

01;09

## Энергетические характеристики излучения осциллирующих диполей, движущихся в недиспергирующей среде и в холодной плазме

© А.В. Тюхтин

Научно-исследовательский институт радиофизики Санкт-Петербургского государственного университета,  
198504 Санкт-Петербург, Россия  
e-mail: tyukhtin@niirf.spbu.ru

(Поступило в Редакцию 20 августа 2003 г. В окончательной редакции 23 января 2004 г.)

Рассматривается излучение движущихся осциллирующих электрических и магнитных диполей, моменты которых ориентированы параллельно скорости их движения. Приведены общие выражения для компонент полей и мощности излучения, пригодные в изотропных однородных непоглощающих средах. Рассмотрены частные случаи недиспергирующей среды и холодной плазмы, для которых проанализированы зависимости энергетических спектральных распределений и мощностей излучения от скорости движения источников и параметров сред.

### Введение

Задачи об излучении источников, движущихся в однородных стационарных средах, активно исследовались в течение многих десятилетий. Основное внимание при этом уделялось анализу излучения заряженных частиц и их потоков, а также источников, обладающих теми или иными мультипольными моментами. Полученные в этом направлении результаты отражены во многих публикациях (см. например, [1–10] и приведенную там литературу). Следует, однако, отметить, что в рассматривавшихся ранее задачах источник обычно считался статическим в собственной системе отсчета (т.е. он не обладал „собственной“ частотой). При этом если можно пренебречь неравномерностью движения источника, то излучение на заданной частоте имеет место лишь в такой ситуации, когда скорость движения источника превышает фазовую скорость электромагнитных волн этой частоты (излучение Вавилова–Черенкова).

В случае движущегося источника, осциллирующего в системе своего покоя, ситуация становится принципиально иной. Естественно, такой источник излучает при любой скорости движения, но характеристики излучения существеннейшим образом от нее зависят. Подобные задачи интересны как для развития теории, так и для различных физических экспериментов. Примером такого рода источников является излучающий движущийся атом. Другой пример — антенны космических аппаратов, на которые может оказывать влияние поток окружающей плазмы.

Задачи с движущимися осцилляторами рассматривались относительно редко (см. например, [1,2,11–15]). К примеру, был изучен эффект Доплера [1,11,12], частично исследован случай движущегося электрического осциллирующего диполя [11,13], анализировалось излучение от движущихся источников в киральных средах [15]. В некоторых работах сходные задачи рассматривались в другой постановке: предполагалось, что

гармонический источник неподвижен, а среда движется [16–19]. Однако в такой постановке, представляющей несомненный самостоятельный интерес, автоматически исключается из рассмотрения вопрос о спектральных характеристиках излучения: в системе покоя гармонического источника поле также гармонически зависит от времени. Между тем при рассмотрении задачи в системе покоя среды вопрос о спектральном распределении мощности излучения является одним из ключевых. Кроме того, решение вопроса об общей мощности излучения источника того или иного типа также существенно зависит от выбора системы отсчета, что было отмечено в [16].

Настоящая работа посвящена анализу энергетических характеристик в задачах с осциллирующими диполями, движущимися в некоторых изотропных однородных средах. Как отмечено выше, ряд аспектов теории излучения движущихся осцилляторов анализировался в научной литературе, однако некоторые важные вопросы не рассматривались или рассматривались лишь фрагментарно. К их числу относятся вопросы о характере энергетических спектральных распределений в средах с разными дисперсионными свойствами, о зависимости мощности излучения от типа диполя и скорости его движения в различных средах и другие.

В разделе 1 данной работы приводятся некоторые общие выражения, пригодные для среды с любой зависимостью показателя преломления от частоты. Отметим, что для электрического диполя они были получены в работе [13], но для магнитного диполя подобные результаты в доступной нам литературе отсутствуют. Поэтому представляется целесообразным выписать соответствующие формулы для обоих источников, ограничиваясь лишь минимальными комментариями. Далее, в разделах 2 и 3 анализируются частные случаи недиспергирующей среды и холодной плазмы.

# 1. Общие выражения для полей и мощностей излучения в изотропной однородной среде

Пусть источник, обладающий электрическим или магнитным дипольным моментом в собственной системе отсчета, движется со скоростью  $\mathbf{v} = v\mathbf{e}_z$  относительно некоторой изотропной среды, характеризуемой диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon$  и магнитной проницаемостью  $\mu$ . Свойства среды пока не конкретизируем, полагая только, что она является однородной, стационарной и не обладает пространственной дисперсией и поглощением. Будем считать, что дипольный момент того или иного рода ориентирован вдоль вектора скорости движения источника. Для плотностей электрического и магнитного дипольных моментов в системе покоя источников соответственно имеем

$$\begin{aligned} \mathbf{P}' &= p'_0 \mathbf{e}'_z \exp(-i\omega'_0 t') \delta(x') \delta(y') \delta(z'), \\ \mathbf{M}' &= m'_0 \mathbf{e}'_z \exp(-i\omega'_0 t') \delta(x') \delta(y') \delta(z'), \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\delta(\xi)$  — дельта-функция. Здесь и далее штрихами отмечают величины и операторы, относящиеся к собственной системе отсчета источника. Объемные плотности тока определяются соотношениями

$$\mathbf{j}'^p = \partial \mathbf{P}' / \partial t', \quad \mathbf{j}'^m = \text{crot}' \mathbf{M}', \quad (2)$$

где верхний индекс указывает на тип источника (всюду далее величины, снабженные индексом  $p$ , относятся к электрическому диполю, а индексом  $m$  — к магнитному).

Плотность заряда  $\rho'$  определяется законом его сохранения (для магнитного диполя  $\rho'^m = 0$ ).

Подставим каждое из выражений (1) в соответствующую формулу из (2) и перейдем к „лабораторной“ системе отсчета (системе покоя среды). Для этого следует воспользоваться преобразованиями Лоренца для производных, а также для плотности тока и заряда [20,21]. В итоге для ненулевых компонент плотности тока получаем

$$\begin{aligned} j_z^p &= p'_0 \sqrt{1 - \beta^2} \frac{\partial}{\partial t} [\mathbf{e}^{-i\omega_0 t} \delta(z - vt)] \delta(x) \delta(y), \\ j_\varphi^m &= -cm'_0 \sqrt{1 - \beta^2} \mathbf{e}^{-i\omega_0 t} \delta(z - vt) \delta(x) \delta(y), \end{aligned} \quad (3)$$

где  $\beta = v/c$ ,  $\omega_0 = \omega'_0 \sqrt{1 - \beta^2}$  — частота источника в „лабораторной“ системе отсчета (здесь использована цилиндрическая система координат  $r, \varphi, z$ ).

Выражение для плотности заряда электрического диполя легко получить, используя уравнение неразрывности. Подчеркнем, что в рассматриваемой ситуации (когда дипольные моменты параллельны вектору скорости их движения) источник, обладающий только электрическим (или только магнитным) дипольным моментом в системе своего покоя, характеризуется моментом того же типа и в лабораторной системе отсчета (величины моментов связаны соотношениями  $p_0 = p'_0 \sqrt{1 - \beta^2}$ ,  $m_0 = m'_0 \sqrt{1 - \beta^2}$ ).

Дальнейший ход решения является традиционным для задач с движущимися источниками (см., например, [1–5,7,8,13]). При этом можно воспользоваться либо векторами Герца (электрическим и магнитным), либо векторным  $\mathbf{A}$  и скалярным  $\Phi$  потенциалами, вводимыми стандартным образом. Решение ищется в виде интегралов Фурье. После нахождения выражений для потенциалов легко получить и формулы для компонент полей. Опуская все промежуточные преобразования, приведем сразу выражения для ненулевых компонент напряженностей электрического и магнитного поля в цилиндрической системе координат: 1) в случае электрического диполя

$$\begin{aligned} E_z^p &= \frac{i}{c} \int_{-\infty}^{\infty} a^p \omega \left[ 1 - \left( \frac{\omega - \omega_0}{\omega \beta n} \right)^2 \right] \mathbf{e}^{i\psi} d\omega, \\ E_r^p &= - \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial a^p}{\partial r} \frac{\omega - \omega_0}{\omega \beta n^2} \mathbf{e}^{i\psi} d\omega, \\ H_\varphi^p &= - \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\mu} \frac{\partial a^p}{\partial r} \mathbf{e}^{i\psi} d\omega; \end{aligned} \quad (4)$$

2) в случае магнитного диполя

$$\begin{aligned} E_\varphi^m &= \frac{i}{c} \int_{-\infty}^{\infty} \omega a^m \mathbf{e}^{i\psi} d\omega, \\ H_r^m &= - \frac{i}{v} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(\omega - \omega_0) a^m}{\mu} \mathbf{e}^{i\psi} d\omega, \\ H_z^m &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\mu r} \frac{\partial (r a^m)}{\partial r} \mathbf{e}^{i\psi} d\omega. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$\begin{aligned} \psi(\omega) &= \frac{\omega - \omega_0}{v} z - \omega t, \\ a^p(\omega, r) &= \frac{p'_0 \sqrt{1 - \beta^2} \omega \mu(\omega)}{2c v} H_0^{(1)}(rs(\omega)), \\ a^m(\omega, r) &= - \frac{i m'_0 \sqrt{1 - \beta^2} \mu(\omega)}{2v} \frac{\partial}{\partial r} H_0^{(1)}(rs(\omega)), \end{aligned} \quad (6)$$

где

$$\begin{aligned} s(\omega) &= \frac{\omega}{c} \sqrt{n^2(\omega) - \left( \frac{\omega - \omega_0}{\omega \beta} \right)^2}, \\ n^2(\omega) &= \varepsilon(\omega) \mu(\omega), \end{aligned} \quad (7)$$

причем радикал в формуле для  $s(\omega)$  положителен при положительном подкоренном выражении, а если оно отрицательно, то  $s = i|s|$ . Такая фиксация ветви корня обусловлена тем, что на большом расстоянии от оси  $z$  фурье-компонента поля должна представлять собой либо

распространяющуюся волну, уходящую от оси  $z$ , либо неоднородную волну, экспоненциально убывающую с ростом  $r$ .

Получим теперь общие выражения для усредненной за период мощности источников, затрачиваемой на излучение. Для этого рассчитаем усредненный поток энергии  $\Sigma$  через бесконечную цилиндрическую поверхность, окружающую траекторию движения источника. Радиус поверхности  $R$  может быть любым (в том числе и бесконечным), поскольку поглощение в среде отсутствует. Данный способ сводится к вычислению интеграла

$$\Sigma = \frac{cR}{16\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dz \int_0^{2\pi} d\varphi (\mathbf{e}_r, [\mathbf{E}, \mathbf{H}^*] + [\mathbf{E}^*, \mathbf{H}]). \quad (8)$$

Отметим, что можно воспользоваться и другими способами [1,4], среди которых весьма распространенным является расчет работы, производимой полем над источником.

Техника расчета интегралов типа (8) была разработана при исследованиях излучения Вавилова-Черенкова (ИВЧ) [1–5,7,8]. Опуская промежуточные выкладки, приведем конечные формулы для мощности источников

$$\left\{ \begin{array}{l} \Sigma^p \\ \Sigma^m \end{array} \right\} = \int_{(\omega n\beta)^2 > (\omega - \omega_0)^2}^{\infty} \left\{ \begin{array}{l} d\Sigma^p/d\omega \\ d\Sigma^m/d\omega \end{array} \right\} d\omega, \quad (9)$$

где

$$\frac{d\Sigma^p}{d\omega} = \frac{p_0'^2(1-\beta^2)}{4c^2v} \mu |\omega|^3 \left[ 1 - \left( \frac{\omega - \omega_0}{\omega n\beta} \right)^2 \right], \quad (10)$$

$$\frac{d\Sigma^m}{d\omega} = \frac{m_0'^2(1-\beta^2)}{4c^2v} \varepsilon \mu^2 |\omega|^3 \left[ 1 - \left( \frac{\omega - \omega_0}{\omega n\beta} \right)^2 \right]. \quad (11)$$

Как видим, интегрирование проводится лишь по той части вещественной оси, где

$$(\omega n\beta)^2 > (\omega - \omega_0)^2, \quad (12)$$

и, следовательно, величина  $s(\omega)$  вещественна. Отметим, что в [13] получено соответствующее выражение для электрического диполя, причем интегрирование в нем проводится лишь по положительной части оси частот. Легко показать, что выписанное выражение для  $\Sigma^p$  эквивалентно приведенному в [13], для этого достаточно в интеграле по отрицательной полуоси заменить  $\omega$  на  $-\omega$  и учесть четность функций  $\varepsilon(\omega)$  и  $\mu(\omega)$  (последнее справедливо, поскольку поглощение в среде отсутствует).

Полученные результаты переходят в формулы для ИВЧ неосциллирующих (т.е. статических в собственной системе отсчета) диполей [1–4], если положить  $\omega_0 = 0$  и заменить среднее значение дипольного момента  $p_0'/\sqrt{2}$  на статический момент  $p_{st}'$  (соответственно  $m_0'/\sqrt{2}$  на  $m_{st}'$ ). Подчеркнем, что, как и в случае

неосциллирующих диполей, формула (10) не переходит в (11) при заменах  $p_0' \rightarrow m_0'$ ,  $\varepsilon \leftrightarrow \mu$  (в (11) имеется „лишний“ множитель  $\mu^2$ ). Как известно из теории ИВЧ неосциллирующих диполей [1], данная асимметрия обусловлена асимметрией источников: если электрический диполь представляет собой модель вибратора Герца, то магнитный диполь ассоциируется с малой рамкой с током. Симметричные выражения для полей и энергетических характеристик получились бы, если вместо рамки с током взять так называемый „истинный“ магнитный диполь, сконструированный с помощью гипотетических магнитных зарядов по аналогии с вибратором Герца.

## 2. Излучение осцилляторов в недиспергирующей среде

Применим полученные результаты к случаю недиспергирующей среды. При этом неравенство (12) имеет следующие решения: 1) если  $n\beta < 1$ , то  $\omega_1 < \omega < \omega_2$ ; 2) если  $n\beta > 1$ , то  $\omega < \omega_2$ ,  $\omega > \omega_1$ , где  $\omega_{1,2} = \omega_0' \sqrt{1 - \beta^2} (1 \pm n\beta)^{-1}$ . Очевидно, что корректное выражение для мощности излучения можно получить только в случае 1 („досветовой“ режим движения источника), поскольку в случае 2 спектр излучения становится неограниченным и интегралы (9) расходятся (напомним, что данный „парадокс“ имеет место и для движущихся неосциллирующих источников, которые не излучают электромагнитных волн при  $n\beta < 1$ , а при  $n\beta > 1$  мощность излучения становится бесконечной). По этой причине мы ограничимся рассмотрением случая „досветовой“ скорости движения диполей.

Для удобства дальнейшего анализа целесообразно ввести безразмерные частоты, нормированные на собственную частоту источника:

$$\Omega = \omega/\omega_0',$$

$$\Omega_{1,2} = \omega_{1,2}/\omega_0' = \sqrt{1 - \beta^2}/(1 \pm n\beta). \quad (13)$$

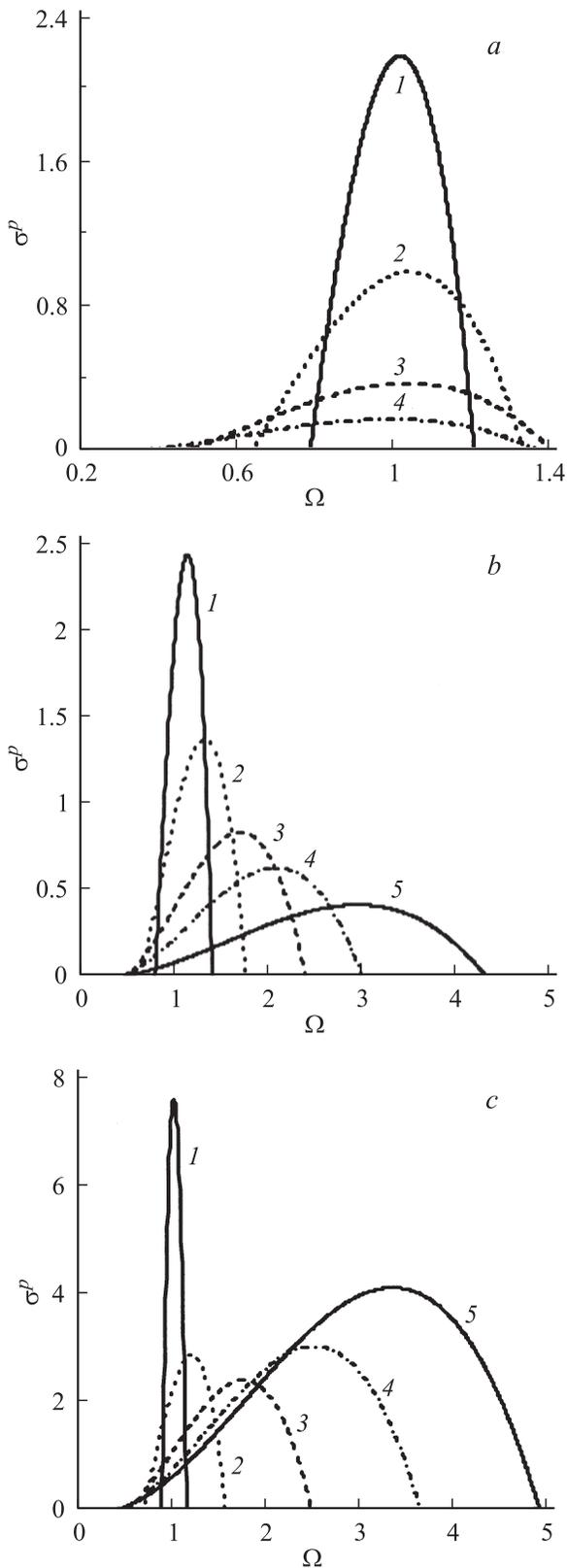
С учетом этих обозначений выражения (9)–(11) запишем в следующем виде:

$$\Sigma^p = \frac{p_0'^2 \omega_0'^4}{3c^3} \tilde{\Sigma}^p, \quad \Sigma^m = \frac{m_0'^2 \omega_0'^4}{3c^3} \tilde{\Sigma}^m;$$

$$\tilde{\Sigma}^p = \int_{\Omega_1}^{\Omega_2} \sigma^p(\Omega) d\Omega, \quad \tilde{\Sigma}^m = \int_{\Omega_1}^{\Omega_2} \sigma^m(\Omega) d\Omega; \quad (14)$$

$$\sigma^p(\Omega) = \frac{3(1-\beta^2)\mu}{4\beta} \Omega^3 \left[ 1 - \left( \frac{\Omega - \sqrt{1-\beta^2}}{\Omega n\beta} \right)^2 \right],$$

$$\sigma^m(\Omega) = n^2 \sigma^p(\Omega). \quad (15)$$



**Рис. 1.** *a* — частотные распределения мощности излучения для случая недиспергирующей среды с  $n = 0.7$ :  $\beta = 0.3$  (1), 0.5 (2), 0.7 (3), 0.8 (4); *b* — в случае вакуума:  $\beta = 0.3$  (1), 0.5 (2), 0.7 (3), 0.8 (4), 0.9 (5); *c* — для случая недиспергирующей среды с  $n = 1.3$ :  $\beta = 0.1$  (1), 0.3 (2), 0.5 (3), 0.6 (4), 0.65 (5).

Безразмерные величины  $\tilde{\Sigma}^p$ ,  $\tilde{\Sigma}^m$  введены с таким расчетом, чтобы они обращались в 1 при  $\varepsilon = \mu = 1$ ,  $\beta = 0$  (впрочем, как будет видно из дальнейшего, эти величины равны 1 уже при условии  $\varepsilon = \mu = 1$  независимо от скорости движения источника).

Отметим основные особенности полученных выражений. Прежде всего подчеркнем, что зависимость мощности излучения от скорости движения диполя проявляется лишь при учете квадратичных по  $\beta$  величин, т.е. является релятивистским эффектом. Зависимость спектральной плотности мощности излучения  $\sigma^p$  от частоты  $\Omega$  иллюстрируется рис. 1, *a-c* (для  $\sigma^m$  соответствующие графики будут выглядеть так же, как и для  $\sigma^p$ , поскольку эти величины отличаются лишь постоянным множителем  $n^2$ ). Всюду принято, что  $\mu = 1$ : *a* относится к случаю  $n = 0.7$ , *b* — к случаю вакуума ( $n = 1$ ), *c* — к случаю  $n = 1.3$ . На рис. 1, *a-c* приведены кривые для нескольких значений скорости.

Как видим, ширина спектра излучения определяется формулой

$$\Omega_2 - \Omega_1 = 2n\beta\sqrt{1-\beta^2}(1-n^2\beta^2)^{-1}. \quad (16)$$

При  $n > 1$  она монотонно растет с ростом скорости от нуля при  $\beta = 0$  до бесконечности при  $\beta \rightarrow 1/n$ . Однако если  $n < 1$ , то данная закономерность нарушается: нетрудно показать, что ширина спектра максимальна при  $\beta = (2 - n^2)^{-1/2}$  и обращается в нуль при  $\beta \rightarrow 0$  и  $\beta \rightarrow 1$ .

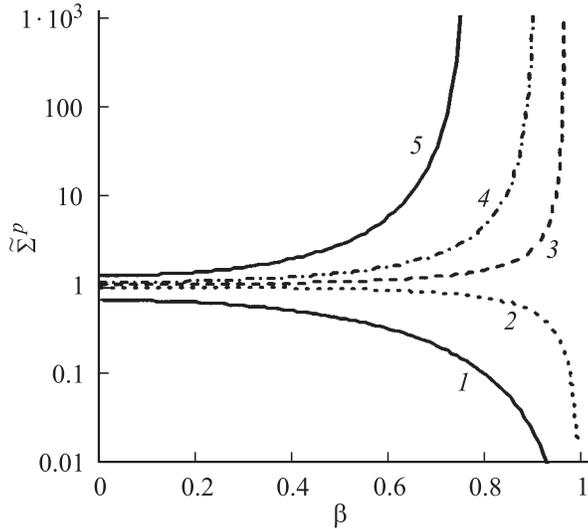
В случае  $n = 0.7$  с ростом скорости происходит уменьшение максимального значения спектральной плотности мощности для обоих рассматриваемых источников (рис. 1, *a*). Заметим, что при этом положение максимума мало зависит от скорости, если она не слишком близка к 1. В случае  $n = 1$  с ростом скорости также происходит спад максимального значения  $\sigma^p$ , причем его положение заметно смещается в сторону больших частот. В случае  $n > 1$  поведение  $\sigma^p$  оказывается более сложным (рис. 1, *c*). При малой скорости максимум частотного распределения мощности уменьшается с увеличением  $\beta$ , но, начиная с некоторого значения скорости, спад сменяется ростом и при  $\beta \rightarrow 1/n$  значение максимума стремится к бесконечности.

Полные мощности излучения рассматриваемых источников легко найти, вычисляя интегралы (14)

$$\tilde{\Sigma}^p = \mu n \left( \frac{1 - \beta^2}{1 - n^2\beta^2} \right)^3, \quad \tilde{\Sigma}^m = n^2 \tilde{\Sigma}^p. \quad (17)$$

Отметим, что для электрического диполя в немагнитной среде соответствующий результат был впервые получен в [11].

Зависимость мощности излучения от скорости движения источника показана на рис. 2. Как и ранее, принято, что  $\mu = 1$ , а значения  $n = \sqrt{\varepsilon}$  даны в подписи к рисунку. В случае  $n < 1$  мощность излучения является монотонно убывающей функцией скорости, а при  $n > 1$  — монотонно возрастающей, причем при  $\beta \rightarrow 1/n$



**Рис. 2.** Зависимость мощности электрического диполя от скорости при  $\mu = 1$ :  $n = 0.7$  (1), 0.97 (2), 1.03 (3), 1.1 (4), 1.3 (5).

она обращается в бесконечность. Подчеркнем, что в вакууме мощности излучения обоих источников не зависят от скорости их движения  $\tilde{\Sigma}^p = \tilde{\Sigma}^m = 1$  (несмотря на то, что, как было показано выше, спектр излучения даже в вакууме существенно меняется с изменением скорости).

### 3. Излучение осцилляторов в холодной плазме

Перейдем к анализу излучения продольных движущихся осциллирующих диполей в холодной плазме, характеризуемой диэлектрической проницаемостью  $\epsilon = 1 - \omega_p^2/\omega^2$  и магнитной проницаемостью  $\mu = 1$ . В такой ситуации решение неравенства (12), определяющего область частот излучаемых волн, имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \omega_1 < \omega < \omega_2, \\ \omega_{1,2} &= \frac{\omega_0 \mp \beta \sqrt{\omega_0^2 - \omega_p^2(1 - \beta^2)}}{1 - \beta^2} \\ &= \frac{\omega'_0 \mp \beta \sqrt{\omega_0'^2 - \omega_p^2}}{\sqrt{1 - \beta^2}}. \end{aligned} \quad (18)$$

Излучение имеется только в том случае, когда величины  $\omega_{1,2}$  вещественны, т.е. собственная частота источника  $\omega'_0$  превышает плазменную частоту  $\omega_p$  (подчеркнем, что частота источника в лабораторной системе отсчета, равная  $\omega_0 = \omega'_0 \sqrt{1 - \beta^2}$ , может быть и меньше плазменной). Нетрудно видеть, что ширина спектра излучения растет с увеличением скорости движения источника и падает с увеличением плазменной частоты.

Как и раньше, введем безразмерные частоты, нормированные на собственную частоту источника,

$$\Omega = \omega/\omega'_0, \quad \Omega_p = \omega_p/\omega'_0,$$

$$\Omega_{1,2} = \omega_{1,2}/\omega'_0 = \left(1 \mp \beta \sqrt{1 - \Omega_p^2}\right) / \sqrt{1 - \beta^2}. \quad (19)$$

С учетом этих обозначений интегралы для полных мощностей можно представить в виде (14), причем спектральные распределения мощности записываются следующим образом:

$$\sigma^p(\Omega) = \frac{3}{4} \frac{(1 - \beta^2)^2}{\beta^3} \frac{\Omega^3(\Omega - \Omega_1)(\Omega_2 - \Omega)}{\Omega^2 - \Omega_p^2},$$

$$\sigma^m(\Omega) = \frac{3}{4} \frac{(1 - \beta^2)^2}{\beta^3} \Omega(\Omega - \Omega_1)(\Omega_2 - \Omega). \quad (20)$$

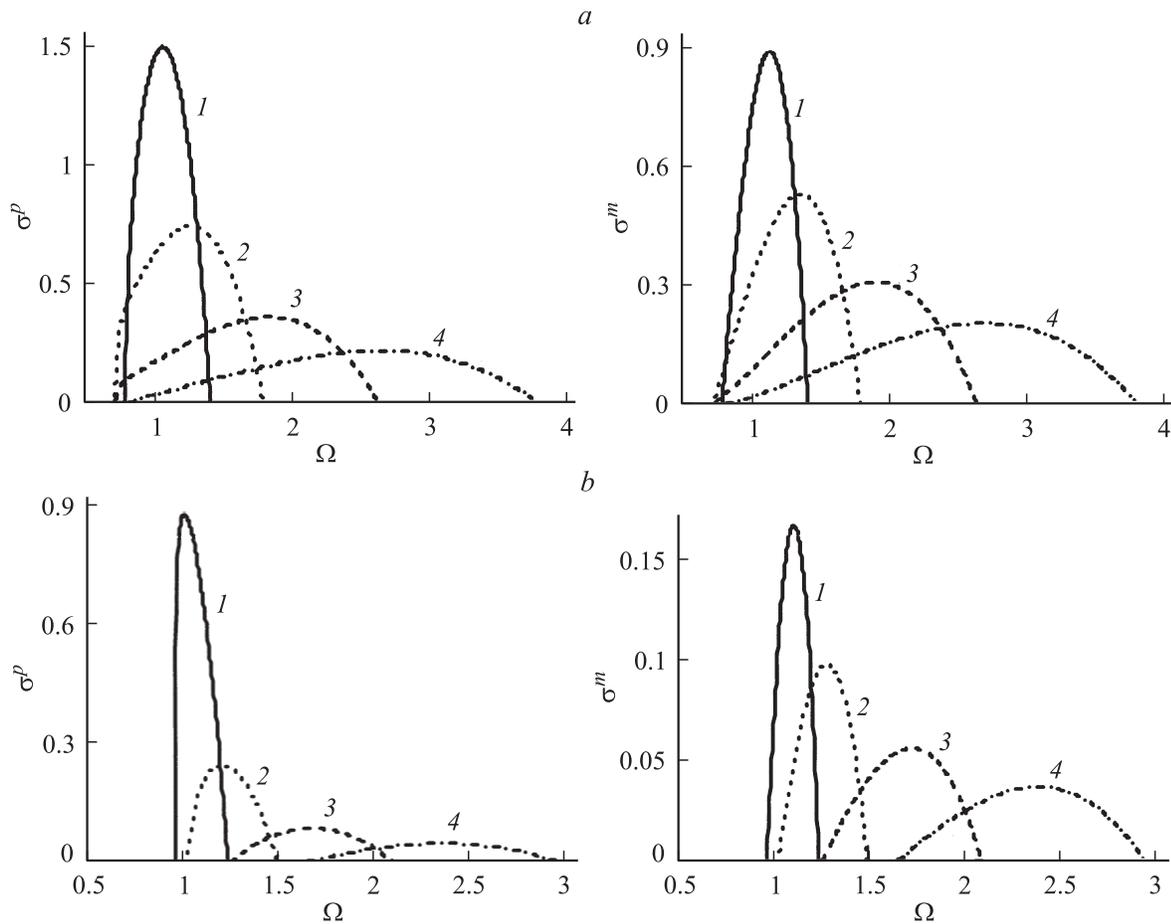
Таким образом, спектральное распределение мощности для электрического диполя представляет собой отношение полиномов пятого и второго порядков, а для магнитного диполя оно является полиномом третьего порядка. На рис. 3, *a*, *b* показаны зависимости нормированных спектральных плотностей от частоты для различных значений  $\beta$  и  $\Omega_p$ : *a* относится к случаю  $\Omega_p = 0.7$ , *b* — к случаю  $\Omega_p = 0.95$ . Кривые с одинаковыми номерами относятся к одному и тому же значению скорости, указанному в подписи к рис. 3, *a*. Сравнивая рис. 3, *a* с рис. 1, *b*, видим, что при не слишком больших значениях плазменной частоты характер спектральных распределений сходен с тем, который имеет место в вакууме. Существенное отличие заключается в том, что величины  $\sigma^p$ ,  $\sigma^m$  оказываются несколько меньшими, чем в вакууме. Если же  $\Omega_p \approx 1$  (рис. 3, *b*), то частотные распределения мощности приобретают интересную особенность: при достаточно большой скорости спектр излучения любого источника полностью располагается в области  $\Omega > 1$ , т.е. наблюдатель регистрирует лишь частоты, превышающие собственную частоту осциллятора.

Перейдем к рассмотрению полных мощностей излучения осцилляторов, движущихся в плазме. Вычисляя аналитически интегралы (14) с подынтегральными выражениями (20), получаем

$$\begin{aligned} \tilde{\Sigma}^p &= \frac{3}{4\beta^3} \left\{ 2\beta \sqrt{1 - \Omega_p^2} \left[ \Omega_p^2 + \frac{\beta^2}{3}(2 - 5\Omega_p^2) \right] \right. \\ &\quad - \frac{\Omega_p^2}{2} (1 - \beta^2) \left[ \left( \Omega_p + \sqrt{1 - \beta^2} \right)^2 \ln \frac{\Omega_2 + \Omega_p}{\Omega_1 + \Omega_p} \right. \\ &\quad \left. \left. + \left( \Omega_p - \sqrt{1 - \beta^2} \right)^2 \ln \frac{\Omega_2 - \Omega_p}{\Omega_1 - \Omega_p} \right] \right\}, \end{aligned} \quad (21)$$

$$\tilde{\Sigma}^m = (1 - \Omega_p^2)^{3/2}. \quad (22)$$

Весьма любопытным здесь представляется тот факт, что полная мощность излучения магнитного осцилля-



**Рис. 3.** *a* — частотные распределения мощностей излучения для случая плазмы при  $\Omega_p = 0.7$ :  $\beta = 0.4$  (1), 0.6 (2), 0.8 (3),  $\beta = 0.9$  (4); *b* — то же при  $\Omega_p = 0.95$ .

тора не зависит от скорости его движения, несмотря на существенную зависимость спектрального состава излучения. В то же время можно показать, что мощность излучения электрического осциллятора является монотонно убывающей функцией как от скорости его движения, так и от плазменной частоты. При малых скоростях она с точностью до величины порядка  $\beta^2$  совпадает с мощностью излучения неподвижного источника

$$\tilde{\Sigma}^p \approx (1 - \Omega_p^2)^{1/2}. \quad (23)$$

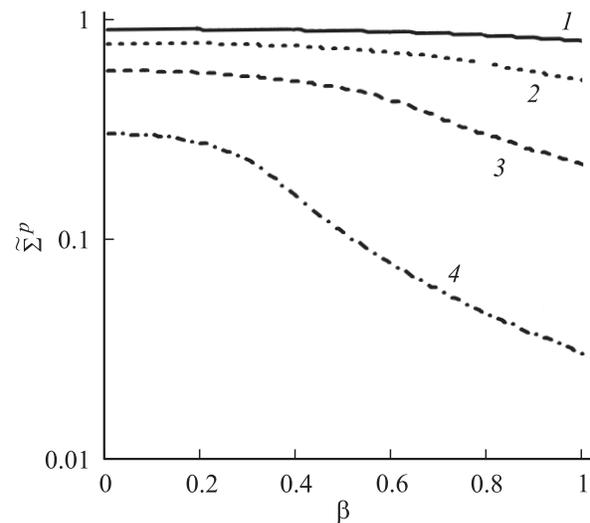
В ультрарелятивистском режиме, когда  $1 - \beta^2 \ll 1$ , можно получить

$$\tilde{\Sigma}^p \approx (1 - \Omega_p^2)^{3/2}. \quad (24)$$

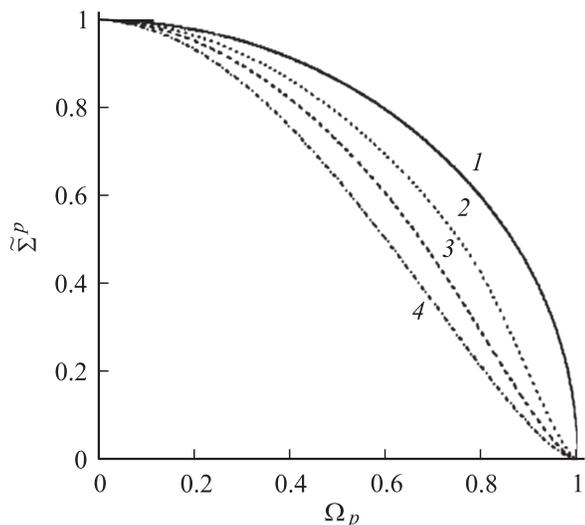
С ростом скорости  $\beta$  от 0 до 1 величина  $\tilde{\Sigma}^p$  монотонно убывает от значения (23) до значения (24), в то время как величина  $\tilde{\Sigma}^m$  остается постоянной. Таким образом, при равных дипольных моментах и собственных частотах электрический диполь оказывается более эффективным излучателем, чем магнитный (равенство  $\tilde{\Sigma}^m = \tilde{\Sigma}^p$  достигается лишь в пределе  $\beta \rightarrow 1$ ).

На рис. 4 показаны зависимости мощности излучения электрического диполя от скорости его движения при

нескольких значениях плазменной частоты, а на рис. 5 — зависимости мощностей излучения обоих источников от плазменной частоты при разных значениях скорости.



**Рис. 4.** Зависимость мощности электрического диполя от скорости:  $\Omega_p = 0.4$  (1), 0.6 (2), 0.8 (3), 0.95 (4).



**Рис. 5.** Зависимость мощности электрического диполя от плазменной частоты:  $\beta = 0$  (1), 0,6 (2), 0,8 (3),  $\beta \rightarrow 1$  (4). Кривая 4 относится также к магнитному диполю при любой скорости его движения.

Как видим, даже для электрического диполя зависимость его мощности от скорости невелика, если плазменная частота  $\omega_p$  не слишком близка к собственной частоте источника  $\omega'_0$ . Подчеркнем, что, несмотря на это, спектры излучения обоих источников претерпевают весьма существенную перестройку при изменении скорости, что и было отмечено выше.

## Заключение

В настоящей работе рассматривалось излучение движущихся осциллирующих диполей электрического и магнитного типов в некоторых средах. При этом предполагалось, что соответствующие дипольные моменты ориентированы вдоль скорости движения источников. Основные результаты работы заключаются в следующем.

1. Проведен анализ энергетических характеристик полей излучения диполей, движущихся в среде без дисперсии со скоростью, меньшей скорости света в ней. Показано, в частности, что в случае  $n > 1$  увеличение скорости движения источника приводит к следующим эффектам: ширина спектра излучения монотонно и неограниченно нарастает; максимум в спектре излучения сначала уменьшается, достигая минимального значения, а затем нарастает; мощность излучения монотонно увеличивается. В случае  $n < 1$  характер соответствующих закономерностей меняется: ширина спектра излучения достигает максимума при некотором значении скорости, а при  $\beta \rightarrow 1$  она обращается в нуль; максимум в спектре излучения и полная мощность излучения являются монотонно убывающими функциями  $\beta$ . Все отмеченные закономерности справедливы как для электрического, так и для магнитного диполей.

2. Проведен анализ энергетических характеристик полей излучения диполей, движущихся в холодной плазме. Отмечено, в частности, что излучение имеет место только в том случае, когда собственная частота осциллятора  $\omega'_0$  превышает плазменную частоту (но частота осциллятора в лабораторной системе отсчета  $\omega_0$  может быть и меньше плазменной). Спектры излучения сходны с имеющими место в случае вакуума, если плазменная частота не слишком близка к собственной частоте осциллятора. Если же данные частоты мало отличаются друг от друга, то при достаточно большой скорости спектр излучения полностью лежит в области выше  $\omega'_0$ . Мощность излучения электрического диполя является монотонно убывающей функцией скорости, а мощность излучения магнитного диполя от нее не зависит (несмотря на то, то спектр излучения существенно меняется при изменении скорости). При равных величинах дипольных моментов, собственных частот и скоростей движения электрический диполь в холодной плазме оказывается более эффективным излучателем, чем магнитный.

## Список литературы

- [1] Франк И.М. Излучение Вавилова–Черенкова. М.: Наука, 1988. 288 с.
- [2] Зрелов В.Л. Излучение Вавилова–Черенкова и его применение в физике высоких энергий. Ч. 1. М.: Атомиздат, 1968. 276 с.
- [3] Гинзбург В.Л. Теоретическая физика и астрофизика. Дополнительные главы. Изд. 3-е. М.: Наука, 1987. 488 с.
- [4] Болотовский Б.М. // УФН. 1957. Т. 62. № 3. С. 201–246.
- [5] Болотовский Б.М. // УФН. 1961. Т. 75. № 2. С. 295–350.
- [6] Гинзбург В.Л. // УФН. 2002. Т. 172. № 3. С. 373–376.
- [7] Afanasiev G.N., Kartavenko V.G. // J. Phys. D. 1998. Vol. 31. P. 2760–2776.
- [8] Afanasiev G.N., Kartavenko V.G., Magar E.N. // Physica B. 1999. Vol. 269. P. 95–113.
- [9] Carusotto I., Artoni M., La Rocca G.C., Bassani F. // Phys. Rev. Lett. 2001. Vol. 87. N 6. P. 064801-1–064801-4.
- [10] Stevens T.E., Wahlstrand J.K., Kuhl J., Merlin R. // Science. 2001. Vol. 291. P. 627–630.
- [11] Франк И.М. // Известия АН СССР. 1942. Т. 6. № 1–2. С. 3–31.
- [12] Гинзбург В.Л., Франк И.М. // ДАН СССР. 1947. Т. 56. № 6. С. 583–586.
- [13] Гинзбург В.Л., Франк И.М. // ДАН СССР. 1947. Т. 56. № 7. С. 699–702.
- [14] Гарибян Г.М., Костянян Ф.А. // Изв. вузов. Радиофизика. 1971. Т. 14. № 12. С. 1857–1863.
- [15] Смирнова А.А. Автореферат канд. дис. СПб., 2002. 14 с.
- [16] Daly P., Le K.S.H., Papas C.H. // IEEE Trans. on Antennas Propag. 1965. Vol. AP-13. N 4. P. 583–587.
- [17] Болотовский Б.М., Столярков С.Н. // Эйнштейновский сборник. 1978–1979. М.: Наука, 1983. С. 173–277.
- [18] Доильнищина Э.Г., Журавлев Ю.Б., Тюхтин А.В. // Вестник СПбГУ. 2001. Сер. 4. Вып. 4 (№ 28). С. 44–52.
- [19] Доильнищина Э.Г., Тюхтин А.В. // Изв. вузов. Радиофизика. 2003. Т. 46. № 1. С. 21–30.
- [20] Паули В. Теория относительности. М.: Наука, 1983. 336 с.
- [21] Угаров В.А. Специальная теория относительности. М.: Наука, 1977. 384 с.