Журнал технической физики, 2005, том 75, вып. 4

04

Плотности токов насыщения в критической точке сферического зонда в движущейся столкновительной плазме с отрицательными ионами или пылевыми частицами

© А.В. Кашеваров

Центральный аэрогидродинамический институт им. Н.Е. Жуковского (ЦАГИ),
140180 Жуковский, Московская область, Россия
E-mail: kash@dept.aerocentr.msk.su

(Поступило в Редакцию 18 февраля 2004 г.)

Рассмотрена проблема зондовой диагностики движущейся слабоионизованной столкновительной плазмы, содержащей отрицательные ионы (однозарядные) или макрочастицы (тяжелые ионы с большим зарядом). На основе асимптотического анализа получены выражения для плотностей токов насыщения электронов и других заряженных частиц в точке торможения плазменного потока, обтекающего сферический зонд в режиме ламинарного пограничного слоя.

Введение

Электрические зонды широко используются для диагностики плазмы, в частности, высокой плотности в присутствии отрицательных ионов [1,2] или заряженных пылевых частиц [3]. При этом возникает проблема интерпретации зондовых измерений. Работа зонда в потоке столкновительной плазмы описывается нелинейной системой дифференциальных уравнений в частных производных [4]. Ее решение, на основании которого определяется связь зондового тока с концентрацией заряженных частиц, как правило, может быть получено только численно. Численное исследование затрудняется из-за наличия малых и больших параметров задачи, приводящих к образованию пограничных слоев, а также к существенно разным масштабам изменения электрических и гидродинамических величин. Поэтому обычно ограничиваются вычислением токов насыщения как некоторых предельных токов на зонд при больших значениях его потенциала.

Появление плазменной компоненты в виде отрицательно заряженных ионов (в дополнении к электронам и полжительным ионам) еще более усложняет задачу. Ее анализ относительно прост только в случае сферического зонда в неподвижной плазме с замороженными химическими реакциями. Как показано в [4], присутствие однозарядных отрицательных ионов не сказывается на собирании зондом других заряженных частиц: безразмерные токи положительных ионов и электронов на зонд не изменяются (см. также [5]).

Влияние отрицательных ионов на вольт-амперную характеристику зонда в движущейся химически замороженной плазме изучалось в [6,7] с применением асимптотических и численных методов. Рассматривался плоский стеночный зонд, продольно обтекаемый несжимаемым потоком в режиме пограничного слоя. Выяснилось, что отрицательные ионы, влияя главным образом на электронный ток, приводят к незначительному увеличению тока положительных ионов. Аналогичные результаты получены в [1] при расчете тока насыщения положительных ионов на сферический и цилиндрический зонды в движущейся плазме, содержащей несколько сортов отрицательных ионов, которые образуются в результате химических реакций в продуктах сгорания углеводородного топлива с легкоионизируемой присадкой. Однако диагностические формулы, учитывающие присутствие отрицательных ионов, в [1,6,7] отсутствуют.

Такого рода формула, описывающая отношение величин токов отрицательно и положительно заряженных частиц на зонд в зависимости от отношения концентраций отрицательных ионов и электронов, приведена в [2]. Она получена на основе расчета вольт-амперной характеристики цилиндрического зонда, помещенного в неподвижную химически реагирующую плазму. Однако эта формула вызывает некоторые сомнения, так как в плоском случае цилиндрического зонда возникает вопрос о разрешимости краевой задачи для исходной системы зондовых уравнений [8], не исследованный в [2].

В последенее время большой интерес привлекает так называемая пылевая плазма, содержащая примесь макрочастиц, которые, приобретая большие электрические заряды, могут приводить к образованию пространственно упорядоченных структур [3,9,10]. Разработка теории зонда в пылевой плазме была начата в [5] для сферического зонда в покоящейся плазме. Пылевые частицы трактовались как дополнительная плазменная компонента, состоящая из очень тяжелых ионов с большим отрицательным зарядом. В рамках этого предположения в настоящей работе исследуется влияние движения пылевой плазмы на плотности токов насыщения в критической точке сферического зонда. Плазма с однозарядными отрицательными ионами рассматривается здесь как частный случай. В результате формула, подобная [2], для отношения плотностей токов насыщения отрицательных и положительных частиц выведена аналитически при некоторых предельных значениях параметров задачи.

Постановка задачи

Рассмотрим стационарное ламинарное несжимаемое течение столкновительной слабоионизованной химически замороженной и термически равновесной плазмы, состоящей из нейтральных частиц, электронов, положительных однозарядных ионов и отрицательно заряженных пылевых частиц с постоянным зарядовым числом Z, вокруг сферического зонда. Будем считать, что температура его поверхности не отличается от температуры потока (модель неохлаждаемого зонда), так что плазма имеет постоянные переносные свойства. Коэффициенты диффузии и подвижности заряженных частиц связаны соотношением Эйнштейна. В этих условиях система зондовых уравнений принимает вид

$$\mathrm{Re}\,\mathrm{Sc}_i(\mathbf{u}\nabla)n_i - \nabla(\nabla n_i - n_i\nabla\psi) = 0, \tag{1}$$

$$\beta_d\,\mathrm{Re}\,\mathrm{Sc}_i(\mathbf{u}\nabla)n_d - \nabla(\nabla n_d + Zn_d\nabla\psi) = 0, \tag{2}$$

$$\beta_e\,\mathrm{Re}\,\mathrm{Sc}_i(\mathbf{u}\nabla)n_e - \nabla(\nabla n_e + n_e\nabla\psi) = 0, \tag{3}$$

$$\alpha^2\nabla^2\psi = n_i - \gamma n_e - (1-\gamma)n_d. \tag{4}$$

Уравнения записаны в безразмерной форме. Здесь n_i, n_d, n_e — числовые концентрации положительных ионов, пылевых частиц и электронов, отнесенные к своим значениям на бесконечности N_i, N_d, N_e соответственно; ψ — безразмерный электрический потенциал, связанный с размерным потенциалом φ соотношением $\psi = -e\varphi/kT$, где e — элементарный заряд, k — постоянная Больцмана, T — температура плазмы; $\mathbf{u}$ — поле скорости течения, обезразмеренное через значение скорости на бесконечности U_∞. Пространственные переменные отнесены к характерному размеру, в качестве которого выступает радиус R зонда.

Параметрами задачи являются: гидродинамическое число Рейнольдса $\mathrm{Re} = U_\infty R/\nu$ (ν — коэффициент кинематической вязкости), ионное число Шмидта $\mathrm{Sc}_i = \nu/D_i$ (D_i — коэффициент диффузии положительных ионов), отношения коэффициентов диффузии $\beta_d = D_i/D_d$ и $\beta_e = D_i/D_e$, отношение концентраций электронов и положительных ионов на бесконечности $\gamma = N_e/N_i$, отношение $\alpha = \lambda_D/R$ дебаевского радиуса к радиусу зонда. Дебаевский радиус определяется здесь как $\lambda_D = \sqrt{\varepsilon_0 kT/N_i e^2}$ (ε_0 — диэлектрическая постоянная вакуума). При записи уравнения (4) использовано условие квазинейтральности на бесконечности $N_i = N_e + ZN_d$.

Граничными условиями для уравнений (1)–(4) являются: на поверхности зонда ($r = 1$) с потенциалом ψ_p

$$n_i = n_d = n_e = 0, \quad \psi = \psi_p, \tag{5}$$

при $r \to \infty$

$$n_i \to 1,\ n_d \to 1,\ n_e \to 1,\ \psi \to 0. \tag{6}$$

В обычных условиях число $\mathrm{Sc}_i \cong 1$, а диффузионное отношение $\beta_e \ll 1$. Параметр $\beta_d \cong 1$ в случае однозарядных отрицательных ионов и $\beta_d \gg 1$ для макрочастиц с зарядовым числом $Z \gg 1$.

Будем предполагать, что обтекание зонда происходит при числе $\mathrm{Re} \gg 1$, а дебаевский радиус мал по сравнению с радиусом зонда $\alpha \ll 1$. Дополнительно потребуем, чтобы относительная доля электронов в набегающем потоке была мала $\gamma \ll 1$, строго говоря, $\gamma \to 0$. Рассмотрение такого крайнего случая имеет смысл, так как вклад электронов в суммарный зондовый ток отрицательно заряженных частиц пропорционален γ/β_e, т. е. может быть существен ввиду малого значения β_e (также будем считать отношение $\beta_e \to 0$). Кроме того, изучение этого случая делает возможным определить максимальное влияние присутствия отрицательных ионов на ток положительных ионов. Известно также, что в пылевой плазме с отрицательно заряженной пылью действительно происходит значительное снижение концентрации электронов.

Найдем плотности токов насыщения заряженных частиц в точке торможения плазменного потока. Формально токи насыщения достигаются в пределе $|\psi_p| \to \infty$ и $\alpha \to 0$.

Плотности токов насыщения ионов (частиц)

Допущение $\gamma \to 0$ позволяет пренебречь в (4) членом γn_e и на начальном этапе решения исключить из рассмотрения уравнение (3). Тогда анализ задачи вначале практически повторяет сделанный в [11] для плазмы, не содержащей отрицательных ионов.

При $\alpha \ll 1$ из (4) следует, что в большей части пространства имеет место квазинейтральность плазмы, т. е. $n_i \cong n_d = n$, которая нарушается лишь в тонком призондовом слое объемного заряда. Далее, при $\mathrm{Re} \gg 1$ в поле течения можно выделить невязкую область и вязкий пограничный слой.

Для невязкой области имеем решение системы (1), (2), (4), удовлетворяющее граничному условию (6)

$$n_i = 1,\ n_d = 1,\ \psi = B/r. \tag{7}$$

Здесь B — некоторая постоянная, подлежащая определению; r — радиальная координата. В области вязкого пограничного слоя изменения концентраций n_i и n_d вдоль линии торможения потока описываются обыкновенными дифференциальными уравнениями

$$\mathrm{Re}\,\mathrm{Sc}_i v(y)\frac{dn_i}{dy} - \frac{d}{dy}\left(\frac{dn_i}{dy} - n_i\frac{d\psi}{dy}\right) = 0, \tag{8}$$

$$\beta_d\,\mathrm{Re}\,\mathrm{Sc}_i v(y)\frac{dn_d}{dy} - \frac{d}{dy}\left(\frac{dn_d}{dy} + Zn_d\frac{d\psi}{dy}\right) = 0. \tag{9}$$

Уравнения (7), (8) получаются из (1), (2) в результате замены $r = 1 + y$ как предел при $\mathrm{Re} \to \infty$ и $y \to 0$, причем стремление происходит так, чтобы произведение $y\mathrm{Re}^{1/2}$ оставалось конечным.

Согласно теории пограничного слоя [12], распределение поперечной составляющей скорости $v(y)$ в окрестности критической скорости сферы имеет вид

$$v(y) = -3^{-1/2}\mathrm{Re}^{-1/2} f_1(\eta), \quad \eta = 3^{1/2}\mathrm{Re}^{1/2} y, \tag{10}$$

где $f_1(\eta)$ — известная функция, представляющая собой коэффициент в первом члене ряда Блазиуса.

Считаем, что слой объемного заряда много тоньше, чем вязкий пограничный слой, так что квазинейтральность сохраняется в большей части последнего. Из (8) и (9) с учетом (10) получим уравнение концентрационного пограничного слоя

$$\mathrm{Sc} f_1(\eta)\frac{dn}{d\eta} + \frac{d^2 n}{d\eta^2} = 0,$$

где $\mathrm{Sc} = (\beta_d + Z)\mathrm{Sc}_i/(1+Z)$ — амбиполярное число Шмидта.

Решение этого уравнения, удовлетворяющее (7) при $\eta \to \infty$, имеет вид

$$n = 1 - cI(\mathrm{Sc}) + c\int\limits_0^{\eta} \exp\{-\mathrm{Sc}\,F_1(\eta)\}d\eta,$$

$$I(\mathrm{Sc}) = \int\limits_0^{\infty} \exp\{-\mathrm{Sc}\,F_1(\eta)\}d\eta, \quad F_1(\eta) = \int\limits_0^{\eta} f_1(\eta)d\eta, \tag{11}$$

где c — постоянная интегрирования.

При $\eta \ll 1$ уравнение (11) можно приближенно записать, снова переходя к переменной y, в виде

$$n \cong 1 - cI(\mathrm{Sc}) + c3^{1/2}\mathrm{Re}^{1/2}y. \tag{12}$$

С другой стороны, вблизи зонда при $y \to 0$ имеем $v(y) \to 0$. Поэтому, пренебрегая в (8), (9) первыми членами, после интегрирования этих уравнений получим

$$\frac{dn_i}{dy} - n_i\frac{d\psi}{dy} = j_i, \tag{14}$$

$$\frac{dn_d}{dy} + Zn_d\frac{d\psi}{dy} = j_d, \tag{15}$$

где j_i, j_d — безразмерные плотности тока положительных ионов и отрицательных пылевых частиц (ионов) на зонд в точке торможения потока.

Умножая (14) на Z, складывая с (15) и интегрируя, получим для квазинейтральной концентрации заряженных частиц вблизи зонда выражение

$$n = A + \frac{Zj_i + j_d}{1+Z}y = \frac{Zj_i + j_d}{1+Z}(y - y_s). \tag{16}$$

Здесь A — постоянная интегрирования, $y_s = (1+Z)A/(Zj_i + j_d)$ обозначает условную координату границы слоя объемного заряда. Сравнивая (16) и (12), находим

$$c = 3^{-1/2}\mathrm{Re}^{-1/2}(Zj_i + j_d)/(1+Z), \quad A = 1 - cI(\mathrm{Sc}).$$

Плотности токов насыщения определяются из (16) после удовлетворения граничному условию $n \to 0$ при $y \to 0$. При этом $A \to 0$. Это означает, что $y_s \to 0$, т. е. слой объемного заряда вырождается, что имеет место при $\alpha \to 0$. Полагая j_i или $j_d \to 0$, что происходит при больших абсолютных потенциалах зонда $|\psi_p| \to \infty$, получаем для плотностей токов насыщения j_1^*, j_d^* выражения

$$j_i^* = (1+Z^{-1})3^{1/2}\mathrm{Re}^{1/2}/I(\mathrm{Sc}), \quad j_d^* = Zj_i^*. \tag{17}$$

Для отрицательных ионов при $Z = 1$ и $\beta_d \cong 1$ амбиполярное чисо $\mathrm{Sc} \cong 1$. Зависимость $I(\mathrm{Sc})$ при $\mathrm{Sc} \le 1$ аппроксимируется выражением [11]

$$I(\mathrm{Sc}) = (\pi/2)^{1/2}\mathrm{Sc}^{-1/2}(1 + 0.405\mathrm{Sc}^{0.427}). \tag{18}$$

Формула (17) при $Z = 1$ описывает плотность тока насыщения положительных ионов и в том случае, когда в плазме находятся только электроны, а отрицательные ионы отсутствуют. При этом число $\mathrm{Sc} \cong 0.5$. Из (18) имеем $I(1) \approx 1.76$, $I(0.5) \approx 2.31$. Следовательно, исходя из (17), (18), получаем, что при наличии отрицательных ионов плотность тока насыщения положительных ионов увеличивается максимум на 31%.

Для пылевых частиц $Z \gg 1$ и $\beta_d \gg 1$. Например, для условий зондового эксперимента в плазме пламени значение $D_i \sim 5\,\mathrm{cm^2/s}$, а частицы радиусом $1\,\mu$m имеют коэффициент диффузии $D_d \sim 2\cdot 10^{-7}\,\mathrm{cm^2/s}$ [5], т. е. $\beta_d \sim 2.5\cdot 10^7$. Зарядное число для пылинок составляет $Z = 10^2{-}10^5$ [3]. Таким образом, в случае пылевой плазмы число $\mathrm{Sc} \cong \beta_d/Z \gg 1$.

При $\mathrm{Sc} \gg 1$ подынтегральная функция в интеграле $I(\mathrm{Sc})$ быстро убывает и его значение определяется поведением подынтегральной функции вблизи нуля. Разлагая $F_1(\eta)$ в (11) в ряд Тейлора вблизи нуля и учитывая, что $f_1(0) = f_1'(0) = 0$, получим

$$I(\mathrm{Sc}) = \int\limits_0^{\infty} \exp\left[-\mathrm{Sc} f_1''(0)\eta^3/6\right]d\eta$$

$$= \frac{2^{1/3}}{3^{2/3}[f_1''(0)]^{1/3}\mathrm{Sc}^{1/3}}\Gamma\left(\frac{1}{3}\right) \approx 2.35\mathrm{Sc}^{-1/3}, \tag{19}$$

так как значение гамма-функции $\Gamma(1/3) \approx 2.68$, а $f_1''(0) \approx 0.332$ [12].

Пусть $Z = 10^3$, тогда из (19) имеем $I(2500) \approx 0.08$ и, исходя из (17), получаем, что в присутствии пылевых частиц увеличение плотности тока насыщения положительных ионов достигает 14.4 раз. Интересно, что для неподвижной пылевой плазмы, напротив, предсказано его уменьшение до двух раз [5].

Размерная плотность J_i^* ионного тока насыщения связана с безразмерной соотношением $J_i^* = eN_iD_ij_i^*/R$.

Плотность электронного тока насыщения

Для определения электронного тока насыщения необходимо предварительно исследовать поведение электрического потенциала. Комбинируя (8) и (9) так, чтобы устранить конвективные члены, в результате интегрирования получим для всей квазинейтральной области вязкого пограничного слоя

$$\psi = \frac{\beta_d - 1}{\beta_d + Z} \ln n + b_1 \int \frac{dy}{n} + b_2, \qquad (20)$$

где b_1, b_2 — постоянные интегрирования.

На границе вязкого слоя при $y \to \infty$ имеем $n \to 1$ и из (20) получим

$$\psi \to b_1 y + b_2. \qquad (21)$$

Это означает, что электрическое поле не исчезает на границе вязкого пограничного слоя, распространяясь во внешний невязкий поток. Переходя в выражении (7) для потенциала в невязкой области от переменной r к y, получим при $y \ll 1$ его представление в вязком пограничном слое

$$\psi = B(1 - y).$$

Сравнивая с (21) находим, что $b_2 = -b_1 = B$.

Непосредственно из уравнений (14), (15) найдем, что в квазинейтральной области вблизи зонда

$$\psi = -\lambda \ln\left[\frac{Zj_i + j_d}{1+Z}(y - y_s)\right] - b_1, \;\; \lambda = \frac{j_i - j_d}{Zj_i + j_d}. \quad (22)$$

Постоянную b_1 можно определить, сравнив (22) с решением (20) при подстановке в последнее выражение (16) для n. Будем иметь

$$b_1 = (j_d - \beta_d j_i)/(Z + \beta_d). \qquad (23)$$

Теперь, когда известно поведение электрического потенциала в трех зонах квазинейтральной области, а именно в ближней и дальней зонах вязкого пограничного слоя и во внешнем невязком потоке, можно перейти к анализу оставшегося уравнения (3) для концентрации электронов.

При $\beta_e \to 0$, интегрируя (3) вдоль линии торможения потока, получим

$$dn_e/dr + n_e d\psi/dr = j_e/r^2, \qquad (24)$$

где j_e — безразмерная плотность электронного тока в критической точке.

Для внешнего невязкого потока, где $\psi = -b_1/r$, найдем решение, удовлетворяющее граничному условию (6)

$$n_e = j_e/b_1 + (1 - j_e/b_1)\exp(b_1/r).$$

Переходя к переменной пограничного слоя y, получим при $y \ll 1$ представление внешнего решения в области пограничного слоя

$$n_e = j_e/b_1 + (1 - j_e/b_1)\exp(b_1)\exp(-b_1 y). \qquad (25)$$

С другой стороны, в области вязкого пограничного слоя вместо (24) имеем уравнение

$$dn_e/dy + n_e d\psi/dy = j_e,$$

общим решением которого является

$$n_e = e^{-\psi}\left(C + j_e \int e^{\psi} dy\right), \qquad (26)$$

где C — постоянная интегрирования.

Подставляя в (26) выражение для ψ (21), найдем, что на границе вязкого пограничного слоя при $y \to \infty$

$$n_e \to j_e/b_1 + C\exp(b_1)\exp(-b_1 y),$$

и, сравнивая с (21), определяем

$$C = 1 - j_e/b_1.$$

Подставляя в (26) выражение для ψ (22), получаем распределение n_e в квазинейтральной области вблизи зонда

$$n_e = C\exp(b_1)\left(\frac{Zj_i + j_d}{1+Z}\right)^{\lambda}(y - y_s)^{\lambda} + \frac{j_e}{1-\lambda}(y - y_s). \qquad (27)$$

Найдем электронный ток насыщения из условия $n_e = 0$ при $y = 0$, причем $j_i = 0$, $j_d = j_d^*$ и, кроме того, $y_s = 0$. Тогда из (22) имеем $\lambda = -1$ и, чтобы избежать сингулярности в (27), убеждаемся, что должно быть $C = 0$. Следовательно, с учетом (23) и (17) получаем связь

$$j_e^* = j_d^*/(Z + \beta_d) = Zj_i^*/(Z + \beta_d).$$

Размерная плотность J_e^* электронного тока насыщения определяется как $J_e^* = eN_eD_e j_e^*/R = e\gamma N_i D_e j_e^*/R$, а размерная плотность J_d^* других отрицательных частиц $J_d^* = eZN_dD_d j_d^*/R = e(1-\gamma)N_iD_d j_d^*/R$ (при переходе от безразмерного тока насыщения пылевых частиц к размерному току в [5] была допущена неточность, приведшая к завышению вклада пыли в суммарный размерный ток насыщения отрицательных частиц в Z раз).

Введем отношение $\mathfrak{J} = (J_e^* + J_d^*)/J_i^*$, которое запишется как

$$\mathfrak{J} = \frac{\gamma}{\beta_e(1 + \beta_d/Z)} + \frac{1-\gamma}{\beta_d/Z}, \qquad (28)$$

где первый член описывает вклад электронов в суммарный ток отрицательных частиц.

В частном случае отрицательных ионов $\beta_d/Z \cong 1$ имеем, пренебрегая γ по сравнению с единицей в (28),

$$\mathfrak{J} \approx \gamma/2\beta_e + 1.$$

Пусть $\gamma = 0.05$, для β_e примем значение $\beta_e = 1.7 \cdot 10^{-3}$ [5]. Получим $\mathfrak{J} \approx 15.7$, причем вклад электронов в 14.7 раз превышает вклад отрицательных ионов в суммарный ток, несмотря на малую долю электронов в плазме. Известно, что в отсутствие отрицательных ионов параметр $\mathfrak{J} = 1/\beta_e$ (независимо от формы зонда), т. е. при наших оценках $\mathfrak{J} = 588$. Измерения, проведенные, например, цилиндрическим зондом в плазме пламени с присадкой натрия [13], показали, что электронный ток насыщения всего лишь в 7 раз превышает ионный. Это свидетельствует о большой доле отрицательных ионов, образующихся у более холодной поверхности зонда.

В случае пылевых частиц при $\beta_d/Z \gg 1$ получаем

$$\mathfrak{J} \approx (Z/\beta_d)(\gamma/\beta_e + 1),$$

т. е. вклад электронов в суммарный ток отрицательных частиц увеличивается в два раза по сравнению со случаем отрицательных ионов. Однако ток насыщения положительных ионов значительно превосходит суммарный ток насыщения отрицательных частиц. Так, при $Z = 10^3$, $\beta_d = 2.5 \cdot 10^7$ и тех же γ и β_e, что и выше, имеем $\mathfrak{J} \approx 1.2 \cdot 10^{-3}$ и превышение тока насыщения положительных ионов более чем в 800 раз над током насыщения отрицательно заряженных частиц.

Для полноты изложения приведем параметр $\mathfrak{J}$ для сферического зонда в неподвижной пылевой плазме [5]

$$\mathfrak{J} \approx 2\gamma/\beta_e + Z/\beta_d,$$

т. е. вклад отрицательно заряженных пылевых частиц в суммарный ток пренебрежимо мал, и при наших оценках $\mathfrak{J} \approx 60$.

Заключение

Результаты проведенного теоретического исследования показывают, что в движущейся плотной пылевой плазме с отрицательно заряженными макрочастицами плотность тока насыщения положительных ионов в критической точке сферического зонда должна значительно увеличиваться по сравнению со случаем, когда пыль отсутствует. Наличие же однозарядных отрицательных ионов слабо увеличивает плотность тока насыщения положительных ионов. По отношению плотностей токов насыщения отрицательных и положительных частиц можно судить о присутствии отрицательных ионов или макрочастиц в плазме.

Часть работы выполнена при финансовой поддержке ИНТАС (проект № 1817).

Список литературы

[1] *Бенилов М.С., Косов В.Ф., Рогов Б.В., Синельщиков В.А.* // ТВТ. 1987. Т. 25. № 3. С. 573.
[2] *Власов П.А., Карасевич Ю.К., Панкратьева И.Л., Полянский В.А.* // ТВТ. 1988. Т. 26. № 6. С. 1047.
[3] *Нефедов А.П., Петров О.К., Фортов В.Е.* // УФН. 1997. Т. 167. № 11. С. 1215.
[4] *Чан П., Тэлбот Л., Турян К.* Электрические зонды в неподвижной и движущейся плазме. М.: Мир, 1978. 202 с.
[5] *Кашеваров А.В.* // ТВТ. 2002. Т. 40. № 5. С. 702.
[6] *Touryan K.J., Chung P.M.* // AIAAJ. 1971. Vol. 9. N 3. P. 365.
[7] *Bailey P.B., Touryan K.J.* // AIAAJ. 1973. Vol. 11. N 9. P. 1225.
[8] *Кашеваров А.В.* // Ученые записки ЦАГИ. 2003. Т. 34. № 3–4. С. 59.
[9] *Цытович В.Н.* // УФН. 1997. Т. 167. № 1. С. 57.
[10] *Игнатов А.М.* // УФН. 2001. Т. 171. № 2. С. 213.
[11] *Кашеваров А.В.* // ТВТ. 2001. Т. 39. № 3. С. 381.
[12] *Шлихтинг Г.* Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1974. 712 с.
[13] *Егорова З.М., Кашеваров А.В.* // ПМТФ. 1993. Т. 34. № 2. С. 3.