

К теории электронных состояний эпитаксиального графена, сформированного на поверхности металлической подложки

© З.З. Алисултанов¹, С.В. Гарнов¹, Р.П. Мейланов²

¹ Институт общей физики им. А.М. Прохорова РАН, Москва, Россия

² Институт проблем геотермии ДагНЦ РАН, Махачкала, Россия

E-mail: zaur0102@gmail.com

(Поступила в Редакцию 3 апреля 2012 г.)

Рассмотрена задача об электронных состояниях эпитаксиального графена, сформированного на поверхности металлической подложки. Исследованы электронные состояния эпитаксиального графена с учетом косвенного взаимодействия его атомов через электронный газ подложки.

1. Исследование графена, обладающего уникальными свойствами [1–3], в последнее время все больше привлекает внимание исследователей в различных областях. Такой интерес обусловлен двумя обстоятельствами. Во-первых, графен благодаря своим уникальным свойствам может стать перспективным материалом в нанoeлектронике [3]. Во-вторых, он представляет собой идеальную систему для развития и проверки теоретических моделей, поскольку графен дает возможность изучать систему безмассовых фермионов, не имеющих аналогов среди элементарных частиц. Действительно, как было выяснено еще в работе [1], в K -точках зоны Бриллюэна спектр имеет вид $\varepsilon(p) = \pm v_F |p|$, где v_F — скорость Ферми, которая для электронов графена оказывается равной 10^8 см/с. Такой спектр, как было показано в работе [4], оказывается устойчивым относительно кулоновского взаимодействия. Подобный вопрос для трехмерного случая рассматривался в работе [5].

Одним из основных направлений является изучение эпитаксиального графена, сформированного на поверхности металлов или полупроводников. Впервые после экспериментального получения графена и открытия его уникальных свойств [2] вопрос об эпитаксиальном графене был затронут в работе [6]. Исследование эпитаксиального графена представляет большой интерес как с точки зрения создания на его основе приборных структур, так и с фундаментальных позиций [6–16]. В этом ряду следует отметить работы Давыдова [13–15], в которых были исследованы электронные состояния эпитаксиального графена, сформированного на поверхности металла и полупроводника. В указанных работах была предложена модель эпитаксиального графена, которая заключается в том, что лист графена, находящегося на поверхности подложки, можно представить как адсорбированные на этой поверхности атомы углерода, выстроенные в структуре графена. Такое представление позволяет исследовать электронные состояния этой системы в рамках простых моделей Андерсона–Ньюнса [17,18] и Халдейна–Андерсона [19], получая аналитические выра-

жения. Заметим, что большинство теоретических расчетов в этом направлении проводится численными методами в рамках формализма функционала плотности. Метод модельных гамильтонианов типа Андерсона–Ньюнса использовался в работе [16], где этот метод был применен для исследования эпитаксиального графена, сформированного на поверхности размерно-квантованной пленки. При этом в [13–16] было показано, что представление эпитаксиального графена в виде упорядоченных адсорбированных атомов углерода и использование основных идей адсорбции приводят к неплохим результатам. Следует, однако, отметить, что в этих работах исследования проводились без учета дополнительного взаимодействия между атомами эпитаксиального графена, которое индуцируется, когда графен формируется на поверхности подложки. В то же время известно, что во всех поверхностных явлениях взаимодействие между адсорбированными атомами через подложку играет важную роль, так как оно оказывает существенное влияние практически на все свойства адсорбированного слоя (в данном случае графена): его структуру, спектры колебаний атомов слоя, электронные свойства и т.д. [20,21]. Кроме того, это взаимодействие также влияет на свойства самой подложки. Косвенное взаимодействие адатомов, подробно исследованное еще в работе [22], существенно влияет на электронные состояния адсорбата: в плотности состояний адсорбционной системы появляется щель. В недавней работе [23] было продемонстрировано появление наводимой адсорбцией энергетической щели в плотности состояний графена.

В настоящей работе в рамках идей, использованных в работах [22,23], исследуются электронные свойства эпитаксиального графена, сформированного на поверхности металлического субстрата, с учетом косвенного взаимодействия атомов графена.

2. Рассмотрим эпитаксиальный графен, сформированный на поверхности металлической подложки. На рис. 1 приведена структура графена, кристаллическая решетка которого состоит из двух подрешеток: A и B .

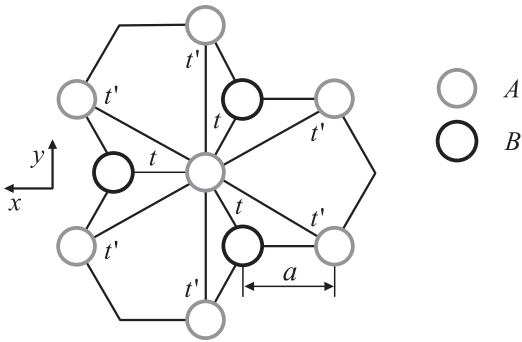


Рис. 1. Структура графена. Центральный атом расположен в начале координат. $t \approx 2.8 \text{ eV}$, $t' \approx 0.1t$.

Гамильтониан для системы эпитаксиальный графен–металлический субстрат в модели Андерсона–Ньюнса может быть записан в следующем виде:

$$\begin{aligned}
 H = & \sum_{k,\sigma} \epsilon_k c_{k\sigma}^+ c_{k\sigma} + t \sum_{i,j,\sigma} (a_{i\sigma}^+ b_{j\sigma} + \text{h.c.}) \\
 & + \frac{U}{2} \sum_{i,\sigma} d_{i\sigma}^+ d_{i\sigma} d_{i-\sigma}^+ d_{i-\sigma} \\
 & + \frac{V}{\sqrt{N}} \sum_{ki\sigma} (\exp(-ikr_i) c_{k\sigma}^+ d_{i\sigma} + \text{h.c.}). \quad (1)
 \end{aligned}$$

Здесь ϵ_k — энергия электронов подложки, t — матричный элемент перехода электрона на ближайший соседний атом, U — энергия внутриатомного кулоновского отталкивания, N — число атомов в слое графена, $c_{k\sigma}^+$ ($c_{k\sigma}$) — оператор рождения (уничтожения) электрона подложки, находящегося в состоянии $k\sigma$, $k = (\chi, k_z)$ — трехмерный квазиимпульс электронов подложки, $a_{i\sigma}^+$ ($a_{i\sigma}$) — оператор рождения (уничтожения) электрона i -го атома графена, относящегося к подрешетке A (рис. 1), $b_{j\sigma}^+$, $b_{j\sigma}$ — аналогичные операторы для подрешетки B , $d_{i\sigma}^+$ ($d_{i\sigma}$) — оператор рождения (уничтожения) электрона i -го атома графена, относящегося к произвольной подрешетке, V — матричный элемент взаимодействия атома углерода с подложкой, r_i — двумерный радиус-вектор i -го атома графена. Отметим, что гамильтониан (1) учитывает косвенное взаимодействие между атомами эпитаксиального графена. Следует также отметить, что учет вторых ближайших соседей ($t' \approx 0.1t$) в графене приводит к появлению щели в спектре, а также к отклонению от линейного характера, что меняет всю идеологию как настоящей работы, так и множества других. Пренебрегая внутриатомным кулоновским отталкиванием, а также замечая, что $kr_i = \chi r_i$, выражение (1) можно переписать в виде

$$\begin{aligned}
 H = & \sum_{k,\sigma} \epsilon_k c_{k\sigma}^+ c_{k\sigma} + t \sum_{i,j,\sigma} (a_{i\sigma}^+ b_{j\sigma} + \text{h.c.}) \\
 & + \frac{V}{\sqrt{N}} \sum_{k_z,\chi,i,\sigma} (\exp(-i\chi r_i) c_{k\sigma}^+ d_{i\sigma} + \text{h.c.}). \quad (2)
 \end{aligned}$$

Далее перейдем к следующим переменным:

$$a_{i\sigma}^+ = \sum_q a_{q\sigma} e^{-iqr_i}, \quad b_{j\sigma} = \sum_q b_{q\sigma} e^{iqr_j}, \quad d_{i\sigma} = \sum_q d_{q\sigma} e^{iqr_j}, \quad (3)$$

где q — двумерный импульс электронов графена. Тогда получим

$$\begin{aligned}
 H = & \sum_{k,\sigma} \epsilon_k c_{k\sigma}^+ c_{k\sigma} \\
 & + t \sum_{i,j,q,\sigma} (a_{q\sigma}^+ b_{q'\sigma} e^{-iqr_i} e^{iq'r_j} + b_{q'\sigma}^+ a_{q\sigma} e^{iq'r_i} e^{-iq'r_j}) \\
 & + \frac{V}{\sqrt{N}} \sum_{k_z,\chi,i,q',\sigma} (e^{-i\chi r_i} c_{k\sigma}^+ d_{q'\sigma} e^{iq'r_i} + e^{i\chi r_i} d_{q'\sigma}^+ c_{k\sigma} e^{-iq'r_i}). \quad (4)
 \end{aligned}$$

Учитывая, что $r_j = r_i + a_j$ (где a_j — координаты соседнего j -го атома относительно i -го атома), последнее выражение можно переписать в виде

$$\begin{aligned}
 H = & \sum_{k,\sigma} \epsilon_k c_{k\sigma}^+ c_{k\sigma} + t \sum_{j,q,\sigma} (a_{q\sigma}^+ b_{q\sigma} e^{iqa_j} \\
 & + b_{q\sigma}^+ a_{q\sigma} e^{-iqa_j}) + \frac{V}{\sqrt{N}} \sum_{k_z,\chi,\sigma} (c_{k\sigma}^+ d_{\chi\sigma} + d_{\chi\sigma}^+ c_{k\sigma}). \quad (5)
 \end{aligned}$$

Суммирование по переменной j дает следующее выражение:

$$\begin{aligned}
 H = & \sum_{k,\sigma} \epsilon_k c_{k\sigma}^+ c_{k\sigma} + \sum_{q,\sigma} (t_1 a_{q\sigma}^+ b_{q\sigma} + t_1^* b_{q\sigma}^+ a_{q\sigma}) \\
 & + \frac{V}{\sqrt{N}} \sum_{k_z,\chi,\sigma} (c_{k\sigma}^+ d_{\chi\sigma} + d_{\chi\sigma}^+ c_{k\sigma}), \quad (6)
 \end{aligned}$$

где $t_1 = t(e^{ik_x a} + e^{-ik_x \frac{a}{2}} e^{iky \frac{\sqrt{3}a}{2}} + e^{-ik_x \frac{a}{2}} e^{-iky \frac{\sqrt{3}a}{2}})$, t_1^* — комплексно-сопряженная величина t_1 . Далее введем следующие функции Грина:

$$\begin{aligned}
 D_{kk'}^\sigma(\omega) &= \langle\langle c_{k\sigma} | c_{k'\sigma}^+ \rangle\rangle_\omega, \\
 G_{qq'}^\sigma(\omega) &= \langle\langle a_{q\sigma} | b_{q'\sigma}^+ \rangle\rangle_\omega = \langle\langle b_{q\sigma} | a_{q'\sigma}^+ \rangle\rangle_\omega, \\
 \mathcal{N}_{\chi,k'}^\sigma(\omega) &= \langle\langle d_{\chi\sigma} | c_{k'\sigma}^+ \rangle\rangle_\omega, \\
 \mathcal{F}_{qk_z,q'}^\sigma(\omega) &= \langle\langle c_{q,k_z,\sigma} | d_{q'\sigma}^+ \rangle\rangle_\omega, \quad (7)
 \end{aligned}$$

где $D_{kk'}^\sigma(\omega)$ — функция Грина электронов подложки, $G_{qq'}^\sigma(\omega)$ — функция Грина, описывающая переход электронов графена между соседними атомами в графене, $\mathcal{N}_{\chi,k'}^\sigma$ и $\mathcal{F}_{qk_z,q'}^\sigma(\omega)$ описывают переходы электронов из графена в подложку и наоборот. Первая пара введенных функций Грина не вызывает никаких вопросов. Вторая пара требует разъяснения. Рассмотрим, например, функцию $\langle\langle c_{q,k_z,\sigma} | d_{q'\sigma}^+ \rangle\rangle_\omega$. Если расшифровать это выражение, то получим следующее. В графене рождается электрон в состоянии $q'\sigma$, а в подложке при этом уничтожается электрон в состоянии $q, k_z\sigma$. Если вспомнить, что

электроны подложки описываются квазиимпульсом k , двумерная составляющая которого есть χ , а не q , то становится понятной причина затронутой проблемы. В действительности же указанное выше является характерным свойством косвенного взаимодействия. Суть косвенного взаимодействия заключается в том, что адсорбция атома вызывает изменение плотности электронных состояний подложки, которое „чувствует“ второй адатом. Возбуждения, которые индуцируются в подложке при адсорбции на ней атома, имеют импульсы, относящиеся к пространству импульсов адсорбционной системы (так как возбуждения создаются именно адсорбционной системой). Следовательно, второй адатом „чувствует“, именно такие возбуждения. Аналогично можно интерпретировать и другие обменные функции Грина.

Получим уравнения для определения введенных функций Грина. Ограничимся сначала случаем изолированного графена. В этом случае $V = 0$. Чтобы получить уравнения для функций Грина, воспользуемся известным соотношением (см., например, [24])

$$\omega \langle\langle A|B \rangle\rangle_\omega = \langle[A, B]\rangle + \langle\langle \{AH - HA\}|B \rangle\rangle_\omega, \quad (8)$$

где A, B — произвольные операторы. Воспользовавшись этим соотношением и ограничиваясь одним спиновым состоянием, можно получить следующее уравнение для функции Грина $G_{qq'}^\sigma(\omega) = \langle\langle a_{q\sigma}|b_{q'\sigma}^+ \rangle\rangle_\omega$:

$$(\omega - t_1^*)G_{qq'}^\sigma(\omega) = \delta_{qq'} + t_1 \langle\langle b_{q\sigma}|b_{q'\sigma}^+ \rangle\rangle_\omega. \quad (9)$$

Полученное уравнение содержит функцию $\langle\langle b_{q\sigma}|b_{q'\sigma}^+ \rangle\rangle_\omega$. Она равна нулю, так как мы рассматриваем только переходы между ближайшими соседями. С учетом этого получаем

$$(\omega - t_1^*)G_{qq'}^\sigma(\omega) = \delta_{qq'}. \quad (10)$$

Следуя работе [1], заменим t_1^* на $\pm\sqrt{|t_1^*|^2}$. Тогда окончательно приходим к выражению

$$G_{qq}^\sigma(\omega) = (\omega \mp tf(q))^{-1}, \quad (11)$$

где

$$f(q) = \sqrt{3 + 2 \cos(\sqrt{3}k_x a) + 4 \cos(\sqrt{3}k_x d/2) \cos(3k_y d/2)},$$

знак плюс относится к верхней зоне $\pi^*(\omega > 0)$, а минус — к нижней зоне $\pi(\omega < 0)$. Спектр изолированного графена, согласно последнему выражению, имеет вид

$$E(q) = \pm tf(q). \quad (12)$$

Рассмотрим теперь свойства графена, сформированного на поверхности подложки. Воспользовавшись тем же соотношением (8), получим следующие уравнения для

функций Грина:

$$(\omega \mp tf(q))D_{qq'}^\sigma(\omega) = \delta_{qq'} + \frac{V}{\sqrt{N}} \sum_{k_z} \mathcal{J}_{qk_z, q'}^\sigma(\omega),$$

$$(\omega - \varepsilon_{q, k_z})\mathcal{J}_{qk_z, q'}^\sigma(\omega) = \frac{V}{\sqrt{N}} G_{qq}^\sigma, \quad (13a)$$

$$(\omega - \varepsilon_k)G_{kk'}^\sigma(\omega) = \delta_{kk'} + \frac{V}{\sqrt{N}} \mathcal{N}_{\chi, k'}^\sigma(\omega),$$

$$(\omega \mp tf(\chi))\mathcal{N}_{\chi, k'}^\sigma(\omega) = \frac{V}{\sqrt{N}} \sum_{k_z} G_{kk'}^\sigma. \quad (13b)$$

В настоящей работе нас будут интересовать только электронные состояния эпитаксиального графена. Подложка считается достаточно макроскопической, а следовательно, изменением ее электронных состояний можно пренебречь. В связи с этим в дальнейшем пользуемся только первой парой полученных уравнений, опуская вторую пару, которая позволяет полностью рассчитать также и электронные состояния подложки. Из пары уравнений (13a) получаем

$$\left(\omega \mp tf(q) - \frac{V^2}{N} g(\omega, q)\right)G_{qq}^\sigma(\omega) = 1, \quad (14)$$

где $g(\omega, q) = \sum_{k_z} (\omega - \varepsilon_{q, k_z})^{-1}$. С помощью (14) можно найти выражение для самосогласованной энергии электронных возбуждений в эпитаксиальном графене

$$E'(q) = \pm tf(q) + \frac{V^2}{N} g(\omega = \pm tf(q), q), \quad (15)$$

а вблизи точки Дирака соответственно

$$E'(k) \approx \pm \frac{3}{2} ta|k| + \frac{V^2}{N} g(\omega = \pm 3/2 ta|k|, k), \quad (16)$$

где $k = q - Q$, Q — волновой вектор точки Дирака. Найдём плотность состояний эпитаксиального графена из выражения для функции Грина

$$G_{qq}^\sigma(\omega) = \left(\omega \mp tf(q) - \frac{V^2}{N} g(\omega, q)\right)^{-1}. \quad (17)$$

Пользуясь уравнением Дайсона $G = G_0 + G_0VG$, перепишем выражение (17) в виде

$$G_{qq}^\sigma(\omega) = (\omega \mp tf(q))^{-1} + (\omega \mp tf(q))^{-1} \times \frac{V^2}{N} g(\omega, q) \left(\omega \mp tf(q) - \frac{V^2}{N} g(\omega, q)\right)^{-1}. \quad (18)$$

В этом выражении явно выделен член, соответствующий косвенному взаимодействию. Определим спектральную функцию как скачок функции Грина при переходе через действительную ось (см., например, [25])

$$A(q, \omega) = i(G(q, \omega + i\varepsilon) - G(q, \omega - i\varepsilon)). \quad (19)$$

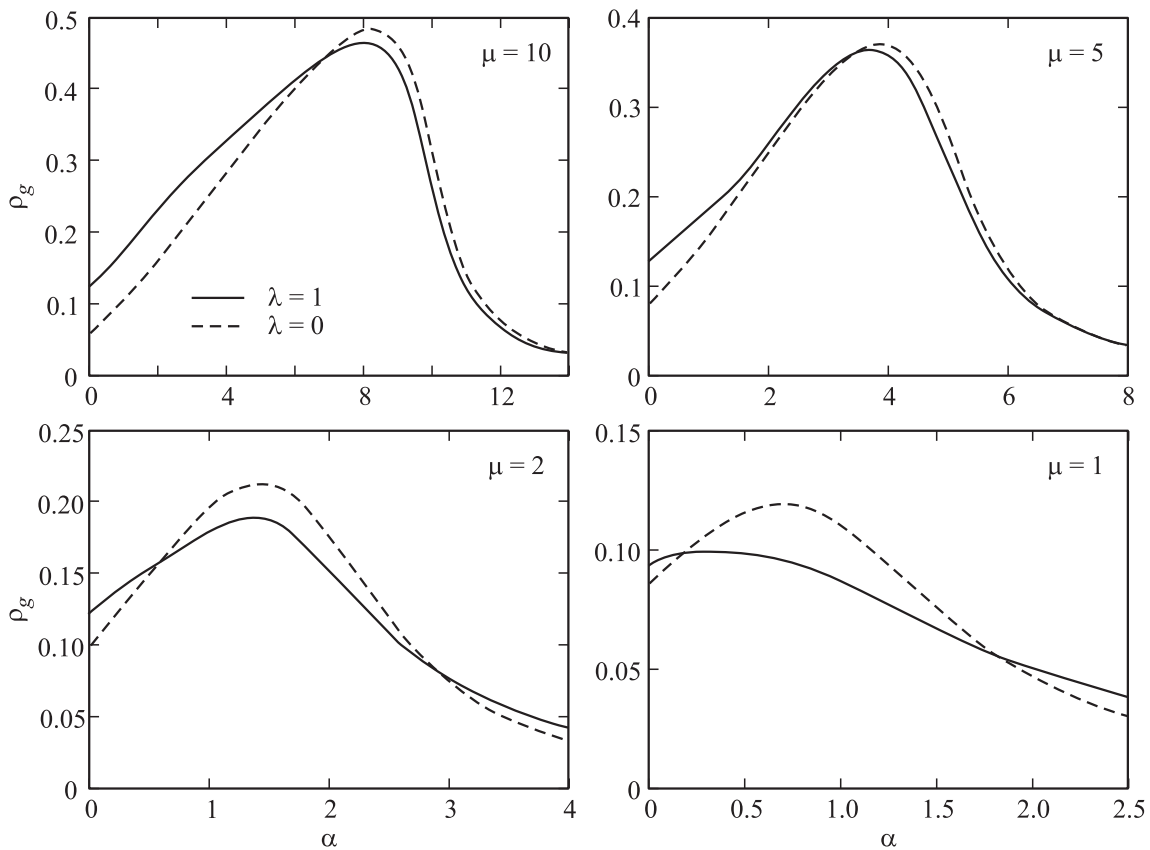


Рис. 2. Приведенная плотность состояний при различных вариантах взаимодействия графена с подложкой.

Подставляя (17) в (19), получим

$$A(q, \omega) = \frac{\pi \frac{V^2}{N} \sum_{k_z} \delta(\omega - \varepsilon_{q,k_z})}{\left(\omega \mp tf(q) - \lambda \frac{V^2 P}{N} \sum_{k_z} (\omega - \varepsilon_{q,k_z})^{-1} \right)^2 + \left(\pi \frac{V^2}{N} \sum_{k_z} \delta(\omega - \varepsilon_{q,k_z}) \right)^2},$$

где введен параметр λ , чтобы можно было различать вклад косвенного взаимодействия в спектр графена от „остального“ вклада. Случай $\lambda = 0$ соответствует пренебрежению изменением спектра за счет косвенного взаимодействия, а случай $\lambda = 1$ — учету последнего. Если положить $\lambda = 0$ и рассмотреть подложку с постоянной плотностью состояний, не зависящей от энергетической переменной, то получим следующее выражение для спектральной функции:

$$A(q, \omega) = \frac{\Gamma_c}{(\omega \mp tf(q))^2 + \Gamma_c^2}, \quad (20)$$

где $\Gamma_c = \pi V^2 \rho$, ρ — плотность состояний подложки. Выражение (20) использовалось в указанных во Введении работах по исследованию эпитаксиального графена. Это выражение учитывает лишь уширение квазиуровня

атома графена, когда последний адсорбируется на поверхности подложки.

Аппроксимируя подложку, аналогично работам [22,23] следующим образом:

$$\varepsilon_{q,k_z} = \varepsilon_q + \varepsilon_{k_z}, \quad \rho(\omega) = \begin{cases} \rho, & |\omega| < \Lambda, \\ 0, & |\omega| > \Lambda, \end{cases}$$

получим

$$A(q, \omega) = \frac{\Gamma_c}{\left(\omega \mp tf(q) - \lambda \Gamma_c \ln \frac{\omega - \varepsilon(q) + \Lambda}{\omega - \varepsilon(q) - \Lambda} \right)^2 + \Gamma_c^2}.$$

Будем рассматривать электроны в верхней зоне π^* вблизи точки Дирака, где справедлив линейный закон дисперсии графена. Кроме того, положим $\varepsilon(q) = q^2/2m_e$. На рис. 2 изображены зависимости приведенных плотностей состояний $\rho_g(\alpha) = \int_0^{q_B} A(q, \alpha) q dq$ от энергетической переменной $\alpha = \omega/\Gamma_c$ при учете и без учета косвенного взаимодействия. При построении кривых принято, что $\Lambda = 1$ eV, $\mu = \xi/\Gamma_c$, $\xi = 3taq_B/2 = 4$ eV, q_B — импульс обрезания (см. [14]). Штриховыми линиями представлены хорошо известные из работ [13–15], плотности состояний эпитаксиального графена без учета косвенного взаимодействия. Из рис. 2 видно, что учет косвенного взаимодействия (сплошные линии) приводит к отклонению

от линейного характера плотности состояний, типичного для изолированного графена. Кроме того, в спектре графена появляется дополнительная щель, связанная с косвенным взаимодействием. Это видно прежде всего из того, что разность $\rho_g(0, \lambda = 1) - \rho_g(0, \lambda = 0)$ отлична от нуля. Можно заключить, что для явлений, в которых указанные эффекты отклонения можно считать малыми, модель эпитаксиального графена (использованная в работах [13–16]) с линейным бесщелевым спектром вполне разумна для оценок электронных состояний этой системы. Для более тонких эффектов указанные выше отклонения могут сыграть существенную роль.

3. В заключение необходимо отметить, что влияние косвенного взаимодействия адатомов на электронные состояния адсорбционной системы наиболее существенно, когда постоянная решетки подложки того же порядка, что и постоянная образованной адатомами решетки (в данном случае графена). В то же время известно, что графен в настоящее время является самой плотноупакованной структурой. Поэтому найти подложку с такой же плотноупакованной решеткой практически невозможно (кроме, конечно, самого графена). Тем не менее в настоящей работе мы рассмотрели общий случай, предполагая, что косвенное взаимодействие имеет место в изучаемой системе.

Список литературы

- [1] P.R. Wallace. *Phys. Rev.* **71**, 622 (1947).
- [2] K.S. Novoselov, A.K. Geim, S.V. Morozov, D. Jiang, Y. Zhang, S.V. Dubonos, I.V. Grigorieva, A.A. Firsov. *Science* **306**, 666 (2004).
- [3] A.H. Castro Neto, F. Guinea, N.M.R. Peres, K.S. Novoselov, A.K. Geim. *Rev. Mod. Phys.* **81**, 109 (2008).
- [4] E.G. Mishchenko. *Phys. Rev. Lett.* **98**, 216 801 (2007).
- [5] А.А. Абрикосов, С.Д. Бенеславский. *ЖЭТФ* **59**, 1280 (1970).
- [6] C. Berger, Z. Song, T. Li, X. Li, A.Y. Ogbazghi, R. Feng, Z. Dai, A.N. Marchenkov, E.H. Conrad, P.N. First, W.A. Heer. *J. Phys. Chem. B* **108**, 19 912 (2004).
- [7] G. Giovannetti, P.A. Khomyakov, G. Brocks, V.M. Karpan, J. Van den Brink, P.J. Kelly. *Phys. Rev. Lett.* **101**, 026 803 (2008).
- [8] P.A. Khomyakov, G. Giovannetti, P.C. Rusu, J. Van den Brink, P.J. Kelly. *Phys. Rev. B* **79**, 195 425 (2009).
- [9] P.A. Khomyakov, A.A. Starikov, G. Brocks, P.J. Kelly. arXiv: 0911.2027.
- [10] M. Vanin, J.J. Martensen, A.K. Kelkkanen, J.M. Garcia-Lastra, K.S. Thygessen, K.W. Jacobsen. arXiv: 0912.3078.
- [11] C. Riedl, C. Coletti, U. Starke. *J. Phys. D* **43**, 374 009 (2010).
- [12] P.A. Obratsov, M.G. Rybin, A.V. Tyarnina, S.V. Garnov, E.D. Obratsova, A.N. Obratsov, Y.P. Svirko. *Nano Lett.* **11**, 1540 (2011).
- [13] С.Ю. Давыдов. *Письма в ЖТФ* **37**, 10, 64 (2011).
- [14] С.Ю. Давыдов. *ФТП* **45**, 629 (2011).
- [15] С.Ю. Давыдов. *ФТП* **45**, 1102 (2011).
- [16] З.З. Алисултанов, Р.П. Мейланов. *ФТТ* **54**, 1398 (2012).
- [17] P.W. Anderson. *Phys. Rev.* **124**, 41 (1961).
- [18] D.M. Newns. *Phys. Rev.* **178**, 1123 (1969).
- [19] F.D.M. Haldane, P.W. Anderson. *Phys. Rev. B.* **13**, 2553 (1976).
- [20] Л.А. Большов, А.П. Напартович, А.Г. Наумовец, А.Г. Федорус. *УФН* **122**, 125 (1977).
- [21] О.М. Браун, В.К. Медведев. *УФН* **157**, 631 (1989).
- [22] С.Ю. Давыдов. *ФММ* **47**, 481 (1979).
- [23] С.Ю. Давыдов. *ФТП* **46**, 204 (2012).
- [24] Д.Н. Зубарев. *УФН* **21**, 71 (1960).
- [25] Л. Каданов, Г. Бейм. *Квантовая статистическая механика*. Мир, М. (1964). 256 с.