

03;05

Резонансное поглощение сдвиговых неустойчивостей в потоковых системах с диссипацией энергии

© Р.А. Браже, М.И. Шустов

Ульяновский государственный технический университет,
432027 Ульяновск, Россия
e-mail: brazhe@ulstu.ru

(Поступило в Редакцию 23 декабря 2003 г.)

Показано, что возбуждаемые в двухслойных диссипативных системах за счет сдвиговых неустойчивостей гидродинамические и электрогидродинамические волны испытывают резонансное поглощение двух типов: на частоте вращения частиц среды и на частоте их столкновений с решеткой.

Введение

Как было показано еще Гельмгольцем и Кельвином, граница раздела двух разнородных жидкостей, движущихся с разными скоростями, неустойчива. Вблизи поверхности разрыва скоростей образуются вихри, которые распространяются в виде двух гидродинамических волн. Одна из них сонаправлена с вектором относительной скорости жидкостей, а другая противоположна ему в случае длинноволновых возмущений, но может разворачиваться потоком в противоположную сторону, если длина волны не превышает некоторого критического значения, при котором действительная часть частоты возмущений $\text{Re } \omega = 0$. В работе [1] показано, что при наличии вязкости область такой неустойчивости (конвективной неустойчивости или неустойчивости Кельвина–Гельмгольца) наблюдается во всем диапазоне волновых чисел k , причем гидродинамическая волна, развернутая потоком, является волной отрицательной энергии и усиливается за счет энергии потока.

С участием одного из авторов, Р.А. Браже, исследован электрогидродинамический аналог такой неустойчивости [2,3] в полупроводниковых $n-n^+$ - и $p-p^+$ -переходах продольным током дрейфа в одном из слоев. Дисперсионное уравнение, описывающее эволюцию рассматриваемых неустойчивостей, имеет универсальный вид [1–3]

$$a(\omega - Uk)^2 + \omega^2 - (1 - a)k\omega = -4iv_2\omega k^2. \quad (1)$$

Здесь $a = \rho/\rho_2$ — отношение плотностей верхней и нижней жидкостей в случае гидродинамической задачи или отношение концентраций свободных носителей заряда в высокоомном и низкоомном слоях перехода в случае электрогидродинамической задачи; U — скорость движения верхней жидкости относительно неподвижной нижней жидкости или скорость дрейфа носителей заряда в высокоомном слое; через ω обозначено соответственно ускорение силы тяжести или среднее значение ускорения носителей заряда в контактном электрическом поле перехода. Кинематическая вязкость обычной или электронной (дырочной) жидкости учитывается только в нижнем (или низкоомном) слое и обозначается здесь как v_2 .

Рассматриваемую задачу можно расширить на случай столкновительного режима движения соответствующих жидкостей. Представим себе ситуацию, когда в нижнем слое, в том числе на границе раздела, периодическим образом расположены небольшие шарики, играющие роль атомов или ионов кристаллической решетки полупроводника. С учетом этого обстоятельства в уравнении движения частиц нижней (или низкоомной) жидкости появляется член, прямо пропорциональный скорости частиц и обратно пропорциональный времени релаксации их импульса [4,5], а дисперсионное уравнение (1), как показано авторами, принимает вид

$$a(\omega - Uk)^2 + \omega^2 - (1 - a)k\omega = -4iv_2\omega k^2 - 2v_2 \frac{k^2}{\tau_2} - i \frac{\omega}{\tau_2}. \quad (2)$$

Ниже исследуются полученные из этого уравнения дисперсионные характеристики и прежде всего возможности резонансного поглощения и усиления волн положительной и отрицательной энергии, на что ранее не обращалось внимание.

Резонансы на дисперсионных характеристиках

Решение дисперсионного уравнения (2) имеет вид

$$\omega_{1,2} = \omega^* \frac{k}{k^*} \left(1 - iv_{2r} \frac{k}{k^*} - i \frac{1}{\tau_{2r}} \frac{k^*}{k} \pm \sqrt{D} \right),$$

$$D = \frac{1}{a} \left(\frac{k^*}{k} - 1 \right) - v_{2r}^2 \left(\frac{k}{k^*} \right)^2 - 2iv_{2r} \frac{k}{k^*} - \frac{1}{\tau_{2r}^2} \left(\frac{k^*}{k} \right)^2 - 2i \frac{1}{\tau_{2r}} \frac{k^*}{k} + 2av_{2r} \frac{1}{\tau_{2r}}. \quad (3)$$

Здесь, как и в [3], введены следующие обозначения:

$$k^* = \frac{1 - a^2}{aU^2} \omega, \quad \omega^* = \frac{aU}{1 + a} k^*$$

и безразмерные вязкость и время релаксации

$$v_{2r} = \frac{2v_2}{aU} k^*, \quad \tau_{2r} = 2\tau_2 a U k^*.$$

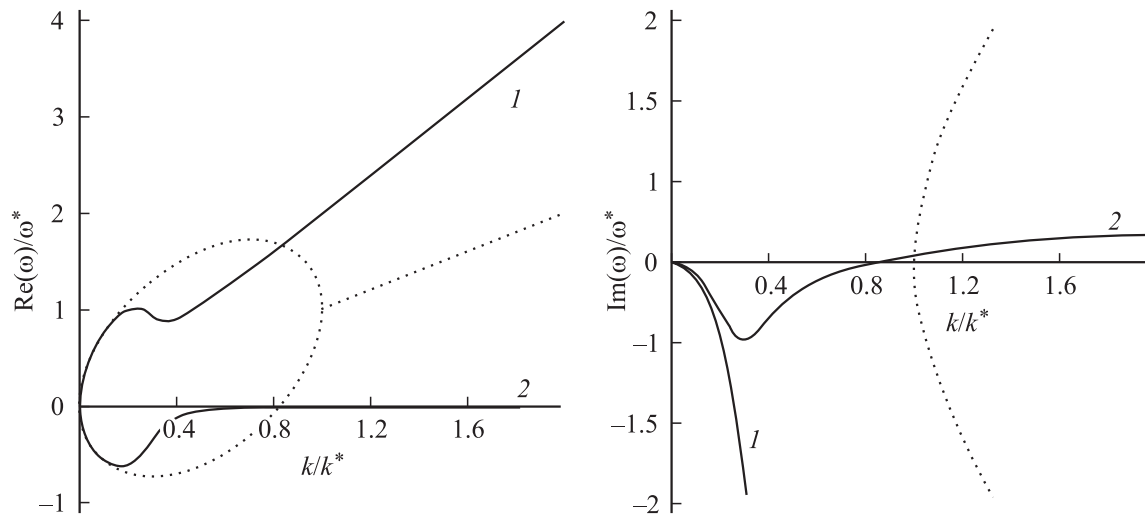


Рис. 1. Дисперсионные характеристики для волн положительной (1) и отрицательной (2) энергии в потоковой системе при наличии вязкости и отсутствии столкновений с решеткой ($a = 0.2$; $v_{2r} = 10$; $\tau_{2r} \rightarrow \infty$). Пунктир соответствует случаю $v_{2r} = 0$.

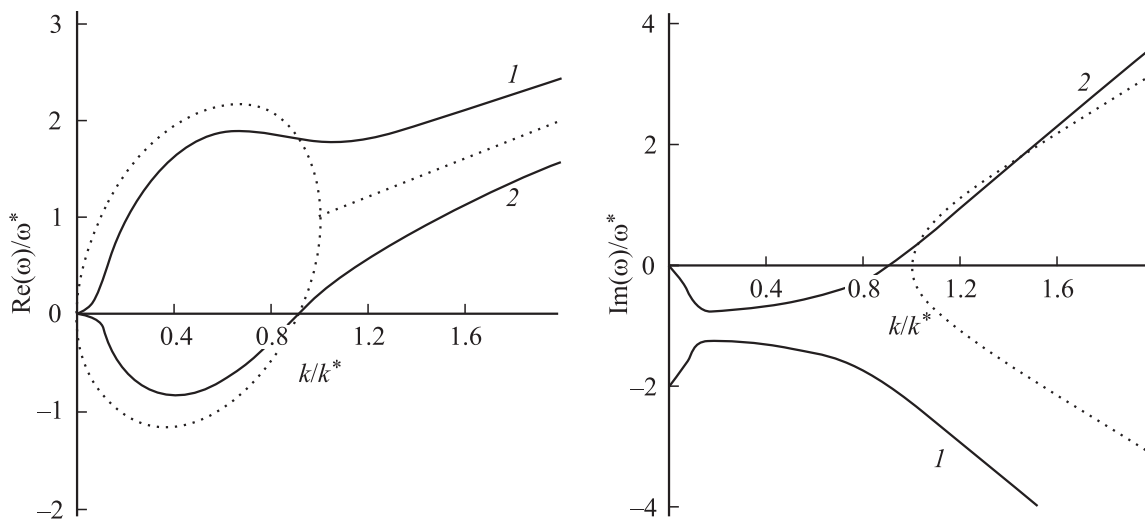


Рис. 2. Дисперсионные характеристики для волн положительной (1) и отрицательной (2) энергии в столкновительном режиме. $a = 0.1$, $v_{2r} = 0$, $\tau_{2r} = 1.0$.

Определяемые выражением (3) дисперсионные характеристики представлены на рис. 1, 2. Ветви 1 соответствуют гидродинамическим (электродинамическим) волнам, сонаправленным с потоком, а ветви 2 — волнам, противоположенным по отношению к потоку при $\text{Re}(\omega) < 0$ и разворачиваемых потоком при $\text{Re}(\omega) > 0$. Положительные значения мнимой части частоты ($\text{Im}(\omega) > 0$) соответствуют усилению волн отрицательной энергии, которые ослабевают с ростом диссипации [3], а ее отрицательные значения означают поглощение волн положительной энергии, тем больше, чем выше диссипация.

Однако на длинноволновых участках дисперсионных характеристик видны участки, соответствующие резкому поглощению волн, противоположенных потоку (рис. 1) и ослаблению поглощения (что эквивалентно усилению)

волн, сонаправленных с потоком (рис. 2). Как считают авторы, эти участки свидетельствуют о наличии резонансов двух типов рассматриваемых волн: на частоте вращения гидродинамических частиц и на частоте их столкновений с решеткой.

Рассмотрим вначале первый резонанс, приняв модельные предположения о гидродинамических частицах как о шариках радиуса r , соприкасающихся друг с другом. В анализируемых здесь волновых процессах траектории движения этих частиц описывают окружности радиуса $R = \eta_0/2$, где η_0 — амплитуда волны. Вращение по окружности происходит со скоростью $v = R\omega$, где ω — частота волны. В случае синхронизма с фазовой скоростью волны v_{ph} наступает ее резонансное поглощение.

Вращательный момент M , который нужно приложить к шарикам, чтобы они могли вращаться в вязкой среде по

окружности радиуса $R \gg r$, равен [6]

$$M = 8\pi\eta r^3 \omega, \quad (4)$$

расходуемая на это мощность

$$P = M\omega. \quad (5)$$

Эту мощность можно приравнять затратам кинетической энергии шарика за время релаксации энергии τ_E

$$\frac{mv^2}{2\tau_E} = \frac{mR^2\omega^2}{2\tau_E} = P. \quad (6)$$

Из (4)–(6) получаем

$$\tau_E = \frac{mR^2}{16\pi\eta r^3},$$

откуда для „вращательного резонанса“ резонансная частота

$$\omega_{0rot} = \frac{1}{\tau_E} = \frac{16\pi\eta r^3 k^2}{m}, \quad (7)$$

где $k = \omega/v_{ph}$ — волновое число.

Масса шарика

$$m = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_s,$$

где плотность шарика ρ_s равна 12-кратному значению плотности жидкости ρ , так как критический объем, при котором газ становится неотличим от жидкости, $V_c = 3b$, а постоянная Ван-дер-Ваальса b равна четырехкратному объему всех молекул в газе [7]. Тогда

$$\omega_{0rot} = \frac{\eta k_0}{\rho} = v_2 k_0^2, \quad (8)$$

а в безразмерных переменных

$$\frac{\omega_{0rot}}{\omega^*} = v_{2r} \frac{1+a}{2} \left(\frac{k_0}{k^*}\right)^2. \quad (9)$$

Второй (столкновительный) резонанс из-за эффекта Доплера сдвинут относительно чистоты столкновений $1/\tau_2$ и наблюдается на частоте

$$\omega_{0col} = \frac{1}{\tau_2} - Uk_0 \quad (10)$$

или в безразмерной форме

$$\frac{\omega_{0col}}{\omega^*} = \frac{1+a}{2} \left(\frac{2a}{\tau_{2r}} - \frac{k_0}{k_0^*}\right). \quad (11)$$

Отличительной особенностью дисперсионных характеристик в столкновительном режиме является наличие затухания сонаправленных с дрейфовым потоком волн в длинноволновом пределе ($k = 0$). Это объясняется тем, что волны такого типа „набегают“ на кристаллическую решетку вместе с потоком и отдают ей свою совокупную энергию при любой частоте. На резонансной частоте это затухание ослаблено.

Количественные соотношения и выводы

Вращательный резонанс для случая, приведенного на рис. 1, происходит при $k_0/k_0^* = 0.3$. Вычисленное по формуле (9) значение относительной резонансной частоты $\omega_{0rot}/\omega^* = 0.5$. Оно хорошо коррелирует со значением, получаемым из графика $\text{Re } \omega/\omega^*$.

Столкновительный резонанс для случая, представленного на рис. 2, имеет место при $k_0/k_0^* = 0.15$. Ожидаемая относительная резонансная частота по формуле (11) равна $\omega_{0col}/\omega^* = 0.6$, что также довольно близко к значению, получаемому из графика.

Таким образом, возбуждаемые в двухслойных диссипативных системах за счет сдвиговых неустойчивостей гидродинамические и электрогидродинамические волны испытывают резонансное поглощение двух типов: на частоте вращения частиц среды и на частоте столкновений с решеткой.

Список литературы

- [1] Островский Л.А., Рыбак С.А., Цыринг Л.Ш. // УФН, 1986. Т. 150. № 3. С. 417–437.
- [2] Браже Р.А., Новикова Т.А. // ЖТФ. 1999. Т. 69. Вып. 8. С. 1–4.
- [3] Браже Р.А., Мефтахутдинов Р.М., Новикова Т.А. // Изв. вузов. Радиофизика. 1999. Т. 42. № 11. С. 1105–1110.
- [4] Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. // Физическая кинетика. М.: Наука, 1979. 528 с.
- [5] Anile A.M., Romano V., Russo G. // Applied Mathematics. 1999. April (12).
- [6] Фабелинский И. // УФН. 1997. Т. 167. № 7. С. 721–733.
- [7] Сивухин Д.В. // Общий курс физики. Т. II. М.: Наука, 1975. 352 с.