

01;02;07

## Электронные переходы при взаимодействии тяжелого атома с ультракоротким импульсом электромагнитного поля

© В.И. Матвеев, И.Н. Пашев

Поморский государственный университет им. М.В. Ломоносова,  
163006 Архангельск, Россия  
e-mail: matveev.victor@pomorsu.ru

(Поступило в Редакцию 26 февраля 2004 г. В окончательной редакции 25 мая 2004 г.)

На основе решения уравнения Дирака рассмотрены электронные переходы при взаимодействии тяжелого релятивистского атома с пространственно неоднородным ультракоротким импульсом электромагнитного поля, получены вероятности возбуждения и ионизации. В качестве примера рассмотрены одноэлектронные неупругие процессы, сопровождающие взаимодействие ультракоротких импульсов с водородоподобными атомами. Развитая методика позволяет произвести точный учет пространственной неоднородности поля ультракороткого импульса.

### Введение

Во многих практически важных случаях возмущение не является достаточно малым для применения теории возмущений, однако часто (см., например, [1–9]) встречаются ситуации, когда время действия возмущения значительно меньше характерных атомных периодов времени, что позволяет решать задачу, не ограничивая величину возмущения, и выполнить расчеты аналитически. К подобным случаям можно отнести и эффекты взаимодействия атомов с ультракороткими импульсами электромагнитного поля, которые в настоящее время становятся объектом экспериментальных и теоретических исследований. Под ультракороткими импульсами в рамках данной статьи понимаются импульсы длительностью, меньшей характерных периодов времени для атома-мишени, который до взаимодействия может находиться как в основном состоянии, так и в возбужденном, в том числе в высоковозбужденном — ридберговском. Пути генерации подобных импульсов активно обсуждаются в литературе. Такие импульсы могут иметь различное происхождение [10–13], но могут быть и полями движущихся с релятивистской или ультрарелятивистской скоростью тяжелых ионов [14–17], причем в последнем случае для полей ионов с достаточно большими зарядами теория возмущений неприменима [18,19] даже при сколь угодно больших энергиях ионов. Следует отметить, что до настоящего времени, несмотря на экспериментальные тенденции создания более мощных лазеров и генерации ультракоротких импульсов лишь столкновительные эксперименты остаются по сути дела единственной реальной возможностью моделирования ультракоротких импульсов длительностью  $\tau \leq 10^{-17}$  s, сравнимой или меньшей характерного атомного времени  $\tau_a \sim 1/10^{-17}$  s. Например, в экспериментах [15] (см. также [16]) исследовалась двойная и однократная ионизация атома гелия ударом иона урана  $U^{92+}$  с энергией 1 GeV нуклон и моделировался сверхинтенсивный импульс ( $I > 10^{19}$  W/cm<sup>2</sup>), длительностью  $\sim 10^{-18}$  s.

Столкновительные эксперименты могут предоставить также следующую возможность для непосредственного наблюдения взаимодействия атомов с ультракоротким импульсом электромагнитного поля. Сравнительно недавно в эксперименте [20] наблюдалось многофононное рождение пар ультрарелятивистским электроном, движущимся с релятивистским фактором  $\gamma \sim 10^5$  сквозь сверхинтенсивное лазерное поле, когда в системе покоя электрона частота поля лазера и его напряженность возрастали порядка в  $\gamma$  раз. В недавних теоретических работах [21,22] проведено теоретическое рассмотрение процессов многофотонного рождения пар при столкновении голых ультрарелятивистских ядер с интенсивным лазерным лучом, отмечена также реальная возможность постановки соответствующего эксперимента на современных ускорителях. Таким образом, когда происходит столкновение (взаимодействие) движущегося с релятивистской энергией атома-мишени (или частично ободранного — структурного иона, на оболочках которого расположено некоторое количество электронов) с ультракоротким импульсом электромагнитного поля длительностью  $\tau$ , соответствующее время столкновения  $\tau_c$  в системе покоя атома (иона) уменьшается в  $\gamma$  раз, т.е.  $\tau_c \sim \tau/\gamma$ . Обсудим возможность наблюдения в подобных экспериментах неупругих процессов, изучаемых в данной работе, при достижимых в настоящее время на ускорителях тяжелых частиц значениях релятивистского фактора  $\gamma \sim 10^4$  [1] (соответствующих эффективно уменьшению длительности импульса на четыре порядка) и характерных (фемтосекундных)  $\tau \sim 10^{-15}$  s. Проведем оценки для релятивистских задач, когда характерная разность энергий  $\Delta E \sim mc^2$  ( $m$  — масса электрона,  $c$  — скорость света), соответствующая характерная частота  $\omega_a = mc^2/\hbar$  ( $\hbar$  — постоянная Планка), поэтому характерные времена покоящегося атома-мишени  $\tau_a = 2\pi/\omega_a \simeq 8.1 \cdot 10^{-21} \sim 10^{-20}$  s, тогда как  $\tau_c \sim \tau/\gamma \sim 10^{-19}$  s. Таким образом, для непосредственного наблюдения рассматриваемых в данной статье релятивистских эффектов необходимо уменьшение дли-

тельности импульса на порядок (либо соответствующее увеличение  $\gamma$ ), что находится в русле современных экспериментальных тенденций.

При теоретическом рассмотрении естественной основой для решения этой и подобных задач может служить приближение внезапных возмущений [2,9], тесно связанное [4] с приближением эйконала и, насколько нам известно, ранее применяемое лишь для решения нерелятивистских задач. Прежде всего это возбуждение, или ионизация атомов при ядерных реакциях [9], например, при  $\beta$ -распаде ядра, когда вылет быстрого  $\beta$ -электрона воспринимается атомными электронами как внезапное изменение заряда ядра, или при ударе нейтрона о ядро, когда происходит внезапная передача импульса ядру, и т.п. Приближение внезапных возмущений применяется при рассмотрении многоэлектронных переходов в сложных атомах, когда переходы, происходящие во внутренних оболочках, воспринимаются сравнительно медленными электронами внешних оболочек как мгновенные (см., например, [3,6]). Как результат действия внезапного возмущения рассматриваются неупругие процессы при столкновении быстрых многозарядных ионов с атомами [4–6] и при столкновениях заряженных частиц с высоковозбужденными атомами [7]. В работах [23,24] на основе обобщения приближения внезапных возмущений была развита нерелятивистская теория, описывающая электронные переходы и излучение атома при его взаимодействии с пространственно неоднородным ультракоротким импульсом электромагнитного поля, получены вероятности возбуждения и ионизации, а также спектры и сечения переизлучения атомом такого импульса.

В настоящей работе приближение внезапных возмущений применено для решения релятивистских задач и на основе решения уравнения Дирака рассмотрены электронные переходы при взаимодействии тяжелого релятивистского атома с пространственно неоднородным (на размерах атома-мишени) ультракоротким импульсом электромагнитного поля, получены вероятности возбуждения и ионизации.

## Общая часть

По терминологии [2], возмущение, соответствующее полю ультракороткого импульса, имеет характер встряски типа рассеяния. Для иллюстрации приближения внезапных возмущений в этом случае, видимо, проще всего рассмотреть формальное решение уравнения Шредингера (здесь и везде ниже используются атомные единицы)

$$i\dot{\Psi} = (H_0 + U(t))\Psi, \quad (1)$$

где внезапное возмущение  $U(t)$  действует в течение времени, значительно меньшего характерных периодов времени невозмущенной системы, описываемой гамильтонианом  $H_0$ .

Тогда при решении уравнения (1) можно (в течение времени действия возмущения  $U(t)$ ) пренебречь эво-

люцией волновой функции под действием собственного гамильтониана  $H_0$  и решать уравнение  $i\dot{\Psi} = U(t)\Psi$ . Откуда следует, что

$$\Psi(t) = \exp\left\{-i \int_{t_0}^t U(t)dt\right\}\Psi(t_0). \quad (2)$$

Поэтому амплитуда перехода нерелятивистского атома из состояния  $|i\rangle$  в состояние  $|f\rangle$  в результате внезапного возмущения  $U(t)$  имеет вид [2]

$$a_{if} = \langle f | \exp\left\{-i \int_{-\infty}^{+\infty} U(t)dt\right\} | i \rangle. \quad (3)$$

Легко видеть, что тот же самый результат может быть получен, если точно решить уравнение (1) с  $\delta$ -образным потенциалом  $\tilde{U}(t)$ , связанным с потенциалом  $U(t)$  следующим образом

$$\tilde{U}(t) = U_0\delta(t), \quad U_0 = \int_{-\infty}^{+\infty} U(t)dt. \quad (4)$$

Именно это обстоятельство мы используем ниже для решения уравнения Дирака в приближении внезапных возмущений.

Поведение электрона водородоподобного атома (с зарядом ядра  $Z_a$ , на значения которого здесь не будем накладывать ограничений, кроме условий применимости [25] уравнения Дирака) во внешнем поле  $\mathbf{A}$ ,  $\varphi$  описываем уравнением Дирака (заряд электрона =  $-1$  a.u.)

$$i\dot{\Psi} = \left\{ c\boldsymbol{\alpha} \left( \hat{\mathbf{p}} + \frac{1}{c} \mathbf{A} \right) - \frac{Z_a}{r} - \varphi - \beta c^2 \right\} \Psi, \quad (5)$$

где члены  $c\boldsymbol{\alpha}\hat{\mathbf{p}} - \beta c^2 - Z_a/r$  представляют собой гамильтониан  $H_0$  изолированного атома, а взаимодействие атомного электрона с внешним полем равно  $U(t) = U(\mathbf{r}, t) = \boldsymbol{\alpha}\mathbf{A} - \varphi$ ;  $\hat{\mathbf{p}}$  — оператор импульса;  $\boldsymbol{\alpha}$  и  $\beta$  — матрицы Дирака;  $c$  — скорость света;  $\mathbf{r}$  — координаты атомного электрона.

Сначала выберем калибровку потенциалов электромагнитных волн векторного  $\mathbf{A}$  и скалярного  $\varphi$ , так что скалярный потенциал равен нулю. Будем считать, что векторный потенциал поля волны следующим образом зависит от координат  $\mathbf{r}$  и времени  $t$ :  $\mathbf{A} = \mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{A}(\eta)$ , где фаза волны  $\eta = \omega_0 t - \mathbf{k}_0 \mathbf{r}$ . Здесь волновой вектор  $\mathbf{k}_0$  такой, что  $|\mathbf{k}_0| = \omega_0/c$ ,  $\omega_0$  — круговая частота. Проведем калибровочное преобразование [19],

$$\mathbf{A}' = \mathbf{A} + \nabla f, \quad \varphi' = \varphi - \frac{1}{c} \frac{\partial f}{\partial t},$$

где  $f = \mathbf{A}\mathbf{r}$ .

В результате  $\mathbf{A}' = -\mathbf{k}_0(\mathbf{r}d\mathbf{A}/d\eta)$ ,  $\varphi' = -(\mathbf{E}\mathbf{r})$ , где  $\mathbf{E} = \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -|\mathbf{k}_0|d\mathbf{A}/d\eta$ , поэтому в новой калибровке векторный и скалярный потенциалы связаны следующим образом:  $\mathbf{A}' = (\mathbf{k}_0/|\mathbf{k}_0|)\varphi'$ . Будем считать ось  $Z$

направленной по  $\mathbf{k}_0$ . В этом случае в уравнении (5) взаимодействие атомного электрона с внешним полем равно

$$U(t) = \alpha \mathbf{A}' - \varphi' = - \left( 1 - \frac{\alpha \mathbf{k}_0}{|\mathbf{k}_0|} \right) \varphi' = -(1 - \alpha_z) \varphi'. \quad (6)$$

Далее будем работать в новой калибровке и штрихи у потенциалов будем опускать. Для решения в приближении внезапных возмущений уравнения Дирака (5) запишем его в виде  $i\dot{\Psi} = (H_0 + U(t))\Psi$  и воспользуемся введенной в начале данного раздела заменой (4), для этого введем

$$\tilde{\varphi} = -\varphi_0 \delta(ct - z), \quad \varphi_0 = c \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(ct - z) dt. \quad (7)$$

Соответственно  $U(t)$  из формулы (6) заменим на  $\tilde{U}(t) = -(1 - \alpha_z) \tilde{\varphi}$  или на

$$\tilde{U}(t) = U_0 \delta(ct - z), \quad (8)$$

где

$$U_0 = c \int_{-\infty}^{+\infty} U(t) dt = -(1 - \alpha_z) \varphi_0. \quad (9)$$

В результате уравнение (5) примет вид

$$i\dot{\Psi} = \left\{ c\alpha \hat{\mathbf{p}} - \frac{Z_a}{r} - \beta c^2 - (1 - \alpha_z) \tilde{\varphi} \right\} \Psi. \quad (10)$$

Для получения точного решения уравнения Дирака с таким потенциалом разложим  $\Psi = \Psi(\mathbf{r}, t)$  по собственным функциям  $\phi_k(r)$  (с энергиями  $E_k$ ) невозмущенного атомного гамильтониана  $H_0 = c\alpha \hat{\mathbf{p}} - \beta c^2 - Z_a/r$

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = \sum_k a_k(t) \phi_k(\mathbf{r}) e^{-iE_k t}.$$

Подставляя это разложение в левую часть уравнения  $i\dot{\Psi} = (H_0 + \tilde{U}(t))\Psi$  и интегрируя, после умножения слева на какое-либо состояние  $\phi_f$ , с учетом ортогональности состояний  $\phi_k$  получаем

$$\frac{da_f(t)}{dt} = -i e^{iE_f t} \langle \phi_f | \tilde{U}(t) | \Psi(\mathbf{r}, t) \rangle. \quad (11)$$

Пусть до столкновения атом находился в состоянии  $\phi_j$ , тогда

$$\Psi(\mathbf{r}, t = -\infty) = e^{-E_j t} \phi_j(\mathbf{r}), \quad (12)$$

$$a_f(t = -\infty) = \delta_{fj}, \quad (13)$$

где  $\delta_{fj}$  — символ Кронеккера.

Поскольку  $\tilde{U}(t) = U_0 \delta(ct - z)$ , то для решения уравнения (11) достаточно знать значения  $\Psi(\mathbf{r}, t)$  лишь при

$z = ct$ , которые можно найти из уравнения (10) следующим образом: переходим к переменным светового конуса

$$\begin{aligned} z^- &= (ct - z), \\ z^+ &= (ct + z) \end{aligned} \quad (14)$$

и, сохраняя в малой окрестности  $z^- = 0$  только производные по  $z^-$  и сингулярный потенциал  $-(1 - \alpha_z) \tilde{\varphi}$ , получаем уравнение

$$ic(1 - \alpha_z) \frac{\partial \Psi}{\partial z^-} = -(1 - \alpha_z) \tilde{\varphi} \Psi. \quad (15)$$

Поскольку  $\tilde{\varphi} = -\varphi_0 \delta(z^-)$ , то, учитывая соотношения

$$\frac{d}{dx} \theta(x) = \delta(x), \quad \frac{d}{dx} \exp(\theta(x)) = \delta(x) \exp(\theta(x)), \quad (16)$$

где  $\theta(x) = 0$ ,  $x < 0$ ;  $\theta(x) = 1$ ,  $x > 0$ , находим решение уравнения (15)

$$\begin{aligned} (1 - \alpha_z) \Psi(z^- + 0) \\ = (1 - \alpha_z) \exp \left[ -i \frac{\varphi_0}{c} \theta(z^-) \right] \Psi(z^- - 0). \end{aligned} \quad (17)$$

Отсюда, возвращаясь ко времени  $t$ , находим решение, справедливое для  $t < z/c$  и вблизи  $t = z/c$  (т.е.  $t = z/c + \varepsilon$ ,  $\varepsilon > 0$  и малó),

$$\begin{aligned} (1 - \alpha_z) \Psi(\mathbf{r}, t) = (1 - \alpha_z) \exp \left[ -i\theta(ct - z) \frac{\varphi_0}{c} \right] \\ \times \exp[-iE_j t] \phi_j(\mathbf{r}). \end{aligned} \quad (18)$$

Подставляя (18) в правую часть (11) и интегрируя по  $t$  с учетом начальных условий (13), получаем

$$\begin{aligned} a_{fj} = a_f(t = +\infty) = \delta_{fj} - i \int_{-\infty}^{+\infty} dt e^{i(E_f - E_j)t} \langle \phi_f | \delta(z - ct) \\ \times (1 - \alpha_z) \exp \left[ -i\theta(ct - z) \frac{\varphi_0}{c} \right] | \phi_j \rangle. \end{aligned} \quad (19)$$

Используя соотношения (16), находим

$$\begin{aligned} a_{fj} = \delta_{fj} + \langle \phi_f | (1 - \alpha_z) e^{i(E_f - E_j)z/c} \\ \times \left[ \exp \left( -i \frac{\varphi_0}{c} \right) - 1 \right] | \phi_j \rangle. \end{aligned} \quad (20)$$

Это и есть искомое точное (ср. [1]) решение уравнения Дирака с потенциалом  $\tilde{U}(t) = U_0 \delta(ct - z)$ , соответствующее учету потенциала (6) в приближении внезапных возмущений. Полученное выражение можно переписать в более удобном виде, если воспользоваться легко проверяемым соотношением

$$\langle \phi_f | \left[ (1 - \alpha_z) e^{i(E_f - E_j)z/c} \right] | \phi_j \rangle = \delta_{fj}. \quad (21)$$

В результате

$$a_{fj} = \langle \phi_f | \left[ (1 - \alpha_z) e^{i(E_f - E_j)z/c} \exp \left( -i \frac{\varphi_0}{c} \right) \right] | \phi_j \rangle. \quad (22)$$

Для взаимодействия атомного электрона с импульсом электромагнитного поля гауссовой формы (эффективной длительности  $\sim \lambda^{-1}$ )

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0 \exp\left(-\lambda^2 \left(t - \frac{\mathbf{k}_0 \mathbf{r}}{\omega_0}\right)^2\right) \cos(\omega_0 t - \mathbf{k}_0 \mathbf{r}),$$

$$\varphi = \mathbf{r} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t), \quad \varphi_0 = -c \mathbf{q} \mathbf{r}, \quad (23)$$

где

$$\mathbf{q} = \int_{-\infty}^{+\infty} dt \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0 \frac{\sqrt{\pi}}{\lambda} \exp\left(-\frac{\omega_0^2}{4\lambda^2}\right). \quad (24)$$

Вспомогая, что  $\alpha_z = \mathbf{a} \mathbf{k}_0 / k_0$ , и вводя вектор  $\mathbf{Q} = (Q_x, Q_y, Q_z) = (q, 0, \Omega_{fj}/c)$ , где  $\Omega_{fj} = E_f - E_j$ , перепишем  $a_{fj}$  из (22) в виде

$$a_{fj} = \langle \phi_f | \left(1 - \frac{\mathbf{a} \mathbf{k}_0}{k_0}\right) e^{i \mathbf{Q} \mathbf{R}} | \phi_j \rangle. \quad (25)$$

Выбирая теперь ось  $Z$  направленной по  $\mathbf{Q}$ , перепишем

$$a_{fj} = \langle \phi_f | (1 - \alpha_z \cos \theta) e^{i Q_z} | \phi_j \rangle - \langle \phi_f | (1 - \alpha_x \sin \theta) e^{i Q_z} | \phi_j \rangle, \quad (26)$$

где

$$Q = \sqrt{q^2 + \Omega_{fj}^2/c^2}, \quad \cos \theta = \Omega_{fj}/\sqrt{c^2 q^2 + \Omega_{fj}^2},$$

$$\sin \theta = q/\sqrt{q^2 + \Omega_{fj}^2/c^2}.$$

Таким образом, пусть до взаимодействия (т.е. при  $t = -\infty$ ) с полем ультракороткого импульса атом находился в состоянии  $\phi_j$  с энергией  $E_j$ , тогда вероятность обнаружить после взаимодействия (т.е. при  $t = +\infty$ ) атом в состоянии  $\phi_f$  с энергией  $E_f$  равна

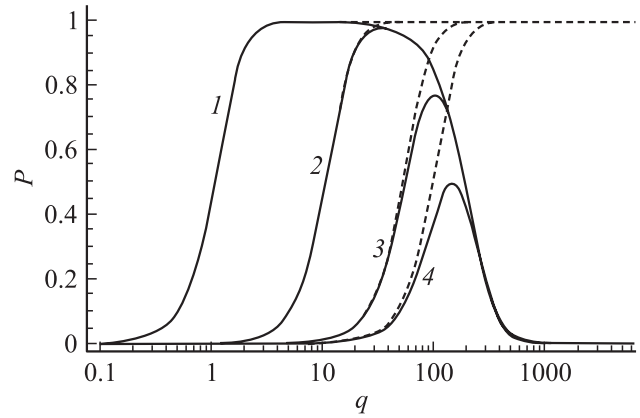
$$|a_{fj}|^2 = \frac{q^2}{Q^2} \left( \frac{q^2}{Q^2} |F^{fj}|^2 + |G_x^{fj}|^2 \right). \quad (27)$$

Здесь мы, следуя [26], ввели хорошо известные неупругие атомные формфакторы

$$F^{fj} = \langle \phi_f | e^{i Q_z} | \phi_j \rangle = \frac{Q_c}{\Omega_{fj}} \langle \phi_f | \alpha_z e^{i Q_z} | \phi_j \rangle,$$

$$G_x^{fj} = \langle \phi_f | \alpha_x e^{i Q_z} | \phi_j \rangle.$$

Приведенные формулы позволяют рассчитать вероятность возбуждения или ионизации атома ультракоротким импульсом электромагнитного поля. На рисунке приведены вероятности ионизации (вероятности образования  $K$ -вакансий) водородоподобных атомов для нескольких значений заряда ядра  $Z_a$ . При расчетах в качестве волновых функций начального и конечного состояний, как в [26,27], мы использовали квазирелятивистские волновые функции Дарвина [25,28,29], позволяющие в аналитической форме провести вычисления



Зависимости  $P$ -вероятности ионизации (образования  $K$ -вакансии) водородоподобных атомов для нескольких значений заряда ядра  $Z_a$  от величины переданного импульса (24)  $q = |\mathbf{q}|$  (атомные единицы). Результаты расчетов для каждого значения  $Z_a$ : сплошная кривая — релятивистский расчет по формуле (27), пунктир — нерелятивистский расчет (формула (27) при  $c \rightarrow \infty$  [18,19]).  $Z_a = 1$  (1), 10 (2), 50 (3), 92 (4).

формфакторов. Квазирелятивистские функции, строго говоря, справедливы при выполнении условий  $Z_a \ll c$  и  $q \ll c$ , при нарушении же этих неравенств, результаты расчетов неплохо качественно иллюстрируют поведение полных сечений ионизации [29].

Авторы благодарят Российский фонд фундаментальных исследований (грант № 04-02-16177-а) и фонд ИНТАС (грант INTAS-GSI № 03-54-4294) за финансовую поддержку работы.

## Список литературы

- [1] Baltz A.J. // Phys. Rev. Lett. 1997. Vol. 78. P. 1231.
- [2] Дыхне А.М., Юдин Г.Л. // УФН. 1978. Т. 125. С. 377.
- [3] Матвеев В.И., Парилис Э.С. // УФН. 1982. Т. 138. С. 583.
- [4] Eichler J. // Phys. Rev. A. 1997. Vol. 15. P. 1856.
- [5] Юдин Г.Л. // ЖЭТФ. 1981. Т. 80. С. 1026.
- [6] Матвеев В.И. // ЭЧАЯ. 1995. Т. 26. С. 780.
- [7] Персиваль И.С. Атомы в астрофизике / Под ред. Ф.Г. Берка, В.Б. Эйснера, Д.Г. Хаммера, И.С. Персиваля. М.: Мир, 1998. С. 87.
- [8] Матвеев В.И. // ЖЭТФ. 2002. Т. 121. С. 260.
- [9] Мигдал А.Б. Качественные методы в квантовой теории. М.: Наука, 1975. 336 с.
- [10] Harris S.E., Sokolov A.V. // Phys. Rev. Lett. 1999. Vol. 81. P. 2894.
- [11] Christov I.P., Murnane M.M., Kapteyn H.C. // Opt. Commun. 1998. Vol. 148. P. 75.
- [12] Sokolov A.V., Yavuz D.D., Harris S.E. // Opt. Lett. 1999. Vol. 24. P. 557.
- [13] Kaplan A.E., Shkolnikov P.L. // Phys. Rev. Lett. 2002. Vol. 88. P. 074801.
- [14] Baltz A.J. // Phys. Rev. A. 1995. Vol. 52. P. 4970.
- [15] Moshhammer R., Schmitt W., Ullrich J. et. al. // Phys. Rev. Lett. 1997. Vol. 79. P. 3621.

- [16] *Selin A.V., Ermolaev A.M., Joachain C.J.* // Phys. Rev. A. 2003. Vol. 67. P. 012709.
- [17] *Voitkiv A.B., Najjari B., Ulrich J.* // J. Phys. B: 2003. Vol. 36. P. 2325.
- [18] *Eichler J.* // Phys. Rev. A. 1977. Vol. 15. P. 1856.
- [19] *Eichler J.* // Phys. Rep. 1990. Vol. 193. P. 165.
- [20] *Bamber C. et al.* // Phys. Rev. D. 1999. Vol. 60. P. 092004.
- [21] *Muller C., Voitkiv A.B., Grun N.* // Phys. Rev. A. 2003. Vol. 67. P. 063407.
- [22] *Muller C., Voitkiv A.B., Grun N.* // Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. B. 2003. Vol. 205. P. 306.
- [23] *Матвеев В.И.* // ЖТФ. 2003. Т. 73. Вып. 6. С. 17.
- [24] *Матвеев В.И.* // ЖЭТФ. 2003. Т. 124. С. 1023.
- [25] *Берестецкий В.Б., Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П.* Квантовая электродинамика. М.: Наука, 1989. 723 с.
- [26] *Anholt R.* // Phys. Rev. A. 1979. Vol. 19. P. 1004.
- [27] *Davidovic D.M., Moiseivitsch B.L., Norrington P.H.* // J. Phys. B. 1978. Vol. 11. P. 847.
- [28] *Darwin C.G.* // Proc. Roy. Soc. London. Ser. A. 1928. Vol. 118. P. 654.
- [29] *Eichler J., Meyrhoft W.E.* Relativistic Atomic Collisions. New York: Academic Press Inc., 1995.