Журнал технической физики, 2004, том 74, вып. 5

01;12

Интерпретация измерений ускорений в инерциальной навигации

© А.С. Девятисильный

Институт автоматики и процессов управления Дальневосточного отделения РАН
690041 Владивосток, Россия
e-mail: devyatis@iacp.dvo.ru

(Поступило в Редакцию 5 сентября 2003 г.)

Показано, что при совместном использовании измерений абсолютного и кажущегося ускорений задача автономной инерциальной навигации отождествляется с разрешимой обратной задачей. Сформулированы физическое и геометрическое (кинематическое) условия разрешимости.

1. Современные технологии обусловливают реальность создания оптических измерителей абсолютного ускорения [1], что требует исследования возможностей их применения в такой прикладной области, как инерциальная навигация, где существует практика обращения к измерителям кажущегося ускорения [2]. Это приводит к отождествлению метода инерциальной навигации с решением прямой задачи, описываемой двумя группами уравнений: динамических и кинематических. Известная неустойчивость такого решения весьма ограничивает применение метода в чистом виде [3].

Качественно картина изменится, если оба типа измерителей использовать совместно. Тогда при известной модели гравитационного поля оказывается возможным отождествление метода с решением уже не прямой, а обратной задачи.

Постановке и обсуждению последней и посвящена настоящая работа.

2. Будем иметь в виду пространственные ($3D$-) приборы, говоря о f-, gf- и g-измерителях (измерениях) соответственно негравитационных удельных сил (кажущегося ускорения), полных удельных сил (абсолютного ускорения) и удельных гравитационных сил, или напряженности гравитационного поля (ускорения свободного движения), помня, что g-измеритель — результат комлексирования первых двух [4]. Вполне оправданно эти приборы можно назвать также f-, gf-, g-ньютонометрами.

Обозначим через $oy = oy_1y_2y_3$ ортогональный координатный трехгранник, жестко связаный с измерительной платформой, неизменная (в идеале) ориентация которой относительно инерциальной системы отсчета ($o\xi = o\xi_1\xi_2\xi_3$) поддерживается гироскопами.

Пусть oy физически моделирует $o\xi$ с кинематической погрешностью β-вектором малого угла возмущения в ориентации платформы, так что $y = (E + \hat{\beta})\xi$, где E — единичная матрица, $\hat{\beta}\xi = \beta \times \xi$.

Отметим, что рассматриваемый случай существенно отличается от того, что имел место в [4], где oy физически моделировал сопровождающий географически ориентированный координатный трехгранник. По сути oy — приборный трехгранник, т.е. все векторные измерения выполняются в его осях, в том числе, следовательно, и измерения ньютонометров, которые с учетом изложенного представимы в виде

$$J_f = (E + \hat{\beta})f + \Delta_f,$$

$$J_{gf} = (E + \hat{\beta})(g + f) + \Delta_{gf}, \qquad (1)$$

где g и f соответственно — векторы напряженности гравитационного поля и удельных сил негравитационной природы в проекциях на оси системы $o\xi$; Δ_f и Δ_{gf} — инструментальные погрешности измерений.

„Измерения“ g-ньютонометра с учетом (1) образуются очевидным образом и имеют вид

$$J_g = g + \hat{\beta}g + \Delta_g, \qquad (2)$$

где $\Delta_g = \Delta_{gf} - \Delta_f$.

Прежде всего обращает на себя внимание гравиметрический аспект измерений (2), который тем не менее здесь рассматриваться не будет, чтобы не нарушать изначально сформулированную цель настоящей работы.

3. Интегрирование gf-измерений в осях трехгранника oy дает возможность определять текущие значения вектора скорости (v) и положения (r) объекта-носителя. Однако этим значениям будут присущи погрешности, обусловленные ошибочными представлениями о начальных условиях интегрирования и инструментальными погрешностями gf-ньютонометра.

Дальнейшие рассуждения будем строить на следующих не ограничивающих прикладные перспективы допущениях: а) известен вид $U(r)$ гравитационного потенциала, т.е. $g(r) = \partial U/\partial r = U'(r)$; б) инструментальные погрешности у гироскопов и ньютонометров отсутствуют, т.е. единственными источниками возмущений пространственной ориентации платформы и выходов интеграторов являются ошибки в начальных (при $t = 0$) данных; тогда $\beta = \mathrm{const}$, $\delta v = \delta v_0$, $\delta r = \delta r_0 + \delta v_0 t$, где $\delta v_0 = \delta v(0)$ и $\delta r_0 = \delta r(0)$.

Модель обратной задачи, о которой говорилось в начале статьи, декларируется с учетом первого из допущений в общем виде (2), а с учетом обоих допущений — в виде

$$J_g = g(r) - \hat{g}(r)\beta = g(r) - G(r)\hat{\beta}, \qquad (3)$$

где $G(r) = \hat{g}(r)$.

Целью решения задачи является определение фазового вектора $s = (\beta^T, r^T, v^T)^T$ уравнений обеих групп (кинематической и динамической), описывающих метод инерциальной навигации. Соответственно целью обсуждения задачи ставится ответ на вопрос о ее разрешимости относительно вектора s.

4. Вернемся теперь к итогам интегрирования gf-измерений, т.е. к решению прямой задачи. Учитывая их, можно локализовать исходно нелинейную задачу, построив вектор невязок измерений и перейдя к задаче „в малом" со следующей линейной моделью:

$$\delta J_g = g'(r)\delta r + G(r)\beta, \tag{4}$$

где δJ_g — вектор невязок измерений, $g'(r) = U''(r)$.

Прежде чем продолжать, отвлечемся на в значительной степени гипотетический случай, интересный своей аналогией и имеющий, что будет видно из дальнейшего, определенные перспективы и вне его. Пусть $g(r) = \text{const}$, т.е. $q'(r) = 0$. Тогда из (4) следует

$$\delta\tilde{J_g} = G(r)|g|^{-1}\beta = \hat{\tau}\beta = \hat{\tau}\beta^+, \tag{5}$$

где $\tau = g/|g|$; $\delta\tilde{J_g} = \delta J_g/|g|$; β^+ — компонента вектора β, ортогональная орту τ, или, что то же самое, силовой линии поля.

Как видим из (5), g-ньютонометр проявляет свойства „телескопа" определять ориентацию платформы только с точностью до ее поворота относительно орта (τ) „визирования" своего рода „звезды".

Известно, что в случае настоящих телескопов проблема полностью решается визированием двух и более звезд или визированием одного подвижного (при $\tau \neq \text{const}$) объекта, угловые положения которого известны.

Что касается g-ньютонометра как „телескопа", то для него „визирование" нескольких „звезд" исключено уже хотя бы потому, что силовые линии поля (вне источников) не пересекаются; зато случай $\tau \neq \text{const}$ вполне актуален, но требует возвращения к модели (4).

В общем случае произвольного поля, когда $g'(r) = U''(r) \neq 0$, с учетом второго (δ) из принятых допущений модель (4) представима в следующем виде:

$$\delta J_g = W\delta s_0, \tag{6}$$

где $\delta s_0 = (\beta^T, \delta r_0^T, \delta v_0^T)^T$; $W = \| G \vdots U'' \vdots U''t \|$.

На конечном временно́м интервале измерений порождаемая моделью (6) система уравнений может быть разрешена относительно постоянного вектора δs_0. Это следует из того, что столбцы матрицы W как функции времени (траектории), вообще говоря, линейно независимы, если только не вырожден гессиан поля $U''(r)$. Исключение составляют случаи, когда на временны́х интервалах измерений реализуются траектории, на которых $\tau = g/|g| = \text{const}$ $(G = \text{const})$; В этих случаях „слабым звеном" оказывается вектор β, так как именно его составляющая $\beta^- = (\tau^T\beta)\tau$ становится неидентифицируемой.

Если для примера от общего случая перейти к частному случаю центрального поля, которым нередко моделируется внешнее гравитационное поле Земли, то у такого поля гессиан $U''(r)$ не вырожден (его сингулярные числа относятся как $2:1:1$ [5]), а особые для матрицы W траектории (на которых $\tau = \text{const}$) реализуются на центральных прямых.

Таким образом, разрешимость рассмотренной обратной задачи зависит от одновременного выполнения двух условий, одно из которых $(det U''(r) \neq 0)$ имеет чисто физический смысл, другое $(\tau(r) \neq \text{const})$ — геометрический, или, точнее (вспоминая, что „кинематика — это геометрия движения" [2]), кинематический; первое из них объективное, второе вполне допускает целенаправленный выбор.

5. В заключение сформулируем основной результат исследования и его прикладной аспект, а именно: показано, что совместное применение измерителей двух типов — f- и gf-ньютонометров позволяет отождествлять метод инерциальной навигации с обратной задачей, принципиально разрешимой относительно фазового вектора системы динамических и кинематических уравнений, моделирующих эволюцию траектории и системы отсчета; это обусловливает перспективу создания автономных асимптотически устойчиво функционирующих (в отличие от традиционных [3]) систем инерциальной навигации.

Список литературы

[1] *Коляда Ю.И., Соколов С.В., Оленев С.А.* // Измерительная техника. 2001. № 4. С. 33–35.

[2] *Ишлинский А.Ю.* Классическая механика и силы инерции. М.: Наука, 1987. 320 с.

[3] *Андреев В.Д.* Теория инерциальной навигации. Автономные системы. М.: Наука, 1966. 580 с.

[4] *Девятисильный А.С.* // ЖТФ. 2003. Т. 73. Вып. 12. С. 99–100.

[5] *Девятисильный А.С.* // ЖТФ. 2003. Т. 73. Вып. 5. С. 130–131.