

Тонкая структура оптических вихрей в кристалле: монохроматический сингулярный пучок

© А.В. Воляр, Ю.А. Егоров, А.Ф. Рыбась, Т.А. Фадеева

Таврический национальный университет им. В.И. Вернадского,
95007 Симферополь, Украина
e-mail: volyar@ccssu.crimea.ua

(Поступило в Редакцию 2 апреля 2004 г.)

Рассмотрена тонкая структура оптических вихрей в возмущенном сингулярном пучке после системы одноосный кристалл–поляризационный фильтр. Обсуждается методика измерения относительного веса парциальных вихрей, входящих в состав возмущенного вихря. Представлена зависимость относительного веса парциальных вихрей от величины смещения возмущенного вихря относительно оси пучка.

Пристальное внимание, которое в последнее время уделяется сингулярным пучкам в кристаллах, безусловно, стимулируется возможностью получать пучки с контролируемым составом оптических вихрей, пространственным положением которых можно сравнительно просто управлять [1–3]. Кроме того, сингулярные пучки в одноосном кристалле приобретают ряд свойств, не характерный для них в других оптических системах. Так, астигматичный конвертор [4], оптический клин [5] и оптическое волокно [6] могут осуществлять алгебраическое сложение и вычитание оптических вихрей, в то время как одноосный кристалл выполняет операцию умножения и деления [1], которая выражается в изменении топологического заряда вихря на две единицы. Более того, одноосный кристалл способен генерировать полихроматические („белые“) вихри [1] (другой способ генерации белых вихрей рассмотрен в работе [7]). В то же время оптические вихри в кристалле также могут подвергаться математической операции сложения в результате изменения их тонкой структуры.

Целью данной работы явилось экспериментальное исследование тонкой структуры топологического заряда оптического вихря в сингулярном пучке, подверженном поляризационному возмущению.

Пусть монохроматический циркулярно поляризованный пучок распространяется через одноосный кристалл вдоль оптической оси, две последовательно установленные $\lambda/4$ пластинки и поляризатор. Как известно [8], поляризационное возмущение, действующее на пучок со стороны первой $\lambda/4$ пластинки, расщепляет вырожденный осевой оптический вихрь и вызывает радиальное смещение двух вновь образованных вихрей в противоположных направлениях. С другой стороны, на периферии пучка также рождаются оптические вихри, которые под действием возмущения радиально перемещаются к оси. Складываясь на некотором расстоянии от оси, эти два типа вихрей формируют кольцевые дислокации. Остается ли неизменным топологический заряд каждого вихря при радиальном смещении? Чтобы ответить на этот вопрос, проанализируем выражения для поля пучка,

которое приведено в уравнении (1) работы [8],

$$E_x = \{ \cos \delta/2 [\cos \Delta/2 + i \sin \Delta/2 \exp(i2Q)] + i \sin \delta/2 \exp(i2\varphi) [\cos \Delta/2 + i \sin \Delta/2 \exp(-i2Q)] \} G_0,$$

$$E_y = i \{ \cos \delta/2 [\cos \Delta/2 - i \sin \Delta/2 \exp(i2Q)] - i \sin \delta/2 \exp(i2\varphi) [\cos \Delta/2 - i \sin \Delta/2 \exp(-i2Q)] \} G_0, \quad (1)$$

где $\delta \approx ar^2$, a — константа кристалла; Δ — разность фаз, вводимая поляризационным возмущением; $G_0 = \exp\{-ikr^2/2Z\}/Z$ — волновая функция фундаментального гауссова пучка; $Z = z + iz_0$, $z_0 = k\rho^2/2$, ρ — радиус перетяжки пучка при $z = 0$.

Предполагается, что исходный пучок имеет правоциркулярную поляризацию, а угол Q образован e -осью $\lambda/4$ пластинки с осью абсцисс лабораторной системы координат. Предположим, что e -ось $\lambda/4$ пластинки повернута на угол $Q = \pi/4$, а самой пластинкой вносится дополнительное слабое поляризационное возмущение μ , так что $\Delta = \pi/2 + \mu$. Тогда выражение (1) преобразуется к виду

$$E_x = \{ -\sin \mu/2 \cos \delta/2 + i \cos \mu/2 \sin \delta/2 \exp(i2\varphi) \} G_0, \quad (2)$$

$$E_y = i \{ \cos \mu/2 \cos \delta/2 + i \sin \mu/2 \sin \delta/2 \exp(i2\varphi) \} G_0, \quad (3)$$

при этом если возмущение отсутствует, то E_x -компонента содержит оптический вихрь на оси с двойным топологическим зарядом

$$E_x = i \sin \delta/2 \exp(i2\varphi) G_0, \quad E_y = i \cos \delta/2 G_0. \quad (4)$$

Положение ближних к оси возмущенных вихрей E_x -компоненты найдем из условия [7] $\text{Re}(E_x) = 0$ и $\text{Im}(E_x) = 0$: $r_0 = \sqrt{\mu/a}$, $\varphi_0 = -\pi/4, 3\pi/4$. В окрестности этих точек E_x -компонента пучка в (2) преобразуется к виду

$$E'_x \approx (Ax' + iBy') G_0(x', y'), \quad (5)$$

где $A = \sqrt{a\mu}$, $B = \sqrt{a} \sin \mu / \sqrt{\mu}$.

Выражение (5) нетрудно представить в виде суммы двух сингулярных пучков, переносящих оптические вихри с противоположными топологическими зарядами,

$$E'_x \approx \{(A+B)(x' + iy') + (A-B)(x' - iy')\}G_0/2, \quad (6)$$

где

$$w^+ = (A+B)/2 \quad \text{и} \quad w^- = (A-B)/2 \quad (7)$$

представляют собой „весовые“ коэффициенты вихрей, формирующих тонкую структуру возмущенного вихря.

Кроме того, из (7) следует, что малые изменения поляризационного возмущения, вызванного наклоном пластинки $\lambda/4$, соответствуют аналогу алгебраического сложения вихрей. Чтобы определить величину „веса“ каждого вихря, используем методику, приведенную в работе [5]. На самом деле, используя (5), запишем уравнение линий уровня равной интенсивности в окрестности возмущенного вихря

$$(x'/A)^2 + (y'/B)^2 = C, \quad (8)$$

где $C = \text{const}$.

Они имеют вид семейства эллипсов с полуосями A и B , так что степень эллиптичности линии уровня равна

$$Q = B/A = \sin \mu/\mu. \quad (9)$$

Зная величину эллиптичности Q , мы всегда можем найти отношение весовых коэффициентов вихрей

$$w = w^-/w^+ = (Q-1)/(Q+1). \quad (10)$$

В то же время не стоит забывать, что при слабом возмущении μ вихри почти сливаются и их положение очень трудно определить экспериментально. Поэтому необходимо проанализировать форму линий уровня для $\mu \ll 1$.

На основании уравнения (2) можно записать выражение для величины интенсивности вблизи оси в форме

$$I_x \propto E_x E_x^* \approx \sin^2 \mu/2 + (a/2)^2 \cos^2 \mu/2 (x^2 + y^2)^2 + (a/2) \sin \mu xy, \quad (11)$$

где $\sin \delta/2 \approx ar^2/2$, $\cos \delta/2 \approx 1$.

Выберем новую систему координат $x = \tilde{x} \cos \alpha + \tilde{y} \sin \alpha$, $y = -\tilde{x} \sin \alpha + \tilde{y} \cos \alpha$ и для $\alpha = \pi/4$ перепишем (11) в виде

$$(\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2)^2 - 2(\mu/a)(\tilde{x}^2 - \tilde{y}^2) + (\mu/a)^2 = C(2/a)^2. \quad (12)$$

При условии, что $a > 0$, $\mu > 0$ и $C > 0$, уравнение (12) представляет собой семейство овалов Кассини, приведенных на рис. 1, *b*, форма которых зависит от величины возмущения μ . Возмущенные оптические вихри располагаются в двух фокусах овала: $\tilde{y}_0 = 0$, $\tilde{x}_0 = \pm \sqrt{\mu/a}$. Расстояние между двумя крайними точками на линии уровня по $0\tilde{x}$ -оси равно $\Delta X = 2\sqrt{\tilde{A}^2 + \tilde{B}^2}$,

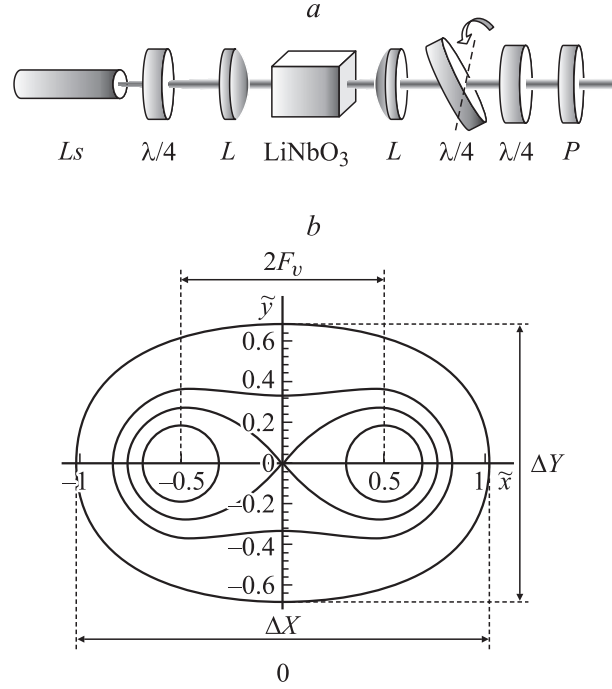


Рис. 1. *a* — оптическая схема экспериментальной установки: L_s — He–Ne лазер, $\lambda/4$ — четвертьволновая пластинка, L — линза, P — поляризатор; *b* — овалы Кассини в окрестности возмущенных вихрей.

а по $0\tilde{y}$ -оси — $\Delta Y = 2\sqrt{\tilde{A}^2 - \tilde{B}^2}$, где $\tilde{A}^2 = C(2/a)^2$ и $\tilde{B} = \mu/a$. Эти величины можно измерить экспериментально. Координаты вихрей, выраженные через измеряемые величины, есть

$$\tilde{y}_0 = 0, \quad \tilde{x}_0 = \pm F_v = \pm \sqrt{(\Delta X^2 - \Delta Y^2)/8}. \quad (13)$$

Из уравнения (13) следует, что в окрестности точек $(\tilde{x}_0, \tilde{y}_0)$ линии уровня интенсивности представляют собой окружности, следовательно, при условии малости поляризационного возмущения $\mu \ll 1$ в возмущенном вихре содержится заряд только одного знака. Более точную картину дает эксперимент.

Наши экспериментальные исследования осуществлялись на экспериментальной установке, схема которой приведена на рис. 1. Циркулярно поляризованный фундаментальный гауссов пучок от He–Ne лазера ($\lambda = 0.6328 \mu\text{m}$) проходит вдоль оптической оси LiNbO₃ кристалла, две последовательно расположенные четверть волновые пластинки и поляризатор. Ориентация поверхности ближней к кристаллу $\lambda/4$ пластинки могла плавно изменяться, что позволяло ввести в сингулярный пучок контролируемое поляризационное возмущение. Вторая $\lambda/4$ пластинка и поляризатор образовывали поляризационный фильтр, который выделял из неоднородно поляризованной волны комбинированный сингулярный пучок с заданными характеристиками оптических вихрей. Распределение интенсивности пучка на поверхности рабочего элемента CCD-камеры под-

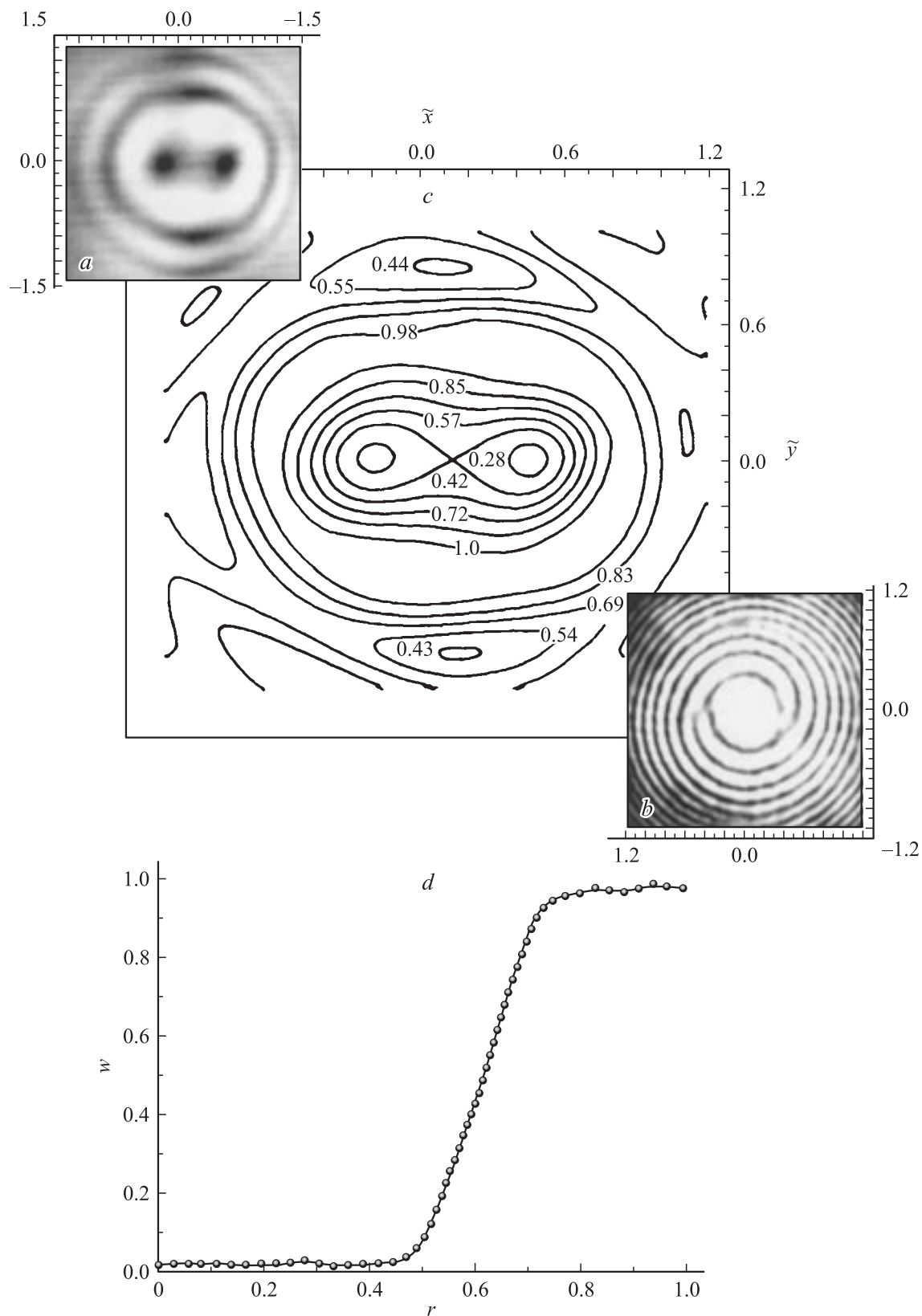


Рис. 2. Распределение интенсивности (*a*) и интерференционная картина (*b*) сингулярного пучка с возмущенными вихрями; линии равного уровня интенсивности в окрестности возмущенных вихрей (*c*), зависимость относительного веса парциальных вихрей от величины смещения r относительно центра комбинированного вихря (*d*). $a-c$ – в координатах (\tilde{x}, \tilde{y}) .

вергалось компьютерной обработке. При помощи аттенуатора интенсивность пучка ослаблялась так, чтобы в окрестности сердцевин вихря CCD-камера линейно откликалась на изменение интенсивности.

Прежде чем проводить измерения весовых коэффициентов возмущенных оптических вихрей, мы исследовали амплитудную (рис. 2, *a*) и фазовую (рис. 2, *b*) структуру поля пучка. Из рис. 2, *b* видно, что в окрестности минимумов интенсивности формируются ветви двойной спирали, которые соответствуют двум оптическим вихрям с одноименными единичными топологическими зарядами.

Первым этапом измерений относительного „веса“ вихрей w явилось гауссово усреднение распределения интенсивности пучка, поскольку мелкозернистая структура изображения, полученного в когерентном свете, вносила существенную погрешность в результаты измерения. Типичный вид линий уровня интенсивности иллюстрирует рис. 2, *c*. Цифровые значения, приведенные на линиях уровня, соответствуют относительной интенсивности света в данной области пучка. Небольшой наклон оси, проходящей через центры вихрей, вызван несовершенством юстировки оптической схемы экспериментальной установки. Положение сердцевин оптического вихря определялось посредством измерения величины отрезков ΔX и ΔY (максимальной и минимальной полуоси овала на рис. 1, *b*) для малых значений относительного расстояния между вихрями $r = F_v/R \leq 0.3$ (R — радиус первой кольцевой дислокации при отсутствии возмущения $\mu = 0$) с помощью выражения (13). На практике эта цифра соответствует минимальному расстоянию между вихрями, которое еще может разрешить экспериментальная установка при относительной погрешности измерений меньше 0.1. Точка пересечения отрезков ΔX и ΔY дает координаты оси пучка. Кроме того, при больших значениях расстояния R линии уровня вблизи центра вихря приобретали форму, близкую к эллиптической. При $r > 0.3$ измерялись значения большой и малой осей эллипса. Их пересечение указывало на положение центра вихря, а их отношение характеризовало эллиптичность Q вихря. На рис. 2, *d* приведена кривая относительного веса вихрей w , вычисленная по формуле (10). При малых расстояниях возмущенного вихря от оси r доля парциального вихря с противоположным топологическим зарядом очень мала и $w \approx 0$. В области $r \approx 0.45$ возникает сильная деформация сердцевин вихря, приводящая к резкому возрастанию вклада парциального вихря с противоположным топологическим зарядом. При $r > 0.75$ веса противоположно заряженных вихрей почти сравниваются настолько, что при $r = 1$ вихри схлопываются в кольцевую дислокацию.

Таким образом, на основании данных экспериментальных исследований мы показали, что возмущенные оптические вихри, переносимые сингулярным пучком, имеют тонкую структуру. Каждый возмущенный вихрь

представляет собой сумму двух противоположно заряженных парциальных вихрей. Относительный вес этих вихрей можно плавно изменять посредством внешнего поляризационного возмущения.

Список литературы

- [1] Воляр А.В., Фадеева Т.А. // Опт. и спектр. 2003. Т. 94. № 2. С. 260–270.
- [2] Ciattoni A., Cincotti G., Provenzani D., Palma C. // Phys. Rev. E. 2002. Vol. 66. P. 0366114-1–0366114-11.
- [3] Kasak N.S., Khio N.A., Ryzhevich A.A. // Quant. Electron. 1999. Vol. 29. N 11. P. 1020–1024.
- [4] Allen L., Padjett M.J., Babiker M. // Progress in Optics. 1999. Vol. XXXIX. P. 291–372.
- [5] Воляр А.В., Фадеева Т.А., Шведов В.Г. // Опт. и спектр. 2002. Т. 93. № 2. С. 286–292.
- [6] Алексеев К.Н., Воляр А.В., Фадеева Т.А. // Опт. и спектр. 2002. Т. 92. № 4. С. 588–597.
- [7] Leach J., Padgett M.J. // New J. Phys. 2003. Vol. 5. P. 154.1–154.7.
- [8] Воляр А.В., Фадеева Т.А. // Опт. и спектр. 2003. Т. 95. № 2. С. 285–293.