01;04

Кинетическая теория разреженной плазмы: метод эффективного действия

© И.Н. Косарев

Российский федеральный ядерный центр — Всероссийский научно-исследовательский институт экспериментальной физики,
607190 Саров, Нижегородская область, Россия
e-mail: kosarev@vniief.ru

(Поступило в Редакцию 17 июля 2003 г.)

Развита физически эквивалентная стандартной кинетическая теория разреженной плазмы, основанная на построении пропагаторов для функций распределения, зависящих от этих функций распределения.

Стандартная кинетическая теория разреженной $nr_D^3 \gg 1$ (n — концентрация частиц, r_D — Дебаевский радиус) плазмы основывается на системе интегродифференциальных уравнений, состоящей из кинетических уравнений Больцмана с интегралом столкновений (для каждого сорта частиц) и системы уравнений Максвелла с плотностью заряда и плотностью тока, выраженных через одночастичные функции распределения, которые в свою очередь определяются из кинетических уравнений (см., например, [1]). Здесь представлена эквивалентная стандартной кинетическая теория разряженной плазмы, основанная на построении пропагаторов для функций распределения, зависящих от этих функций распределения. Таким образом, для исследования кинетики плазмы необходимо решать систему интегральных уравнений, что может быть проще стандартного подхода.

Рассмотрим объем V, в котором находится N_a частиц сорта a и N_b частиц сорта b. В случае классической плазмы в интеграле по траекториям [2], определяющем пропагатор частицы, достаточно учесть вклад классической траектории. Классический пропагатор для матрицы плотности $\rho(\mathbf{r}, \mathbf{r}', t)$ имеет вид

$$K_a^M(2,1) = \mu \exp\{(i/\hbar)(S_0(\mathbf{r}_2, t_2; \mathbf{r}_1, t_1) - S_a(\mathbf{r}_2', t_2; \mathbf{r}_1', t_1)\},$$

$$\mu = \left(\frac{m_a}{2\pi\hbar(t_2 - t_1)}\right)^3, \qquad (1)$$

где S_a — классическое действие частицы с массой m_a,

$$S_a(\mathbf{r}_2, t_2; \mathbf{r}_1, t_1) = \int_{t_1}^{t_2} dt \left\{ \frac{m_a \mathbf{v}_a^2(t)}{2} - \sum_{i=2}^{N_a} U_{aa}(\mathbf{R}_i(t) - \mathbf{r}_a(t)) \right\}$$

$$- \int_{t_1}^{t_2} dt \left\{ \sum_{j=1}^{N_b} U_{ab}(\mathbf{R}_j(t) - \mathbf{r}_a(t)) - \mathbf{F}_a(t)\mathbf{r}_a(t) \right\}. \qquad (2)$$

Здесь $\mathbf{v}_a(t)$, $\mathbf{r}_a(t)$ — скорость и радиус-вектор частицы; U_{aa}, U_{ab} — потенциальные энергии взаимодействия частиц; $\mathbf{R}_i$ — радиус-вектор рассеивающего центра; $\mathbf{F}_a$ — внешняя сила, действующая на частицу. В разреженной плазме характерное время корреляции (взаимодействия) частиц много меньше характерного времени релаксации [1], поэтому можно считать, что рассеивающие центры в (1), (2) движутся по кусочно-прямолинейным траекториям с длительностью прямолинейного участка, меньшей времени релаксации, но большей времени корреляции. В этом случае усреднение пропагатора (1) по ансамблю производится с помощью многочастичной функции распределения, в которой учтены только парные корреляции (поляризационное приближение [1]). Это усреднение приводит к пропагатору с эффективным действием. Усредненный пропагатор имеет вид (в пределе $N \to \infty$, $V \to \infty$)

$$\frac{1}{\mu} K_a(2,1) = \exp\left\{ \frac{i}{\hbar} \int_{t_1}^{t_2} dt \left(\frac{m_a \mathbf{v}_a^2(t)}{2} - \frac{m_a \mathbf{v}_a'^2(t)}{2} \right) \right.$$

$$\left. + n_a V_{aa}^{st} + n_b V_{ba}^{st} \right\} \exp\left\{ \frac{i}{\hbar} \int_{t_1}^{t_2} dt \Big(\mathbf{F}_a(t)\mathbf{r}_a(t) - \mathbf{F}_a(t)\mathbf{r}_a'(t) \Big) \right\}$$

$$+ \sum_{ij=aa,ba,bb} \frac{n_i n_j}{2} \int d\mathbf{R}_1 d\mathbf{R}_2 d\mathbf{p}_1 d\mathbf{p}_2 g_{ij}(\mathbf{R}_1, \mathbf{p}_1, \mathbf{R}_2, \mathbf{p}_2, t_1)$$

$$\times \exp\left\{ \frac{i}{\hbar} \int_{t_1}^{t_2} dt \sum_{k=1,2} \Big(-U_{ij}\big(\mathbf{R}_k - \mathbf{v}_k(t_2 - t) - \mathbf{r}_{a,ij}(t)\big) \Big) \right\}$$

$$\times \exp\left\{ \frac{i}{\hbar} \int_{t_1}^{t_2} dt \sum_{k=1,2} \Big(U_{ij}\big(\mathbf{R}_k - \mathbf{v}_k(t_2 - t) - \mathbf{r}_{a,ij}'(t)\big) \Big) \right\}$$

$$\times \exp\left\{ \frac{i}{\hbar} \int_{t_1}^{t_2} dt \left(\frac{m_a \mathbf{v}_{a,ij}^2(t)}{2} - \frac{m_a \mathbf{v}_{a,ij}'^2(t)}{2} \right) + n_a V_{aa}^{st} + n_b V_{ba}^{st} \right\}$$

$$\times \exp\left\{ \frac{i}{\hbar} \int_{t_1}^{t_2} dt \Big(\mathbf{F}_a(t)\mathbf{r}_{a,ij}(t) - \mathbf{F}_a(t)\mathbf{r}_{a,ij}'(t) \Big) \right\}. \qquad (3)$$

Здесь $g_{ba}(\mathbf{R}_1, \mathbf{p}_1, \mathbf{R}_2, \mathbf{p}_2, t)$ — парная корреляционная функция, которая выражается через одночастичные функции распределения $f_{a,b}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$ (p — импульс частицы) [1]; V_{ba}^{st} — столкновительный объем (см. теорию уширения, линейный эффект Штарка [3])

$$V_{ba}^{st} = \int d\mathbf{p}\, d\mathbf{R} f_h(\mathbf{R}, \mathbf{p}, t_1)$$

$$\times \exp\Big\{-\frac{i}{\hbar}\int\limits_{t_1}^{t_2} dt\Big(U_{ba}\big(\mathbf{R} - \mathbf{v}(t_2 - t) - \mathbf{r}_a(t)\big)$$

$$- U_{ba}\big(\mathbf{R} - \mathbf{v}(t_2 - t) - \mathbf{r}'_a(t)\big)\Big)\Big\} - 1. \qquad (4)$$

В случае кулоновского взаимодействия оценка вайскопфовского радиуса дает величину порядка минимального прицельного параметра $r_{\min}$ в интеграле столкновений Ландау [4]. Усредненное влияние волей рассеивающих центров на траектории частицы в (3) может быть учтено по теории возмущений по малым параметрам $r_{\min}/r_D$ и $nr^3_{\min}$, где r_D — радиус Дебая, определяющий характерную длину корреляции частиц в плазме.

Первое слагаемое в (3) определяет эволюцию функции распределения в приближении самосогласованного поля, слагаемое со столкновительным объемом (в показателе экспоненты) определяет торможение (ускорение) частиц плазмы самосогласованным полем. Следующие слагаемые определяют влияние интеграла столкновений на кинетику плазмы.

В случае, когда внешняя сила настолько велика, что $Fr_{\min} \geq U(r_{\min})$, необходимо учесть влияние этой силы на корреляционные функции [1].

В релятивистской плазме (3) необходимо подставить релятивистское выражение для кинетической энергии частицы, учесть не только скалярный, но и векторный потенциалы рассеивающих центров [5]. Необходимо подставить также релятивистские корреляционные функции частиц [1].

В квантовой плазме при вычислении интеграла по траекториям, определяющего пропагатор, необходимо учесть вклад не только классической траектории, но и всех других. Статистическое усреднение производится по матрице плотности. В поляризационном приближении квантовая корреляционная функция выражается через одночастичные матрицы плотности в представлении Вигнера (см. часть 3 книги [1] и ссылки в ней). Усредненный пропагатор имеет вид

$$K_a(2, 1) = \int D[\mathbf{r}_a(t)] \int D[\mathbf{r}'_a(t)]$$

$$\times \exp\Big\{\frac{i}{\hbar}\int\limits_{t_1}^{t_2} dt \left(\frac{m_a \mathbf{v}_a^2(t)}{2} - \frac{m_a \mathbf{v}_a'^2(t)}{2}\right)\Big\}$$

$$\times \exp\Big\{\frac{i}{\hbar}\int\limits_{t_1}^{t_2} dt\big(\mathbf{F}_a(t)\mathbf{r}_a(t) - \mathbf{F}_a(t)\mathbf{r}'_a(t)\big) + n_a V_{aa}^{st} + n_b V_{ba}^{st}\Big\}$$

$$+ \sum_{ij=aa,ba,bb} \frac{n_i n_j}{2} \int d\mathbf{R}_1 d\mathbf{R}_2 d\mathbf{R}'_1 d\mathbf{R}'_2$$

$$\times \Big(g_{ij}(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2.\mathbf{R}_2, t_1)\rho_i(\mathbf{R}'_1, \mathbf{R}'_1, t_1)\rho_j(\mathbf{R}'_2, \mathbf{R}'_2, t_1)$$

$$+ g_{ij}(\mathbf{R}'_1, \mathbf{R}'_1, \mathbf{R}'_2, \mathbf{R}'_2, t_1)\rho_i(\mathbf{R}_1\mathbf{R}_1, t_1)\rho_j(\mathbf{R}_2, \mathbf{R}_2, t_1)\Big)$$

$$\times \int D\big[\mathbf{r}_a(t)\big] \int D\big[\mathbf{r}'_a(t)\big] \int\limits_{\mathbf{R}_1(t_1)=\mathbf{R}'_1}^{\mathbf{R}_1(t_2)=\mathbf{R}_1} D\big[\mathbf{R}_1(t)\big] \int\limits_{\mathbf{R}_2(t_1)=\mathbf{R}'_2}^{\mathbf{R}_2(t_2)=\mathbf{R}_2} D\big[\mathbf{R}_2(t)\big]$$

$$\times \exp\Big\{\frac{i}{\hbar}\int\limits_{t_1}^{t_2} dt \sum_{k=1,2}\Big(\frac{m_k \dot{R}_k(t)}{2} - U_{ij}(\mathbf{R}_k(t) - \mathbf{r}_a(t))\Big)\Big\}$$

$$\times \exp\Big\{\frac{i}{\hbar}\int\limits_{t_1}^{t_2} dt \sum_{k=1,2}\Big(U_{ij}(\mathbf{R}_k(t) - \mathbf{r}'_a(t))\Big)\Big\}$$

$$\times \exp\Big\{\frac{i}{\hbar}\int\limits_{t_1}^{t_2} dt\Big(\frac{m_a \mathbf{v}_a^2(t)}{2} - \frac{m_a \mathbf{v}_a'^2(t)}{2}\Big) + n_a V_{aa}^{st} + n_b V_{ba}^{st}\Big\}$$

$$\times \exp\Big\{\frac{i}{\hbar}\int\limits_{t_1}^{t_2} dt\Big(\mathbf{F}_a(t)\mathbf{r}_a(t) - \mathbf{F}_a(t)\mathbf{r}'_a(t)\Big)\Big\}, \qquad (5)$$

где столкновительный объем равен

$$V_{ba}^{st} = \int d\mathbf{R}' d\mathbf{R} \rho_b(\mathbf{R}, \mathbf{R}, t_1)\rho_a(\mathbf{R}', \mathbf{R}', t_1) \int\limits_{\mathbf{R}(t_1)=\mathbf{R}'}^{\mathbf{R}(t_2)=\mathbf{R}} D\big[\mathbf{R}(t)\big]$$

$$\times \Big[\exp\Big\{-\frac{i}{\hbar}\int\limits_{t_1}^{t_2} dt\Big(\frac{m_b \dot{R}(t)}{2} + U_{ba}\big(\mathbf{R}(t) - \mathbf{r}_a(t)\big)$$

$$- U_{ba}\big(\mathbf{R}(t) - \mathbf{r}'_a(t)\big)\Big)\Big\} - 1\Big].$$

В разреженной плазме интегралы по траекториям для рассеивающих частиц в (4), (5) могут быть вычислены по теории возмущений [2]. Их усредненное влияние на пробную частицу также может быть учтено по теории возмущений. Обменное взаимодействие учитывается в квантовой корреляционной функции.

В заключение следует отметить, что выражения (3), (5) могут рассматриваться как решение кинетической задачи на малых временах, в течение которых изменение функции распределения незначительно.

Список литературы

[1] *Климонтович Ю.Л.* Кинетическая теория неидеального газа и неидеальной плазмы. М.: Наука, 1975.

[2] *Фейнман Р., Хибс А.* Квантовая механика и интегралы по траекториям. М.: Мир, 1968.

[3] *Грим Г.* Спектроскопия плазмы. М.: Атомиздат, 1969. Собельман И.И. Введение в теорию атомных спектров. М.: Физматгиз, 1963.

[4] *Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П.* Физическая кинетика. М.: Наука, 1979.

[5] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теория поля. М.: Наука, 1973.