коэффициентов разложения с использованием данных измерений левой части (9) в отдельных дискретных точках, отвечающих различным масштабам  $d_{\text{эф}}$ . В данной работе мы использовали разложение в степенной ряд

вида

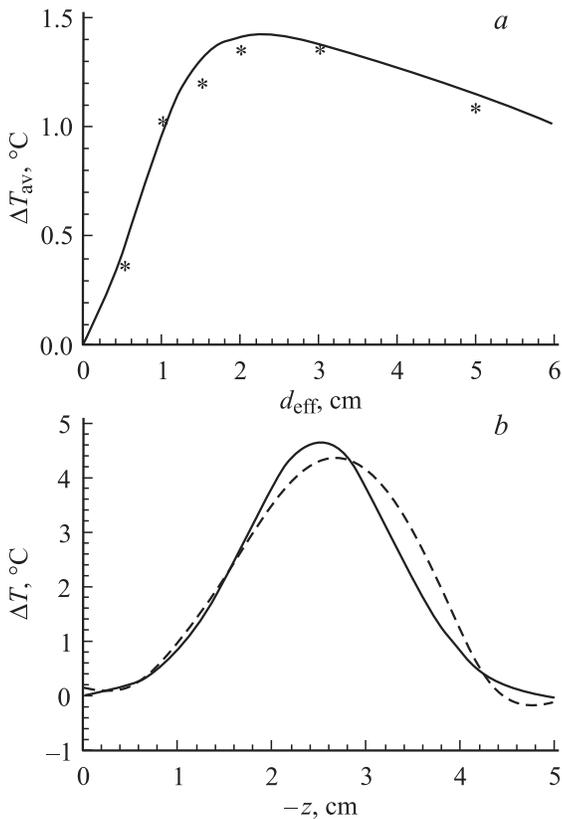
$$\Delta T(z) = T(z) - T_0 = \sum_{n=1}^N a_{n-1} z^{(n-1)}, \quad (14)$$

где  $T_0 = 37^\circ\text{C}$  — невозмущенная температура;  $a_n$  — коэффициенты, подлежащие определению;  $N$  — количество независимых измерений, отличающихся величиной  $d_{\text{eff}}$

Результаты компьютерного моделирования процедуры восстановления показаны на рис. 6. Исходный профиль температуры задавался функцией

$$\Delta T(z) = 5 \exp\left(-2\left(\frac{z+2.5}{1.5}\right)^2\right) \quad (15)$$

с максимумом на глубине  $z_m = 2.5 \text{ cm}$  и перепадом  $\Delta T_m = 5^\circ\text{C}$ . Подобный профиль представляется типичным в условиях локальной гипертермии. При вычислении „экспериментальных“ данных мы исходили из требования, чтобы  $N$  зондов равномерно перекрывали диапазон глубин  $0 \leq z \leq z_{\text{max}} \approx 5 \text{ cm}$ . Параметры  $D$ ,  $\lambda$  нескольких таких зондов приведены в табл. 2 ( $h = 0$ ). Расчеты экспериментальных значений  $\Delta T_{\text{av}}^n$  ( $n = 1, 2, \dots, N$ ) выполнены по формуле (9) с профилем  $\Delta T(z)$  вида (15). К вычисленным значениям добавлена случайная „погрешность измерений“, полу-



**Рис. 6.** *a* — зависимость  $\Delta T_{\text{av}}(d_{\text{eff}})$  (кривые), эксперимент (значки); *b* — исходный профиль  $\Delta T(z)$  (15) (сплошная кривая) и восстановленный профиль (штриховая).

ченная с помощью генератора случайных чисел с гауссовским распределением вероятности, нулевым средним и заданным стандартным отклонением  $\delta T$ . Результаты вычислений зависимости  $\Delta T_{\text{av}}(d_{\text{eff}})$  представлены на рис. 6, *a*, где также отмечены смоделированные „экспериментальные данные“ для БПЛ с параметрами из табл. 2 при  $\delta T = 0.1^\circ\text{C}$ . Восстановленная и исходная зависимости  $\Delta T(z)$  приведены на рис. 6, *b*. Видно, что при значениях параметров  $N = 6$ ,  $\delta T = 0.1^\circ\text{C}$  восстановленный профиль температуры соответствует исходному с отклонением, не превышающим  $0.5^\circ\text{C}$  во всем рассматриваемом диапазоне глубин. Процедура восстановления повторялась несколько раз для различных реализаций случайной погрешности. Во всех случаях ошибка восстановления оказалась не более  $0.5^\circ\text{C}$ . Таким образом, приведенные значения  $N$ ,  $\delta T$  вместе с параметрами  $D$ ,  $\lambda$  из табл. 2 можно рассматривать как требования к измерительной системе, обеспечивающей точность восстановления профиля температуры  $\sim 0.5^\circ\text{C}$ . Определение этих параметров и является главной целью компьютерного моделирования, предшествующего постановке эксперимента. Отметим, что сформулированные требования „привязаны“ к использованному методу восстановления и разложению (14). Очевидно, что представление (14) минимальным образом использует априорную информацию об искомом профиле. Например, если предположить заранее, что функция  $\Delta T(z)$  имеет один максимум, то и базисную систему в (14) можно выбрать, используя функции с максимумом. Это приведет к уменьшению числа экспериментальных точек  $N$  и снижению требований к точности измерений  $\delta T$ . Для восстановления  $\Delta T(z)$  могут быть использованы и более сложные процедуры, например метод обобщенной невязки Тихонова [15], хорошо зарекомендовавший себя в обратных задачах типа (9) [16].

## Заключение

В данной работе обоснована возможность томографии поглощающих сред с помощью ближнеполевой локализации в СВЧ диапазоне. Предложенный метод диагностики может быть применен к средам различной природы для определения разнообразных физических параметров, от которых может зависеть их диэлектрическая проницаемость. Очевидно, что аналогичный подход может быть разработан также и для устройств инфракрасного и оптического диапазонов. Вместе с тем конкретные данные о составе и характеристиках устройства, а также о достигаемых точностях измерений определяются диэлектрическими свойствами исследуемой среды. В данной работе мы продемонстрировали применимость метода к задаче температурной диагностики биологической среды. Представляется, что ближнеполевая томография может иметь практическое значение в медицинской диагностике (в частности, для контроля температуры тканей в процессе гипертермии), поскольку в настоящее

время не существует надежного способа неинвазивного измерения подповерхностной температуры. Естественно, что окончательные выводы о перспективности предложенного метода можно будет сделать только после дальнейших (в первую очередь экспериментальных) исследований.

С физической точки зрения мы рассмотрели задачу в наиболее простой постановке, когда диэлектрически однородное полупространство, первоначально имеющее постоянную по глубине температуру  $T_0 = \text{const}$ , нагревается до некоторого возмущенного состояния с  $T(z) = T_0 + \Delta T(z)$ . В реальности тело человека исходно неоднородно по температуре (в частности, поверхность кожи имеет более низкую температуру, чем внутренние ткани). Обобщение полученного решения на случай слабо неоднородной в начальном состоянии среды, однако, не составляет проблемы. Достаточно применить формулу (8) не только к возмущенному, но и к исходному состоянию и взять их разность. Тогда окончательный вид формулы (9) останется неизменным, но под  $\Delta T(z)$  будет подразумеваться разница между возмущенным и начальным профилями. Другое интересное обобщение развитой теории может быть сделано на случай среды, состоящей из нескольких сильно отличающихся по  $\epsilon$  слоев, каковой и является тело человека. Решение данной задачи связано лишь с техническими трудностями, поскольку аналитическое выражение для функции Грина в такой среде может быть выписано. Предполагается, что общий вид уравнения (9) с экспоненциальным ядром  $K(z)$  сохранится и в этом случае, однако под характерным пространственным масштабом  $d_{\text{eff}}$  надо будет понимать некоторую усредненную по всем слоям величину.

Еще одно упрощение в рассмотренной задаче связано с применением предложенного метода для относительных измерений температуры. Именно этим объясняется выбор задачи о контроле температуры в гипертермии среди многочисленных применений неинвазивных измерений температуры в медицинской диагностике. В процессе гипертермии приращения температуры относительно исходного невозмущенного состояния представляют наибольший интерес. Абсолютные измерения температур с помощью БПЛ являются существенно более сложными в силу исключительной чувствительности этих устройств к вариациям диэлектрической проницаемости исследуемой среды. В результате даже небольшие, не связанные с температурой изменения  $\epsilon$  биологических тканей могут привести к трудноконтролируемым уходам начального значения резонансной частоты, превышающим температурные вариации  $f_0$ . Поиск путей преодоления указанных трудностей представляет собой очень важную задачу дальнейших исследований, решение которой существенно расширит область возможных применений предложенного метода.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты № 03-02-16086, 03-02-06100).

## Приложение. Ядро интегрального уравнения (9)

$$K(z) = K_m(z) + K_v(z), \quad (\text{П1})$$

$$K_m(z) = \frac{D^2}{c\lambda(2)^9} \int \int d^2\kappa \left| \frac{k_0 + \sqrt{k_0^2 - \kappa^2}}{\sqrt{k_0^2 - \kappa^2}} \right|^2 \times \text{Re} \left[ \frac{k_0}{\sqrt{\epsilon_0 k_0^2 - \kappa^2}} \left( A_1^m + A_2^m \exp(2i \text{Re} \sqrt{\epsilon_0 k_0^2 - \kappa^2} z) \right) \right] \times \exp(-2 \text{Im} \sqrt{\epsilon_0 k_0^2 - \kappa^2} z) \exp(2 \text{Im} \sqrt{k_0^2 - \kappa^2} h) |E_a(\boldsymbol{\kappa})|^2,$$

$$A_1^m = \left( \frac{iB_1}{\text{Im} \sqrt{\epsilon_0 k_0^2 - \kappa^2}} - \frac{B_2}{\text{Re} \sqrt{\epsilon_0 k_0^2 - \kappa^2}} \right) - \text{Re}(\epsilon_0) \left( \frac{iB_3}{\text{Im} \sqrt{\epsilon_0 k_0^2 - \kappa^2}} - \frac{B_4}{\text{Re} \sqrt{\epsilon_0 k_0^2 - \kappa^2}} \right),$$

$$A_2^m = \left( \frac{B_2}{\text{Re} \sqrt{\epsilon_0 k_0^2 - \kappa^2}} - \frac{iB_5}{\text{Im} \sqrt{\epsilon_0 k_0^2 - \kappa^2}} \right) - \text{Re}(\epsilon_0) \left( \frac{iB_4}{\text{Re} \sqrt{\epsilon_0 k_0^2 - \kappa^2}} - \frac{iB_6}{\text{Im} \sqrt{\epsilon_0 k_0^2 - \kappa^2}} \right),$$

$$B_1 = |T_E|^2 \frac{\kappa_x^2}{\kappa^2} \frac{\kappa^2 + |\sqrt{\epsilon_0 k_0^2 - \kappa^2}|^2}{k_0^2} + |T_H|^2 \frac{\kappa_y^2}{\kappa^2},$$

$$B_2 = |T_E|^2 \frac{\kappa_x^2}{\kappa^2} \frac{\kappa^2 - |\sqrt{\epsilon_0 k_0^2 - \kappa^2}|^2}{k_0^2} + |T_H|^2 \frac{\kappa_y^2}{\kappa^2} \frac{2\kappa^2 - \epsilon_0 k_0^2}{\epsilon_0 k_0^2},$$

$$B_3 = |T_E|^2 \frac{\kappa_x^2}{\kappa^2} + |T_H|^2 \frac{\kappa_y^2}{\kappa^2} \frac{\kappa^2 + |\sqrt{\epsilon_0 k_0^2 - \kappa^2}|^2}{|\epsilon_0 k_0|^2},$$

$$B_4 = |T_E|^2 \frac{\kappa_x^2}{\kappa^2} + |T_H|^2 \frac{\kappa_y^2}{\kappa^2} \frac{\kappa^2 - |\sqrt{\epsilon_0 k_0^2 - \kappa^2}|^2}{|\epsilon_0 k_0|^2} \frac{2\kappa^2 - \epsilon_0 k_0^2}{\epsilon_0 k_0^2},$$

$$B_5 = |T_E|^2 R_E \frac{\kappa_x^2}{\kappa^2} \frac{\kappa^2 + |\sqrt{\epsilon_0 k_0^2 - \kappa^2}|^2}{k_0^2} + |T_H|^2 R_H \frac{\kappa_y^2}{\kappa^2} \frac{2\kappa^2 - \epsilon_0 k_0^2}{\epsilon_0 k_0^2},$$

$$B_6 = |T_E|^2 R_E \frac{\kappa_x^2}{\kappa^2} + |T_H|^2 R_H \frac{\kappa_y^2}{\kappa^2} \times \frac{\kappa^2 + |\sqrt{\epsilon_0 k_0^2 - \kappa^2}|^2}{k_0^2} \frac{2\kappa^2 - \epsilon_0 k_0^2}{\epsilon_0 k_0^2}; \quad (\text{П2})$$

$$\begin{aligned}
K_v(z) &= \frac{D^2}{c\lambda(2)^9} \int \int d^2\kappa \left| \frac{k_0 + \sqrt{k_0^2 - \kappa^2}}{\sqrt{k_0^2 - \kappa^2}} \right|^2 \\
&\times \operatorname{Re} \left[ \frac{k_0}{\sqrt{\varepsilon_0 k_0^2 - \kappa^2}} \left( A_1^v + A_2^v \exp(2i \operatorname{Re} \sqrt{\varepsilon_0 k_0^2 - \kappa^2} z) \right) \right] \\
&\times \exp(-2 \operatorname{Im} \sqrt{\varepsilon_0 k_0^2 - \kappa^2} z) \exp(2 \operatorname{Im} \sqrt{k_0^2 - \kappa^2} h) |E_a(\kappa)|^2, \\
A_1^v &= |T_E|^2 \frac{\kappa_x^2}{\kappa^2} \frac{k_0}{\sqrt{k_0^2 - \kappa^2}} \left[ \frac{\kappa^2 - k_0^2 + |\sqrt{k_0^2 - \kappa^2}|^2}{k_0^2} R_E^* \right. \\
&+ \left. \frac{k_0(\kappa^2 - k_0^2 + |\sqrt{k_0^2 - \kappa^2}|^2) + 2i(\kappa^2 - k_0^2) \operatorname{Im} \sqrt{k_0^2 - \kappa^2}}{k_0^2(k_0 + \sqrt{k_0^2 - \kappa^2}^*)} \right], \\
A_2^v &= |T_H|^2 \frac{\kappa_y^2}{\kappa^2} \frac{\sqrt{\varepsilon_0 k_0^2 - \kappa^2}}{\sqrt{k_0^2 - \kappa^2}} \\
&\times \frac{2\kappa^2 - \varepsilon_0 k_0^2}{|\varepsilon_0 k_0|^2} \left[ \frac{2i \operatorname{Im} \sqrt{k_0^2 - \kappa^2}}{k_0} R_H^* \right. \\
&+ \left. \frac{k_0(\kappa^2 - k_0^2 - |\sqrt{k_0^2 - \kappa^2}|^2) + 2ik_0^2 \operatorname{Im} \sqrt{k_0^2 - \kappa^2}}{k_0^2(k_0 + \sqrt{k_0^2 - \kappa^2}^*)} \right], \\
E_a(\kappa) &= \frac{1}{(2\pi)^2} \iint d^2r E_a(\mathbf{r}) \exp(i\kappa\mathbf{r}), \quad (\text{П3})
\end{aligned}$$

$E_a(r)$  — заданное распределение поля по апертуре антенны;  $k_0 = 2\pi/\lambda$  — волновое число в вакууме;  $\kappa^2 = \kappa_x^2 + \kappa_y^2$ ,  $R_E$ ,  $R_H$ ,  $T_E$ ,  $T_H$  — френелевские коэффициенты отражения и прохождения для плоской волны двух поляризаций

$$\begin{aligned}
R_E &= \frac{\sqrt{k_0^2 - \kappa^2} - \sqrt{\varepsilon_0 k_0^2 - \kappa^2}}{\sqrt{k_0^2 - \kappa^2} + \sqrt{\varepsilon_0 k_0^2 - \kappa^2}}, \\
R_H &= \frac{\varepsilon_0 \sqrt{k_0^2 - \kappa^2} - \sqrt{\varepsilon_0 k_0^2 - \kappa^2}}{\varepsilon_0 \sqrt{k_0^2 - \kappa^2} + \sqrt{\varepsilon_0 k_0^2 - \kappa^2}}, \\
T_{E,H} &= R_{E,H} + 1. \quad (\text{П4})
\end{aligned}$$

## Список литературы

- [1] Guy A., Lehmann J., McDougall J. et al. // Therm. Problems Biotechnol. 1973. P. 26–45.
- [2] Christensen D., Durney C. // J. Microw. Power. 1981. Vol. 16. N 2. P. 89–105.
- [3] Chou C.K. // Bioelectromagnetics. 1992. Vol. 13. P. 581–595.
- [4] Gustrau F. and Bahr A. // IEEE Trans. Microw. Theory Tech. 2002. Vol. 50. N 10. P. 2393–2400.
- [5] Троцкий В.С., Белов И.Ф., Горбачев В.П. и др. // УФН. 1981. Т. 134. Вып. 1. С. 155–158.
- [6] Hinshaw W.S., Lent A.H. // Proc. IEEE. 1983. Vol. 71. N 3. P. 338–350.
- [7] Rosner B.T., van der Weide D.W. // Rev. Sci. Instrum. 2002. Vol. 73. N 7. P. 2505–2525.
- [8] Takeuchi I., Wei T., Diewer E. et al. // Appl. Phys. Lett. 1997. Vol. 14. N 71. P. 2026–2028.
- [9] Петров Ю.И. Физика малых частиц. М.: Наука, 1982. 359 с.
- [10] Klein L.A. and Swift C.T. // IEEE Trans. Antennas Propag. 1977. Vol. 25. N 1. P. 104–110.
- [11] Gabriel S., Lau R.W., Gabriel C. // Phys. Med. Biol. 1996. Vol. 41. N 11. P. 2251–2269.
- [12] Климов А.Ю., Красильник З.Ф., Резник А.Н. и др. // Сверхпроводимость: физика, химия, техника. 1993. Т. 6. № 11–12. С. 2150–2159.
- [13] Марков Г.Т., Сазонов Д.М. Антенны. М.: Энергия, 1975. 528 с.
- [14] Фейнберг Е.Л. Распространение радиоволн вдоль земной поверхности. М.: Изд-во АН СССР, 1961. 546 с.
- [15] Тихонов А.Н., Гончарский А.В., Степанов В.В., Ягола А.Г. Регуляризирующие алгоритмы и априорная информация. М.: Наука, 1983. 200 с.
- [16] Гайкович К.П., Резник А.Н., Сумин М.И. и др. // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1987. Т. 23. № 7. С. 761–766.