

01;09

Приближенный метод решения задачи дифракции плоской электромагнитной волны на тонком киральном слое, расположенном на идеально проводящей плоскости

© А.А. Долбичкин, В.А. Неганов, О.В. Осипов

Самарский государственный университет,
443011 Самара, Россия
e-mail: neganov_samara@mail333.com

(Поступило в Редакцию 28 апреля 2004 г.)

Получены односторонние приближенные граничные условия (ОПГУ) импедансного типа для тонкого кирального слоя, лежащего на идеально проводящей плоскости. С использованием ОПГУ решена задача о падении плоской электромагнитной волны (ПЭМВ) на киральную структуру. Записаны приближенные формулы для коэффициентов отражения основной и деполаризованной составляющей для случая падения ПЭМВ с перпендикулярной поляризацией (вектор напряженности электрического поля перпендикулярен плоскости падения волны). Проведено сравнение с точным решением задачи дифракции на рассматриваемой киральной структуре.

В конце XX века резко возрос интерес к исследованию взаимодействия электромагнитных полей с искусственными композитными средами, обладающими пространственной дисперсией в диапазоне СВЧ. К числу перспективных с точки зрения технического применения относятся так называемые киральные среды, моделируемые путем равномерного размещения тонких проводящих элементов зеркально-асимметричной формы в однородной магнитоэлектрической (или в более общем случае ферритовой) среде. Основными возможностями применения киральных материалов являются их использование в качестве малоотражающих покрытий летательных аппаратов и создание на их основе поляризационно- и частотно-селективных фильтров СВЧ.

В диапазоне СВЧ при создании и моделировании киральных сред чаще всего используются проводящие проволочные спирали с право- и левовинтовыми закрутками. Киральная среда обладает существенной пространственной дисперсией, если расстояние между соседними элементами d соизмеримо с длиной СВЧ волны λ ($d \sim \lambda$), а размеры спиралей l гораздо меньше ее ($l \ll \lambda$) (рис. 1). В электродинамике элементы, обладающие вышеуказанными свойствами, принято называть электромагнитными частицами. Киральная среда — это искусственная материальная среда, состоящая из электромагнитных частиц зеркально-асимметричной формы (киральных элементов), вкрапленных в однородный изотропный диэлектрик.

Заметим, что любой киральный элемент может рассматриваться в виде совокупности элементарных электрических и магнитных диполей. Так, прямолинейные участки спиралей представляют собой рассеивающие электрические диполи, а витки — магнитные диполи. Вследствие этого при падении электромагнитной волны на проводящий киральный элемент электрическое поле волны будет создавать не только электрический

дипольный момент, но и магнитный. С другой стороны, магнитное поле падающей волны индуцирует как магнитный, так и электрический дипольные моменты. Это приводит к тому, что материальные уравнения для киральной среды связывают векторы электрической и магнитной индукций одновременно с напряженностями электрического и магнитного полей. Для описания

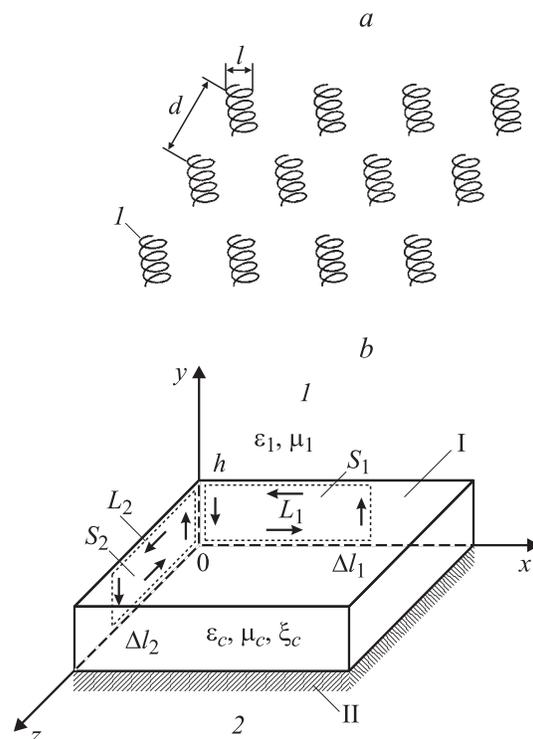


Рис. 1. К выводу односторонних приближенных граничных условий для тонкого кирального слоя, расположенного на идеально проводящей плоскости. *a* — модель киральной среды; *l* — проводящая спираль; *b* — геометрия задачи: *I* — киральный слой, *II* — идеальный проводник.

свойств киральной среды используют три материальных параметра: диэлектрическую ϵ , магнитную μ проницаемости и параметр киральности ξ , который имеет смысл меры связи процессов поляризации и намагниченности в среде.

Нормальными волнами в киральной среде являются волны с право- и левокруговыми поляризациями, обладающими различными фазовыми скоростями. Поэтому ПЭВМ линейной поляризации в киральной среде распространяться не могут. При падении ПЭВМ на киральный слой возникает явление деполяризации. Его суть состоит в том, что при падении на киральный слой ПЭВМ, например, с перпендикулярной поляризацией в структуре поля отраженной волны возникают составляющие поля, соответствующие ортогональной (параллельной) поляризации.

Строгий подход к описанию отражения электромагнитных волн от киральных слоев использовался в [1–3]. В [4] предложен приближенный метод описания отражательных свойств тонкого кирального слоя, базирующийся на приближенных граничных условиях (ПГУ). Ранее ПГУ были получены для анизотропных пленок [5] и тонких диэлектрических слоев с нелинейностью [6,7]. Однако полученные в [4] ПГУ не учитывают деполяризацию. Ниже для тонкого кирального слоя, расположенного на идеальнопроводящей плоскости, получены другие односторонние приближенные граничные условия импедансного типа, учитывающие деполяризацию падающей волны.

Односторонние приближенные граничные условия

Рассмотрим метод получения ПГУ импедансного типа для тонкого кирального слоя, расположенного на идеальнопроводящей плоскости. Геометрия задачи показана на рис. 1: тонкий киральный слой толщины h расположен на идеальнопроводящей плоскости.

Киральная среда описывается материальными уравнениями [1,2]

$$\begin{aligned} \mathbf{D} &= \epsilon_c \mathbf{E} - i\xi_c \mathbf{H}, \\ \mathbf{B} &= \mu_c \mathbf{H} + i\xi_c \mathbf{E}, \end{aligned} \quad (1)$$

где ϵ_c , μ_c — относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости киральной среды; ξ_c — параметр киральности; векторы \mathbf{E} , \mathbf{D} , \mathbf{B} и \mathbf{H} представляют собой комплексные амплитуды соответствующих векторов электромагнитного поля; при $\xi_c = 0$ материальные уравнения (1) описывают однородную диэлектрическую среду; заметим, что соотношения (1) записаны в гауссовой системе единиц.

Для получения приближенных граничных условий воспользуемся системой уравнений Максвелла в инте-

гральной форме

$$\begin{aligned} \oint_L \mathbf{E} d\mathbf{l} &= -ik_0 \int_S \mathbf{B} d\mathbf{S}, \\ \oint_L \mathbf{H} d\mathbf{l} &= ik_0 \int_S \mathbf{D} d\mathbf{S}, \end{aligned} \quad (2)$$

где S — произвольная поверхность, опирающаяся на замкнутый контур L ; $d\mathbf{l} = \boldsymbol{\tau}_0 dl$, $\boldsymbol{\tau}_0$ — касательный к элементу dl контура L единичный вектор; $d\mathbf{S} = \mathbf{n}_0 dS$, \mathbf{n}_0 — единичная нормаль к элементу dS поверхности S ; $k_0 = \omega/c$; ω — частота электромагнитной волны; c — скорость света.

Применение (2) к малым контурам L_1 и L_2 , показанным на рис. 1, приводит к следующим приближенным соотношениям:

$$\begin{aligned} E_z^{(1)} \Delta l_2 - E_y|_{z=\Delta l_2} h + E_y|_{z=0} h &= -ik_0 \Delta l_2 h B_x, \\ E_y|_{x=\Delta l_1} h - E_x^{(1)} \Delta l_1 - E_y|_{x=0} h &= -ik_0 \Delta l_1 h B_z, \\ H_z^{(1)} \Delta l_2 - H_z^{(2)} \Delta l_2 - H_y|_{z=\Delta l_2} h - H_z^{(2)} \Delta l_2 + H_y|_{z=0} h \\ &= ik_0 \Delta l_2 h D_x, \\ H_x^{(2)} \Delta l_1 + H_y|_{x=\Delta l_1} h - H_x^{(1)} \Delta l_1 - H_y|_{x=0} h &= ik_0 \Delta l_1 h D_z, \end{aligned} \quad (3)$$

где верхние индексы 1 и 2 указывают на принадлежность поля к поверхностям изотропных областей 1 и 2; составляющие \mathbf{E} и \mathbf{H} без верхних индексов определены в некоторых точках плоскостей S_1 и S_2 , ограниченных соответственно контурами L_1 и L_2 .

При записи (3) были использованы теоремы о среднем. Так, интегралы в правых частях (2) определялись следующим образом: значение поверхностного интеграла от функции, определенной на плоской фигуре, равно произведению площади этой фигуры на значение подынтегральной функции при некоторых промежуточных значениях независимых переменных. Например,

$$\int_{S_1} \mathbf{B} d\mathbf{S} = B_z(\xi) \Delta l_1 h,$$

где $\Delta l_1 h$ — площадь прямоугольника в плоскости $z = 0$, ограниченного контуром L_1 ; $\xi = \{\xi_1, \xi_2, \xi_3 = 0\}$; ξ_1, ξ_2 — некоторые промежуточные значения переменных x и y (рис. 1), находящиеся внутри контура L_1 .

При вычислении интегралов по контурам L_1 и L_2 в левых частях (2) кроме теоремы о среднем использовались граничные условия для тангенциальных составляющих \mathbf{E}_τ и \mathbf{H}_τ на этих контурах при $y = 0$ и $y = h$

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_\tau &= \mathbf{E}_\tau^{(1)}, \quad \mathbf{H}_\tau = \mathbf{H}_\tau^{(1)} \quad (y = h), \\ \mathbf{E}_\tau &= 0, \quad \mathbf{H}_\tau = \mathbf{H}_\tau^{(2)} \quad (y = 0). \end{aligned} \quad (4)$$

Для определения векторов \mathbf{E}_τ и \mathbf{H}_τ в киральном слое воспользуемся линейной интерполяцией Лагранжа

по двум точкам [7] — значениям составляющих электромагнитного поля на его поверхностях при $y = 0$ и $y = h$. Далее будем считать, что поле в киральной среде в (3) соответствует полю в середине кирального слоя (при $y = h/2$). Интерполяция Лагранжа в этом случае выглядит следующим образом:

$$\mathbf{E}_r = \frac{\mathbf{E}_r^{(1)}}{2}, \quad \mathbf{H}_r = \frac{\mathbf{H}_r^{(1)} + \mathbf{H}_r^{(2)}}{2}. \quad (5)$$

Естественно, что использование выражений (5) возможно только в случае малой толщины кирального слоя ($k_0 h \sqrt{\epsilon_c \mu_c} \ll 1$).

С учетом приближенных представлений полей (5) и материальных уравнений (1) в пределе при $\Delta l_1 \rightarrow 0$, $\Delta l_2 \rightarrow 0$ соотношения (3) принимают следующий вид:

$$\begin{aligned} -E_z^{(1)} + h \frac{\partial E_y}{\partial z} &= i \frac{k_0 h \mu_c}{2} (H_x^{(1)} + H_x^{(2)}) - \frac{k_0 h \xi_c}{2} E_x^{(1)}, \\ -E_x^{(1)} + h \frac{\partial E_y}{\partial x} &= -i \frac{k_0 h \mu_c}{2} (H_z^{(1)} + H_z^{(2)}) + \frac{k_0 h \xi_c}{2} E_z^{(1)}, \\ H_z^{(2)} - H_z^{(1)} + h \frac{\partial H_y}{\partial z} &= -\frac{k_0 h \epsilon_c}{2} E_x^{(1)} - \frac{k_0 h \xi_c}{2} (H_x^{(1)} + H_x^{(2)}), \\ H_x^{(2)} - H_x^{(1)} + h \frac{\partial H_y}{\partial x} &= i \frac{k_0 h \epsilon_c}{2} E_z^{(1)} + \frac{k_0 h \xi_c}{2} (H_z^{(1)} + H_z^{(2)}). \end{aligned} \quad (6)$$

Следующий этап получения ПГУ заключается в исключении из (6) нормальных к поверхностям кирального слоя составляющих E_y и H_y с помощью дифференциальных связей

$$\begin{aligned} E_y &= \frac{1}{k_0 n_c^2} \left[-i \mu_c \frac{\partial H_x}{\partial z} + i \mu_c \frac{\partial H_z}{\partial x} - \xi_c \frac{\partial E_x}{\partial z} + \xi_c \frac{\partial E_z}{\partial x} \right], \\ H_y &= \frac{1}{k_0 n_c^2} \left[-i \epsilon_c \frac{\partial E_z}{\partial x} + i \epsilon_c \frac{\partial E_x}{\partial z} - \xi_c \frac{\partial H_x}{\partial z} + \xi_c \frac{\partial H_z}{\partial x} \right], \end{aligned} \quad (7)$$

где $n_c^2 = \epsilon_c \mu_c - \xi_c^2$, которые следуют из уравнений Максвелла и материальных уравнений (1) для киральной среды.

Используя (7), при отсутствии вариаций поля вдоль оси Oz ($\partial/\partial z = 0$) нетрудно записать следующие граничные условия импедансного типа:

$$\begin{aligned} E_x^{(1)} &= ik_0 h \mu_c \left[H_z^{(1)} + \frac{1}{k_0^2 n_c^2} \frac{\partial^2 H_z^{(1)}}{\partial x^2} \right] + \frac{\xi_c h}{k_0 n_c^2} \frac{\partial^2 E_z^{(1)}}{\partial x^2}, \\ E_z^{(1)} &= -ik_0 h \mu_c H_x^{(1)} + \frac{k_0 h \xi_c}{2} E_x^{(1)}. \end{aligned} \quad (8)$$

Соотношения (8) будем называть односторонними приближенными граничными условиями (ОПГУ) для тонкого кирального слоя, расположенного на идеально проводящей плоскости.

При выводе ОПГУ (8) были удержаны только слагаемые первого порядка малости по параметру $k_0 h \sqrt{\epsilon_c \mu_c}$. Отметим, что используемый нами метод позволяет получить ОПГУ и более высокого порядка по малому

параметру $k_0 h \sqrt{\epsilon_c \mu_c}$. Однако, как показывает анализ, использование ОПГУ второго порядка точности для тонких киральных слоев $k_0 h \sqrt{\epsilon_c \mu_c} \ll 1$ не представляется целесообразным.

ОПГУ (8) в отличие от граничных условий, полученных в [4], связывают между собой все четыре тангенциальные составляющие электромагнитного поля. Поэтому в свободном пространстве с тонким киральным слоем E - и H -волны не могут быть независимыми. Заметим, что ОПГУ в [4] не содержат слагаемых, пропорциональных ξ_c , в отличие от формулы (8).

Отражение плоской электромагнитной волны от тонкого кирального слоя, расположенного на идеальнопроводящей плоскости

При помощи ОПГУ (8) несложно решить задачу о падении плоской электромагнитной волны на структуру, показанную на рис. 1. Будем считать, что на киральный слой падает ПЭМВ с перпендикулярной поляризацией (электрическое поле перпендикулярно плоскости падения) под углом θ (θ — угол между направлением распространения волны и нормалью к плоскости слоя). В этом случае коэффициенты отражения основной R_{hh} и деполаризованной R_{he} составляющих будут выражаться следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} R_{hh} &= \frac{(ik_0 h \mu_c \cos \theta - 1)[ik_0 h \mu_c \sin^2 \theta - n_c^2 (\cos \theta + ik_0 h \mu_c)] - k_0^2 h^2 \xi_c^2 \sin^2 \theta \cos \theta}{(ik_0 h \mu_c \cos \theta + 1)[ik_0 h \mu_c \sin^2 \theta - n_c^2 (\cos \theta + ik_0 h \mu_c)] + k_0^2 h^2 \xi_c^2 \sin^2 \theta \cos \theta}, \\ R_{he} &= \frac{2ik_0^2 h^2 \mu_c \xi_c}{(ik_0 h \mu_c \cos \theta + 1)[ik_0 h \mu_c \sin^2 \theta - n_c^2 (\cos \theta + ik_0 h \mu_c)] + k_0^2 h^2 \xi_c^2 \sin^2 \theta \cos \theta}. \end{aligned} \quad (9)$$

Здесь важно заметить, что применение ПГУ из [4] приводит к отсутствию отражения деполаризованной составляющей $R_{he} = 0$.

На рис. 2 представлены зависимости модулей коэффициентов отражения основной $|R_{hh}|$ (а) и деполаризованной $|R_{he}|$ (б) составляющих от нормированной толщины кирального слоя $k_0 h$ для случая падения плоской электромагнитной волны с перпендикулярной поляризацией под углом $\theta = \pi/4$ на киральный слой. Параметры киральной среды при расчетах принимали следующие значения: $\epsilon_c = 3.5 - 0.3i$, $\mu_c = 2.2 - 0.3i$; $\xi_c = 0.3$. Сплошная линия соответствует расчету по формулам (9), штриховая — строгий электродинамический расчет [3]. Как видно из рис. 2, а, использование ОПГУ приемлемо для достаточно тонких киральных слоев — до $k_0 h \lesssim 0.25$. При увеличении толщины слоя расчет по приближенным формулам (9) приводит к завышению

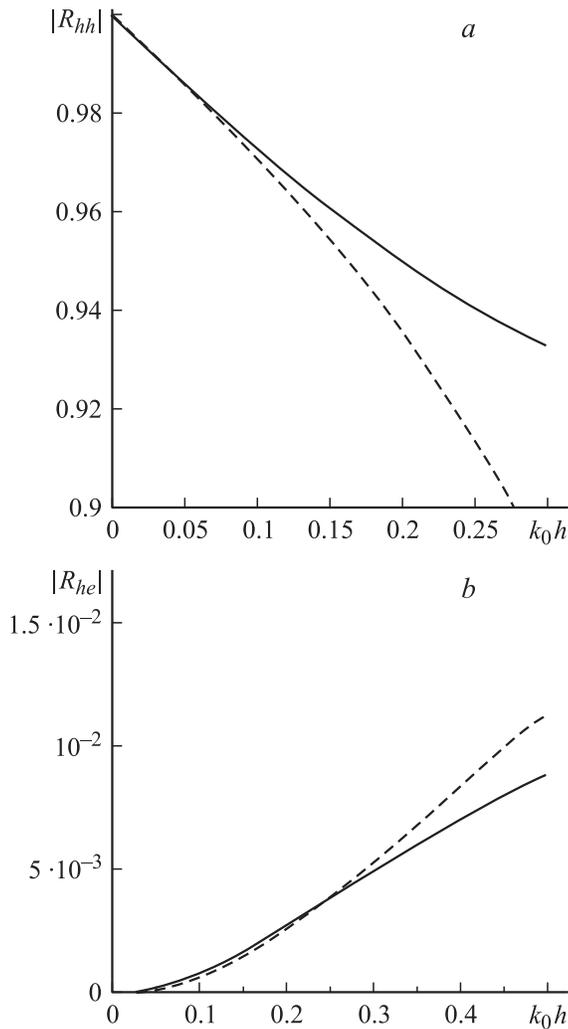


Рис. 2. Зависимость $|R_{hh}|$ (а) и $|R_{he}|$ (б) от нормированной толщины кирального слоя k_0h для случая падения ПЭМВ с перпендикулярной поляризацией. Сплошная линия — расчет по формулам (9), штриховая — строгий электродинамический расчет [3].

значений $|R_{hh}|$ по сравнению со строгим электродинамическим расчетом.

Как показывает анализ отражения деполяризованной составляющей (рис. 2, б), хорошее согласие результатов расчетов по строгим [3] и приближенным (9) формулам наблюдается при $k_0h \lesssim 0.5$. Кроме того, можно отметить, что при увеличении нормированной толщины кирального слоя k_0h отражение деполяризованной составляющей увеличивается.

Заключение

Полученные в работе ОПГУ могут быть применены при моделировании различных отражающих структур на основе тонких киральных слоев, а также при конструировании новых волноводных устройств СВЧ и КВЧ

диапазонов с киральными включениями. Предложенная методика вывода ОПГУ позволяет также получить двухсторонние ПГУ для тонкого кирального слоя, расположенного на границе раздела двух магнитоэлектрических (или ферритовых) сред с различными физическими параметрами.

Список литературы

- [1] Lindell I.V., Sihvola A.H., Tretyakov S.A. et al. *Electromagnetic Waves in Chiral and Bi-isotropic Media*. London: ArtechHouse, 1994. 291 p.
- [2] Каценеленбаум Б.З., Коршунова Е.Н., Сивов А.Н. и др. // УФН. 1997. Т. 167. № 11. С. 1201–1212.
- [3] Неганов В.А., Осипов О.В. // Изв. вузов. Радиофизика. 1999. Т. 42. № 9. С. 870–878.
- [4] Третьяков С.А. // РЭ. 1994. Т. 39. № 2. С. 184–192.
- [5] Курушин Е.П., Нефедов Е.И. *Электродинамика анизотропных волноведущих структур*. М.: Наука, 1983. 223 с.
- [6] Неганов В.А., Нефедов Е.И., Яровой Г.П. *Полосково-щелевые структуры сверх- и крайневисоких частот*. М.: Наука, 1996. 304 с.
- [2] Справочник по специальным функциям / Под ред. М. Абрамовица, И. Стигана. М.: Наука, 1979. 832 с.