

01;09;10

## Влияние переходных процессов в ускоряющем резонаторе на энергетический разброс частиц

© В.И. Иванников,<sup>1</sup> В.М. Павлов,<sup>2</sup> Ю.Д. Черноусов,<sup>1</sup> И.В. Шеболаев<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Институт химической кинетики и горения СО РАН,  
630090 Новосибирск, Россия  
e-mail: Chern@catalysis.nsk.su

<sup>2</sup> Институт ядерной физики им. Г.И. Будкера СО РАН,  
630090 Новосибирск, Россия  
e-mail: Pavlov@inp.nsk.su

(Поступило в Редакцию 11 августа 2003 г.)

Основываясь на уравнении для нормированной амплитуды колебаний в резонаторе, полученном методом встречных волн, рассмотрен ускоряющий резонатор, нагруженный током. Получено выражение для ускоряющего напряжения с учетом переходных процессов, возникающих при включении генератора и пучка. Учтено влияние переходных процессов на энергетический разброс частиц. Показана возможность стабилизации энергии пучка в процессе установления колебаний при произвольной фазе генератора без отстройки частоты ускоряющего резонатора.

Переходные процессы в ускоряющих структурах со стоячей волной (резонаторах) являются одной из причин возникновения энергетического разброса частиц в ускорителях с импульсным сверхвысокочастотным (СВЧ) питанием. Энергетический разброс на заднем фронте СВЧ импульса легко устраняется своевременным прекращением инжекции пучка. В работе [1] рассмотрен способ устранения энергетического разброса на переднем фронте СВЧ импульса. Он основан на возможности прерывания переходного процесса в момент включения пучка. Это достигается отстройкой частоты резонатора и задержкой момента начала инжекции пучка относительно начала СВЧ импульса.

В настоящей работе рассмотрена другая возможность стабилизации энергии пучка на переднем фронте СВЧ импульса, не требующая прерывания переходного процесса в резонаторе.

Для определения величины энергетического разброса, вызванного переходными процессами, необходимо учесть возбуждение ускоряющего резонатора от двух независимых источников — внешнего генератора и пучка. В стационарном режиме эта задача решается, как правило, представлением резонатора в виде эквивалентного колебательного контура [2]. Для описания переходных процессов в резонаторах лучше подходит метод встречных волн [3], развитый в работах [4–6]. Основываясь на этом методе, рассмотрим работу ускоряющего резонатора при различных режимах включения пучка.

Применяя метод встречных волн, можно получить уравнение для комплексной нормированной амплитуды колебаний  $v$  в резонаторе

$$\frac{dv}{dt} + \left[ \frac{\omega_0(1+k)}{2Q_0} + i\Delta\omega \right] v = \sqrt{\frac{\omega_0 k}{Q_0}} a - \alpha I_0, \quad (1)$$

где  $\omega_0$  — собственная частота резонатора,  $k$  — коэффициент связи резонатора с подводимой линией,  $\Delta\omega$  —

разность частот генератора и резонатора,  $Q_0$  — собственная добротность резонатора,  $a$  — нормированная амплитуда волны в подводимой линии.

Нагрузка током учтена слагаемым —  $\alpha I_0$ , где  $I_0$  — комплексная амплитуда основной гармоники тока;  $\alpha$  — действительная положительная величина, характеризующая влияние тока на колебания в резонаторе. Предполагается, что частицы сгруппированы в сгустки, которые следуют с частотой, равной частоте генератора.

Нормированная амплитуда колебаний определяется как сумма амплитуд встречных волн в центре резонатора, нормированная условием  $|v|^2/2 = W$ , где  $W$  — энергия, запасенная в резонаторе. В ускоряющем резонаторе, работающем на основной моде  $E_{010}$ , фаза нормированной амплитуды совпадает с фазой ускоряющего электрического поля. Удобно выбрать начало отсчета фазы так, чтобы в дальнейшем считать  $I_0$  действительной положительной величиной.

Если частота основной гармоники тока равна собственной частоте резонатора, то, рассматривая резонатор, возбуждаемый только пучком, можно получить выражения для  $\alpha$  и эффективного напряжения  $U$

$$\alpha = \sqrt{\frac{\omega_0 Z_e L}{8Q_0}}, \quad U = \sqrt{\frac{\omega_0 Z_e L}{2Q_0}} |v|. \quad (2)$$

При выводе соотношений (2) используются известные определения собственной добротности ( $Q_0 = \omega_0 W/P_0$ ) и эффективного шунтового сопротивления ( $Z_e = U^2/(P_0 L)$ , где  $P_0$  — мощность потерь в стенках резонатора,  $L$  — его длина) [7].

В пучке, сгруппированном в короткие сгустки, все частицы набирают равную энергию, пропорциональную ускоряющему напряжению

$$u(t) = \sqrt{\frac{\omega_0 Z_e L}{2Q_0}} \operatorname{Re}\{v(t)\}. \quad (3)$$

Для пучка, сгруппированного в короткие сгустки,  $I_0$  вдвое превышает средний ток пучка  $I$ . Выражая  $a$  через мощность  $P$  и фазу генератора  $\varphi$  ( $a = \sqrt{2P} \exp(i\varphi)$ ), можно переписать уравнение (1) в виде

$$\frac{dv}{dt} + \left[ \frac{\omega_0(1+k)}{2Q_0} + i\Delta\omega \right] v = \sqrt{\frac{2\omega_0 P}{Q_0}} \left[ \sqrt{k} \exp(i\varphi) - \beta \right], \quad (4)$$

где  $\beta = [Z_e L I^2 / (4P)]^{1/2}$  — коэффициент нагрузки током (отношение тока пучка к критическому току при  $k = 1$ ).

Общее решение уравнения (4) имеет вид

$$v(t) = v_p + v_d \exp[-(1/\tau + i\Delta\omega)t], \quad (5)$$

где  $v_p$  — нормированная амплитуда установившихся колебаний,  $v_d$  — начальная нормированная амплитуда собственных затухающих колебаний,  $\tau = 2Q_0 / [\omega_0(1+k)]$  — постоянная времени затухания собственных колебаний.

Каждая из амплитуд  $v_p$  и  $v_d$  является суммой двух слагаемых, определяющих колебания, возбуждаемые генератором и пучком.

При  $\Delta\omega = 0$  нормированные амплитуды установившихся колебаний, возбуждаемых генератором и пучком, принимают значения соответственно

$$v_g = \frac{2}{1+k} \sqrt{\frac{2Q_0 k P}{\omega_0}} \exp(i\varphi),$$

$$v_b = -\frac{2\beta}{1+k} \sqrt{\frac{2Q_0 P}{\omega_0}}. \quad (6)$$

В силу практической значимости рассмотрим установившиеся колебания (6) более подробно. Представляя сумму амплитуд в экспоненциальной форме, можно записать выражение для нормированной амплитуды установившихся колебаний в следующем виде:

$$v_0 = \frac{2}{1+k} \sqrt{\frac{2Q_0 P}{\omega_0}} \times \left( \sqrt{k - \beta^2 \sin^2 \psi_0} - \beta \cos \psi_0 \right) \exp(i\psi_0), \quad (7)$$

где  $\psi_0$  определяется из равенства

$$\cos \psi_0 = \frac{\sqrt{k} \cos \varphi - \beta}{(k + \beta^2 - 2\beta\sqrt{k} \cos \varphi)^{1/2}}. \quad (8)$$

При нагрузке резонатора пучком фаза результирующих колебаний  $\psi_0$  может значительно отличаться от фазы колебаний, создаваемых генератором. Резонатор отдает энергию пучку, если  $\cos \psi_0 > 0$ . Это условие выполняется, когда  $|\varphi| < \varphi_c$ , где  $\varphi_c = \arccos(\beta k^{-1/2})$  — критическая фаза генератора.

Нормированной амплитуде колебаний (7), согласно выражению (3), соответствует ускоряющее напряжение

$$u_0 = \frac{2\sqrt{Z_e L P}}{1+k} \left( \sqrt{k - \beta^2 \sin^2 \psi_0} - \beta \cos \psi_0 \right) \cos \psi_0. \quad (9)$$

Если в выражении (9) пренебречь величиной  $\beta^2 \sin^2 \psi_0$  в сравнении с  $k$ , то получится известная приближенная формула для ускоряющего напряжения [8]

$$u_0 = \frac{2\sqrt{Z_e L k P} \cos \psi_0 - Z_e L I \cos^2 \psi_0}{1+k}. \quad (10)$$

При заданной величине  $\psi_0$  ускоряющее напряжение (9) максимально, когда коэффициент связи резонатора имеет оптимальное значение

$$k_{\text{opt}} = (1 + 2\beta^2) + 2\beta \sqrt{1 + \beta^2} \cos \psi_0. \quad (11)$$

При этом ускоряющее напряжение и коэффициент полезного действия резонатора  $\eta$  ( $\eta = uI/P$ ) равны соответственно

$$u_m = \frac{\sqrt{Z_e L P} \cos \psi_0}{\sqrt{1 + \beta^2} + \beta \cos \psi_0},$$

$$\eta_m = \frac{2\beta \cos \psi_0}{\sqrt{1 + \beta^2} + \beta \cos \psi_0}. \quad (12)$$

Для сверхпроводящего резонатора ( $Q_0 \rightarrow \infty$ ) величина  $Z_e$  обращается в бесконечность, поэтому эффективность резонатора определяется характеристическим сопротивлением  $\rho_e = Z_e / Q_0$ , а связь с подводящей линией — внешней добротностью  $Q_e = Q_0 / k$ . Подставляя  $\beta$ , выраженную через  $\rho_e$  ( $\beta = [\rho_e L Q_0 I^2 / (4P)]^{1/2}$ ), в выражения (11), (12), получаем при  $Q_0 \rightarrow \infty$  оптимальные значения внешней добротности, ускоряющего напряжения и коэффициента полезного действия для сверхпроводящего ускоряющего резонатора

$$Q_s = \frac{2P}{\rho_e L I^2 (1 + \cos \psi_0)}, \quad u_s = \frac{2P \cos \psi_0}{I(1 + \cos \psi_0)},$$

$$\eta_s = \frac{2 \cos \psi_0}{(1 + \cos \psi_0)}. \quad (13)$$

Следует отметить, что  $\eta_s = 1$  лишь при  $\psi_0 = 0$ , потому что только в этом случае отсутствуют потери энергии, связанные с излучением в подводящий волновод.

Для определения энергетического разброса, вызванного переходными процессами на переднем фронте СВЧ импульса, необходимо вычислить величину  $v_d$ , зависящую от начальных условий (режима включения пуска).

Если генератор с пучком включаются одновременно в момент времени  $t = 0$ , то  $v(0) = 0$ . Тогда  $v_d = -v_p$  и ускоряющее напряжение меняется от нуля до установившегося значения.

Если  $\Delta\omega = 0$  и пучок включается, когда колебания от генератора практически достигли своей максимальной амплитуды, то, выбирая момент включения пучка за

начало отсчета времени, получаем начальное условие  $v(0) = v_g$ . Тогда  $v_d = -v_b$ . При этом ускоряющее напряжение

$$u(t) = u_0 + \frac{2\beta\sqrt{Z_eLP}}{1+k} \exp(-t/\tau). \quad (14)$$

При оптимальном коэффициенте связи разброс ускоряющих напряжений  $\Delta u$ , отнесенный к  $u_m$  (относительный энергетический разброс),

$$\frac{\Delta u}{u_m} = \frac{\beta}{\sqrt{1 + \beta^2 \cos \psi_0}}. \quad (15)$$

Например, при  $\beta = 0.5$  и  $\psi_0 = 30^\circ$  относительный энергетический разброс равен 0.51, а при  $\beta = 0.5$  и  $\psi_0 = 0$  он равен 0.44.

Энергетического разброса на переднем фронте СВЧ импульса можно избежать, если включать пучок с некоторой задержкой относительно момента включения генератора. При этом можно обеспечить условия, когда  $v_d = 0$  (прерывание переходного процесса в момент включения пучка). Это достигается, если собственные затухающие колебания, возбужденные пучком и генератором, равны по амплитуде, но противофазны. Для этого частота резонатора должна быть отстроена от частоты генератора на величину, зависящую от фазы генератора  $\varphi$ . Такая возможность рассмотрена в работе [1].

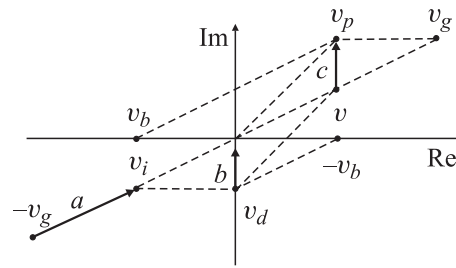
Рассмотрим процесс установления колебаний в резонаторе, точно настроенном на частоту генератора ( $\Delta\omega = 0$ ). Если пучок включается в момент времени  $t = 0$  с задержкой  $t_b$  относительно момента включения генератора, то  $v(0) = v_g(1 - \exp(-t_b/\tau))$ . При  $t \geq 0$  начальная амплитуда собственных затухающих колебаний

$$v_d = -[v_b + v_g \exp(-t_b/\tau)]. \quad (16)$$

Можно выбрать  $t_b$  так, что  $v_d$  является чисто мнимой величиной. Тогда соответствующее ускоряющее напряжение, определяемое выражением (3), не зависит от времени и равно  $u_0$ . Таким образом, стабилизация энергии обеспечивается только выбором величины  $t_b$ . При оптимальном коэффициенте связи резонатора (11) необходимая задержка включения пучка относительно начала СВЧ импульса равна

$$t_0 = \tau \ln \frac{\sqrt{1 + \beta^2 \cos \psi_0} + \beta}{\beta}. \quad (17)$$

Из выражений (6) следует, что при фазе генератора  $\varphi = 0$  амплитуды  $v_g$  и  $v_b$  являются действительными величинами, поэтому стабилизация энергии возможна лишь при  $v_d = 0$ . Когда  $\varphi \neq 0$ ,  $v_d$  может быть чисто мнимой величиной. При этом переходный процесс не прерывается в момент включения пучка. Фаза и амплитуда результирующих колебаний в резонаторе изменяются так, что два влияния компенсируют друг друга и прирост энергии частиц не зависит от времени.



Комплексная плоскость нормированных амплитуд.  $a$  — затухание колебаний от генератора до включения пучка,  $b$  — затухание колебаний после включения пучка,  $c$  — эволюция результирующих колебаний в резонаторе.

На рисунке дана графическая интерпретация данного эффекта на комплексной плоскости нормированных амплитуд колебаний. В момент включения генератора в резонаторе возникают стационарные колебания с амплитудой  $v_g$  и противофазные им собственные затухающие колебания с начальной амплитудой  $-v_g$ . По истечении времени  $t_b$ , когда амплитуда затухающих колебаний, возбужденных генератором, достигнет значения  $v_i = -v_g \exp(-t_b/\tau)$ , включается пучок. К существующим колебаниям добавляются стационарные колебания с амплитудой  $v_b$  и затухающие колебания с начальной амплитудой  $-v_b$ . Сумма амплитуд затухающих колебаний в этот момент является начальной амплитудой  $v_d$  для последующих моментов времени. Затухающие колебания, имеющие чисто мнимую амплитуду, не влияют на величину ускоряющего напряжения.

Таким образом, полученное в работе общее выражение для ускоряющего напряжения позволяет определить величину энергетического разброса, вызванного переходными процессами. Показано, что энергетического разброса можно избежать в процессе установления колебаний.

## Список литературы

- [1] Викулов В.Ф., Заворотыло В.Н., Рузин В.В., Шилов В.К. // ЖТФ. 1982. Т. 52. Вып. 11. С. 2188–2191.
- [2] Karliner M.M. // Proc. Joint US-CERN-Japan International School. Frontiers of Accelerator Technology. Nayama/Tsukuba (Japan), 1996. P. 418–434.
- [3] Альтман Дж. Устройства СВЧ. М.: Мир, 1968. 487 с.
- [4] Артеменко С.Н. // РЭ. 1995. Т. 40. № 8. С. 1184–1194.
- [5] Иванников В.И., Черноусов Ю.Д., Шеболаев И.В. // ЖТФ. 1996. Т. 66. Вып. 5. С. 162–167.
- [6] Иванников В.И., Черноусов Ю.Д., Шеболаев И.В. // РЭ. 2000. Т. 45. № 2. С. 180–184.
- [7] Милованов О.С., Собенин Н.П. Техника сверхвысоких частот. М.: Атомиздат, 1980. 464 с.
- [8] Завадцев А.А., Зверев Б.В., Собенин Н.П. // ЖТФ. 1984. Т. 54. Вып. 1. С. 82–87.