

01;03;08

## Слабые ударные волны в неравновесных средах с отрицательной дисперсией

© В.Г. Макарян, Н.Е. Молевич

Самарский государственный аэрокосмический университет им. С.П. Королева,  
443086 Самара, Россия  
e-mail: molevich@mb.ssau.ru

(Поступило в Редакцию 30 июля 2004 г.)

С точностью до величин второго порядка малости построены замороженная и равновесная ударные адиабаты в газе с поддерживаемой стационарной неравновесностью. С помощью этих адиабат найдена структура слабых ударных волн и рассмотрены условия их устойчивости в неравновесных средах с отрицательной дисперсией, т. е. в условиях, когда скорость низкочастотного (равновесного) звука превышает скорость высокочастотного („замороженного“) звука. На основе модельного нелинейного уравнения, описывающего эволюцию газодинамических возмущений в средах с малой дисперсией, рассмотрена нестационарная эволюция ударных волн при отрицательном низкочастотном коэффициенте нелинейности. Это соответствует низкочастотной адиабате, обращенной выпуклостью вверх. Показано, что в этом случае возможно существование ступенькообразной автоволны, амплитуда которой полностью определена параметрами неравновесности среды и соответствует точке пересечения низкочастотной и высокочастотной адиабат. Кроме того, возможно расщепление исходной нестационарной ударной волны на две стационарные волны: впереди бежит та же самая ступенькообразная автоволна, а за ней распространяется стационарная ударная волна разрежения с плавным фронтом.

Акустика термодинамически неравновесных сред (таких как колебательно-возбужденный газ, неизоэнтальпическая плазма, химически активные смеси, среды с неравновесными фазовыми переходами, газовзвеси с разными температурами компонент и т. д.) существенно отличается от акустики равновесных сред [1]. В подобных средах возможна инверсия коэффициентов второй (объемной) вязкости  $\xi < 0$  и дисперсии (низкочастотная скорость звука может превышать высокочастотную скорость звука  $c_0 > c_\infty$ ) [1–13]. Среда с отрицательной вязкостью является акустически активной. Кроме того, низкочастотный коэффициент гидродинамической нелинейности уже не определяется просто как  $\Psi_0 \sim (\gamma_0 + 1)/2$ , а вместо этого является сложной функцией стационарной степени неравновесности среды и может быть даже отрицательным [5,14]. Эти новые акустические свойства необходимо учитывать при рассмотрении различных газодинамических явлений, протекающих в этих средах. Очевидно, что прежде всего их влияние может быть заметным при исследовании структуры газодинамических возмущений малой, но конечной амплитуды. В [15,16] была исследована структура ударных волн при  $\Psi_0 > 0$  на основе решения модельного нелинейного уравнения, полученного в приближении слабой дисперсии неравновесной среды. В разделе 1 настоящей работы стационарная структура слабых ударных волн в неравновесных средах исследована при  $\Psi_0 > 0$  и  $\Psi_0 < 0$  с помощью простого анализа видов ударных адиабат.

В средах с аномальными термодинамическими свойствами, такими что  $\Psi \sim (d^2\tilde{P}/d\tilde{V}^2)_S < 0$ , невозможны ударные волны сжатия, но возможны ударные волны разрежения [17,18]. Если в рассматриваемом интервале

изменения давления осуществляются оба знака коэффициента нелинейности  $\Psi$ , то могут возникать сложные режимы с одновременным существованием и разрывов и примыкающих к ним размытых волн, а также являющиеся комбинацией нескольких ударных волн [17]. В разделе 2 настоящей работы показано, что подобные сложные режимы могут также реализоваться в термодинамически неравновесных средах при разных знаках низкочастотного и высокочастотного коэффициентов нелинейности  $\Psi_0 < 0$ ,  $\Psi_\infty > 0$ .

### 1. Стационарная структура слабых ударных волн в неравновесных средах с отрицательной дисперсией

Наличие в газе сравнительно медленно протекающих релаксационных процессов — химических реакций, замедленной передачи энергии между различными степенями свободы и тому подобных приводит к значительному расширению ударной волны и усложнению ее структуры [17–21]. В релаксационной газодинамике рассматриваются две ударные адиабаты, проведенные через заданную начальную точку 1. Одна предполагает полную равновесность конечных состояний газа, поэтому называется равновесной адиабатой. Другая адиабата называется замороженной. Она получается в предположении, что релаксационные процессы не происходят вовсе, „заморожены“. Для волн малой амплитуды эти адиабаты могут быть записаны с точностью до величин второго порядка малости относительно изменения

удельного объема  $V_2 - V_1$  в виде

$$P_2 - P_1 = \rho_1 c_0^2 \left[ -\frac{V_2 - V_1}{V_1} + \Psi_0 \frac{(V_2 - V_1)^2}{V_1^2} \right],$$

$$P_2 - P_1 = \rho_1 c_\infty^2 \left[ -\frac{V_2 - V_1}{V_1} + \Psi_\infty \frac{(V_2 - V_1)^2}{V_1^2} \right]. \quad (1)$$

Здесь  $c_0$ ,  $\Psi_0$  и  $c_\infty$ ,  $\Psi_\infty$  — низкочастотные (равновесные) и высокочастотные („замороженные“) скорости звука и коэффициенты нелинейности соответственно;  $P_1$ ,  $P_2$  — значения давления в начальном и конечном состояниях;  $\rho_1 = 1/V_1$  — значение плотности в состоянии 1. В состояниях, близких к равновесному, уравнение релаксации имеет вид

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{E - E_e}{\tau}, \quad (2)$$

где  $E$  — некоторая физическая величина, характеризующая состояние тела;  $E_e$  — ее значение в состоянии равновесия.

В этом случае для политропных газовых сред  $c_0 = \sqrt{\gamma_0 T/m}$ ,  $c_\infty = \sqrt{\gamma_\infty T/m}$ ,  $\Psi_0 = (\gamma_0 + 1)/2$ ,  $\Psi_\infty = (\gamma_\infty + 1)/2$ , причем  $\gamma_0 < \gamma_\infty$ . Таким образом, релаксационный процесс (2) всегда приводит к положительной дисперсии звука. Кроме того, с точностью до величин второго порядка малости ударные адиабаты (1) совпадают с соответствующими адиабатами Пуассона. На рис. 1 представлен качественный вид равновесной (кривая  $e$ ) и „замороженной“ (кривая  $f$ ) ударных адиабат, проведенных через заданную начальную точку  $I$ . Здесь  $\tilde{P} = (P_2 - P_1)/\rho_1 c_\infty^2$ ,  $\tilde{V} = (V_2 - V_1)/V_1$  — безразмерные приращения давления и удельного объема в ударной волне. Скорость ударной волны определяется наклоном хорды, проведенной из начального состояния  $I$  в конечное 2:  $\tilde{D}^2 = D^2/c_\infty^2 = -\tilde{P}/\tilde{V}$ .

Для малой скорости ударной волны, такой что  $c_0/c_\infty < \tilde{D} < 1$ , хорда  $I-2$  расположена между касательными к кривым  $e$  и  $f$  в точке  $I$  (рис. 1) Как

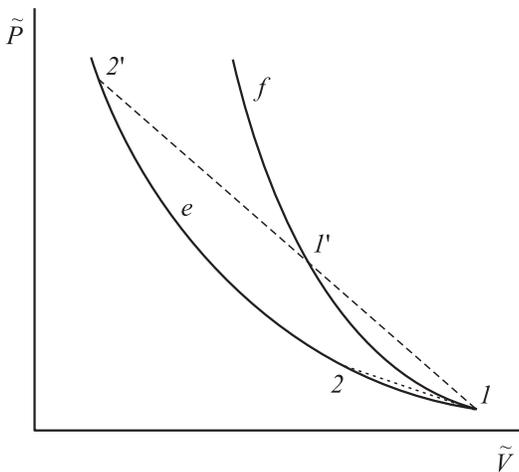


Рис. 1. „Замороженная“ и равновесная ударные адиабаты в релаксирующем газе.

показано в [17–20], этот случай соответствует простому расширению ударной волны (тем большему, чем больше коэффициент второй вязкости  $\xi \sim \rho(c_\infty^2 - c_0^2)\tau$ ).

При  $\tilde{D} > 1$  хорда занимает положение  $I-I'-2'$ . Точка  $I'$  соответствует состоянию с замороженной относительно состояния  $I$  релаксацией. Сжатие газа от состояния  $I$  до состояния  $I'$  происходит скачком, затем уже происходит постепенное сжатие до конечного состояния  $2'$  [17–21].

Рассмотрим теперь распространение ударной волны в газовых средах со стационарно поддерживаемым неравновесным состоянием  $E > E_e$ . Простейшая модель такой среды предполагает наличие экспоненциального закона релаксации, аналогичного (2),

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{E - E_e}{\tau} + Q. \quad (3)$$

Например, для колебательного-возбужденного газа  $E$  — энергия колебательных степеней свободы молекул;  $E_e$  — ее равновесное значение;  $\tau$  — время колебательной релаксации;  $Q$  — источник энергии, поддерживающий термодинамическую неравновесность в системе (в частности, это может быть оптическая или электрическая накачка). В этом случае низкочастотный показатель адиабаты и коэффициент нелинейности зависят от стационарной степени неравновесности среды  $S = Q\tau/T$

$$\gamma_0 = \frac{C_{P0}}{C_{V0}},$$

$$\Psi_0 = \left[ \frac{S\tau'(1+S)}{C_{P0}C_{V0}} + \frac{1+2C_{V0}}{2C_{V0}} - \frac{S(1+S)^2}{2C_{P0}C_{V0}^2}\tau'' \right],$$

где  $C_{V0} = C_{V\infty} + C_k + S\tau'$ ;  $C_{P0} = C_{P\infty} + C_k + S(\tau' + 1)$ ,  $C_{V\infty}$ ,  $C_{P\infty}$  — низкочастотные и высокочастотные теплоемкости в колебательно-возбужденном газе при постоянном объеме и давлении [5,14];  $C_k = dE_e/dT$  — равновесная колебательная теплоемкость;  $\tau' = \partial \ln \tau / \partial \ln T$ ;  $\tau'' = T^2 \tau^{-2} \partial^2 \tau / \partial T^2$ .

Коэффициент нелинейности  $\Psi_0 = (1 + \gamma_0)/2$  только в отсутствие стационарной неравновесности среды, когда  $S = 0$ . Поэтому при  $S \neq 0$  равновесная ударная адиабата отличается от адиабаты Пуассона уже для величин второго порядка малости.

В подобных средах со стационарной термодинамической неравновесностью дисперсия скорости звука может быть отрицательной. В рамках рассматриваемой модели в случаях  $\tau' < 0$  низкочастотная скорость звука  $c_0$  больше высокочастотной  $c_\infty$  при значениях степени неравновесности, удовлетворяющих неравенству  $C_k/(C_{V\infty} - \tau') < S < -(C_{V\infty} + C_k)/\tau'$ . В работах [7–13] получены условия отрицательной дисперсии скорости звука при использовании других моделей релаксации внутренних степеней свободы молекул, а также для химически активных смесей, многофазных сред и слабоионизованного газа. Коэффициент нелинейности  $\Psi_0$  в зависимости от степени неравновесности  $S$

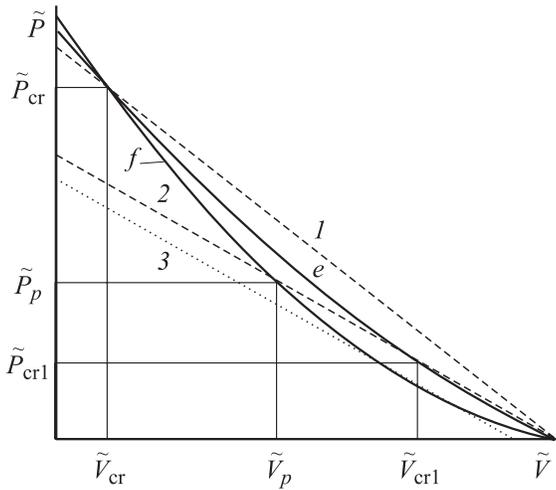


Рис. 2. Ударные адиабаты при  $c_0 > c_\infty$ ,  $0 < \Psi_0 \gamma_0 / \gamma_\infty < \Psi_\infty$ .

и вида  $\tau(T)$  может быть как положительным, так и отрицательным [14].

Структуру ударных волн в среде с отрицательной дисперсией можно исследовать способом, описанным выше. Равновесная и „замороженная“ ударные адиабаты (1) при  $c_0 > c_\infty$ ,  $0 < \Psi_0 \gamma_0 / \gamma_\infty < \Psi_\infty$  представлены на рис. 2 (кривые  $e$  и  $f$ ). При таких значениях  $\Psi_0$  адиабаты пересекаются. Наклон хорды, проведенной в точку пересечения равновесной и замороженной адиабат (рис. 2, прямая  $1$ ), определяет критическую скорость ударной волны

$$\tilde{D}_{cr} = \sqrt{1 + \Psi_\infty \tilde{\rho}_{cr}}. \quad (4)$$

Безразмерное приращение плотности в слабой ударной волне, распространяющейся с такой скоростью, равно

$$\tilde{\rho}_{cr} \approx -\tilde{V}_{cr} = \frac{m}{\Psi_\infty - \gamma_0 \Psi_0 / \gamma_\infty}, \quad (5)$$

где  $m = (c_0^2 - c_\infty^2) / c_\infty^2$ .

При скорости ударной волны  $\tilde{D} \geq \tilde{D}_{cr}$  (наклон соответствующей хорды больше наклона прямой  $1$ ) ее структура обычна для релаксирующих сред с положительной дисперсией, так как точка пересечения этой хорды с замороженной адиабатой лежит правее точки пересечения с равновесной адиабатой. Поэтому сначала происходит быстрое сжатие до величины, определяемой пересечением соответствующей хорды с „замороженной“ адиабатой. Вслед за этим уже происходит постепенное сжатие до конечного состояния, определяемого пересечением данной хорды с равновесной адиабатой. Соответствующая структура ударной волны показана на рис. 3 (кривая  $1$ ). Заметим, что при  $\Psi_0 \gamma_0 / \gamma_\infty > \Psi_\infty$  такая структура ударной волны не реализуется, так как ударные адиабаты не пересекаются.

При скорости ударной волны  $\tilde{D}_{cr1} < \tilde{D} < \tilde{D}_{cr}$  (наклон хорды больше, чем наклон прямой  $2$ , но меньше, чем наклон прямой  $1$  (рис. 2)) ее структура будет совершенно

другой (рис. 3, кривая  $2$ ), так как в этой области „замороженная“ адиабата лежит левее равновесной адиабаты. Опять происходит быстрое сжатие до величины, определяемой пересечением соответствующей хорды с замороженной адиабатой. Затем происходит постепенное расширение до конечного состояния, определяемого пересечением данной хорды с равновесной адиабатой.

Величина  $\tilde{D}_{cr1} = \sqrt{1 + m + \gamma_0 \Psi_0 \tilde{\rho}_{cr1} / \gamma_\infty}$  определяется из условия равенства наклонов касательной  $3$  к адиабате  $f$  в точке  $\tilde{V}_{cr1}$  и хорды  $2$ , проведенной через эту же точку на адиабате  $e$  (рис. 2), т.е.  $\tilde{D}_{cr1}^2 = -(d\tilde{P}/d\tilde{V})_{f, V=\tilde{V}_{cr1}} = 1 - 2\Psi_\infty \tilde{V}_{cr1}$ , откуда получаем  $\tilde{\rho}_{cr1} \approx -\tilde{V}_{cr1} = m / (2\Psi_\infty - \gamma_0 \Psi_0 / \gamma_\infty)$ . Заметим, что полученные в настоящей работе значения  $\rho_{cr}$ ,  $\rho_{cr1}$  отличаются от значений, полученных другим методом [15,16], только наличием множителя  $\gamma_0 / \gamma_\infty$  перед  $\Psi_0$ . Причина этого расхождения объяснена в разделе 2.

Наклон касательной  $3$  определяет скорость бесконечно малого возмущения (скорость высокочастотного звука), распространяющегося за фронтом ударной волны. Для устойчивого распространения эта скорость должна превышать скорость ударной волны. Поэтому ударные волны со скоростями  $\tilde{D} \leq \tilde{D}_{cr1}$  будут эволюционно неустойчивыми. Ранее в [15] показано, что подобная неустойчивая ударная волна в среде с отрицательной дисперсией распадается на последовательность стационарных ударно-волновых импульсов. Эти импульсы являются автоволнами, так как их форма, скорость и амплитуда не зависят от скорости исходной неустойчивой ударной волны. Амплитуда импульса определена точкой пересечения хорды  $2$  с адиабатой  $f$  (рис. 2) и равна  $\rho_p = 2\tilde{\rho}_{cr1}$ , скорость импульса равна  $\tilde{D}_{cr1}$ . Импульс имеет разрывной передний фронт и экспоненциальный задний фронты. Инкремент нарастания заднего фронта  $\sim \Psi_0 / 2\Psi_\infty c_\infty \tau$  [15].

Рассмотрим теперь возможную стационарную структуру ударных волн сжатия при отрицательных значениях равновесного коэффициента нелинейности  $\Psi_0$ . Качественный вид ударных адиабат (1) при  $\Psi_0 < 0$  приведен на рис. 4. При этом скорость низкочастот-

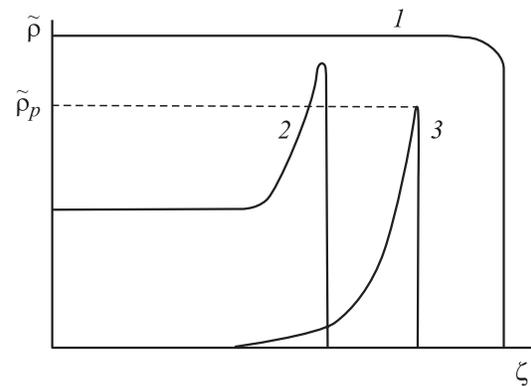


Рис. 3. Структура ударных волн в среде с отрицательной дисперсией при  $\Psi_0 > 0$ .  $\xi$  — пространственная координата.

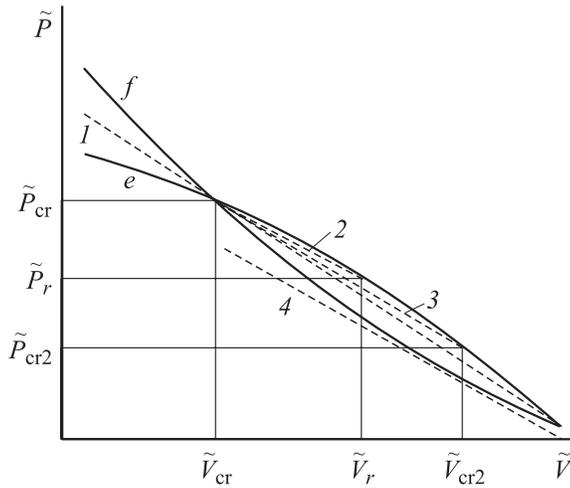


Рис. 4. Ударные адиабаты при  $\Psi_0 < 0$ .

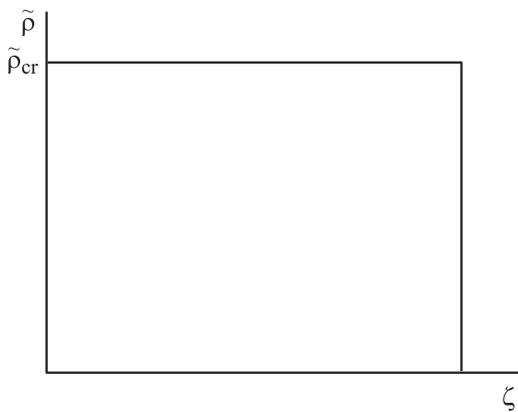


Рис. 5. Автоволна при  $\Psi_0 < 0$ .

ного звука за фронтом ударной волны всегда меньше (а перед фронтом всегда больше), чем скорость ударной волны (определяемой, как всегда, наклоном хорды, проведенной из начального состояния  $I$  в конечное). Это обуславливает их эволюционную неустойчивость. В следующем разделе показано, что эволюционно устойчивые газодинамические структуры при  $\Psi_0 < 0$  все-таки существуют. Прежде всего это автоволна с амплитудой  $\tilde{\rho}_{cr}$  (5), соответствующей точке пересечения адиабат, распространяющаяся со скоростью  $\tilde{D}_{cr}$  (4) (определяемой наклоном хорды  $I$ , рис. 4). Вид этой волны приведен на рис. 5. Формально для описания ее структуры равновесная адиабата вообще не требуется.

## 2. Эволюция газодинамических возмущений при $\Psi_0 < 0$

Распад неустойчивой ударной волны на серию автоволновых импульсов исследовался в [15,16] с помощью численного решения модельного уравнения при положительных значениях коэффициентов нелинейности.

Исследуем тем же методом нестационарную эволюцию газодинамических возмущений малой амплитуды при  $\Psi_0 < 0$ . Исходное модельное уравнение имеет вид

$$C_{V\infty}\tau \left( \tilde{\rho}_{tt} - c_\infty^2 \tilde{\rho}_{xx} - c_\infty^2 \Psi_\infty \tilde{\rho}_{xx}^2 - \frac{\mu_\infty}{\rho} \tilde{\rho}_{xxt} \right)_t + C_{V0} \left( \tilde{\rho}_{tt} - c_0^2 \tilde{\rho}_{xx} - c_0^2 \Psi_0 \tilde{\rho}_{xx}^2 - \frac{\mu_0}{\rho} \tilde{\rho}_{xxt} \right) = 0, \\ \mu_\infty = \frac{4\eta}{3} + \chi M \left( \frac{1}{C_{V\infty}} - \frac{1}{C_{P\infty}} \right), \\ \mu_0 = \frac{4\eta}{3} + \chi M \left( \frac{1}{C_{V0}} - \frac{1}{C_{P0}} \right). \quad (6)$$

Здесь  $\mu_\infty$ ,  $\mu_0$  — высокочастотный и низкочастотный вязкостно-теплопроводностные коэффициенты;  $\eta$ ,  $\chi$  — коэффициенты сдвиговой вязкости и теплопроводности;  $M$  — молекулярная масса. Уравнение (6) получено в [22] с точностью до величин второго порядка малости  $\sim \theta^2$ . Оно описывает эволюцию возмущений малой амплитуды  $\tilde{\rho} \sim \theta$  в однородной среде с экспоненциальной моделью релаксации (3) в приближении слабой дисперсии  $m \sim \theta$  и малой диссипации  $\tilde{\mu}_{0,\infty} = \mu_{0,\infty}/\tau c_\infty^2 \rho \sim \theta$ . Для волн, бегущих в одном направлении ( $\xi = (x - c_\infty t)/c_\infty \tau$ ,  $y = \theta t/\tau$ ), уравнение (6) преобразуется к виду

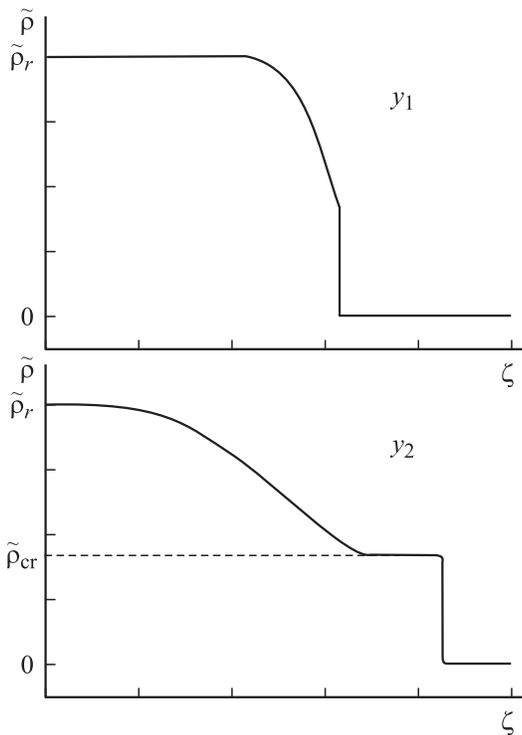
$$\left( \tilde{\rho}_y + \frac{\Psi_\infty}{2} \tilde{\rho}_\xi^2 - \tilde{\mu}_\infty \tilde{\rho}_{\xi\xi} \right)_\xi - \frac{C_{V0}}{C_{V\infty}} \left( \tilde{\rho}_y - \frac{C_{V0}}{C_{V\infty}} \tilde{\xi} \tilde{\rho}_\xi + \frac{\gamma_0 \Psi_0}{2\gamma_\infty} \tilde{\rho}_\xi^2 - \tilde{\mu}_0 \tilde{\rho}_{\xi\xi} \right) = 0, \quad (7)$$

где  $\tilde{\xi} = -C_{V0}m/2C_{V0}$  — безразмерный коэффициент второй вязкости.

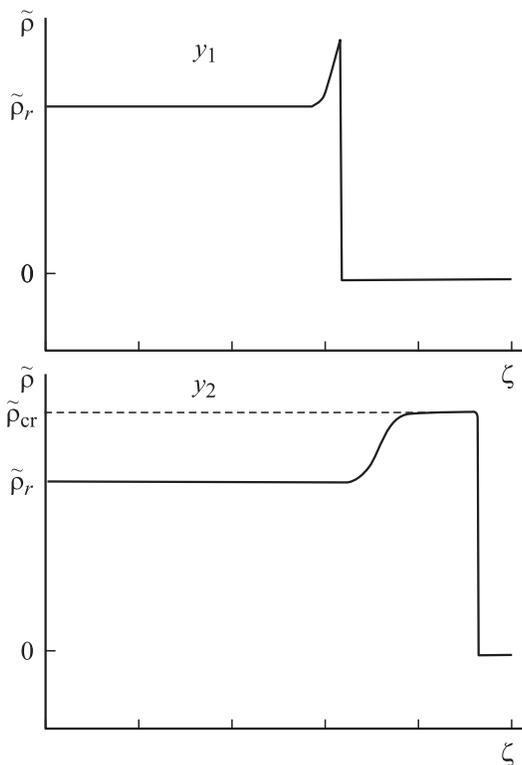
В [15,16] при  $m \ll 1$  пренебрегалось отличием величины  $\gamma_0 \Psi_0/\gamma_\infty$  в (7) от  $\Psi_0$ , что привело к указанному выше расхождению результатов, полученных разными методами. Этого можно избежать, если сохранить в модельном уравнении (2) множитель  $\gamma_0/\gamma_\infty$  в явном виде.

Начальное возмущение имело вид ступеньки. Результаты численного моделирования уравнения (7) при  $\Psi_0 < 0$  представлены на рис. 6–8.

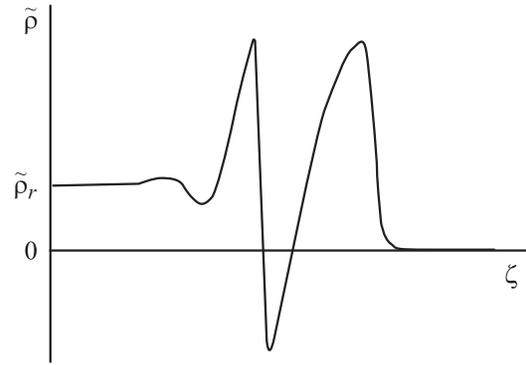
Если ступенька имела начальную амплитуду  $\tilde{\rho}_r = \tilde{\rho}_{cr}$ , то она просто трансформировалась в процессе эволюции в автоволну, подобную показанной на рис. 5, с амплитудой  $\tilde{\rho}_{cr}$ . Малое, но конечное значение высокочастотного вязкостно-теплопроводностного коэффициента  $\tilde{\mu}_\infty$  приводило к уширению фронта, а наличие  $\tilde{\mu}_0$  — к изменению амплитуды автоволны  $\tilde{\rho}_{cr} = \tilde{\mu}_\Sigma C_{V0}/C_{V\infty} (\Psi_\infty - \gamma_0 \Psi_0/\gamma_\infty)$ . Здесь  $\tilde{\mu}_\Sigma = \tilde{\xi} + \tilde{\mu}_0$  — низкочастотный коэффициент полной вязкости, причем автоволна существует только в условиях отрицательной вязкости  $\tilde{\mu}_\Sigma < 0$ . В [15] аналогичный вывод был сделан относительно условия существования структур, показанных на рис. 3 (кривые 2, 3).



**Рис. 6.** Эволюция ступеньки при  $\Psi_0 < 0$  и  $\tilde{\rho}_r > \tilde{\rho}_{cr}$ .  $y_1, y_2$  — значения безразмерного времени  $y$ , причем  $y_2 > y_1$ .



**Рис. 7.** Эволюция ступеньки при  $\Psi_0 < 0$  и  $\tilde{\rho}_{cr2} < \tilde{\rho}_r < \tilde{\rho}_{cr}$ .



**Рис. 8.** Начальная фаза распада ступеньки малой амплитуды  $\tilde{\rho}_r < \tilde{\rho}_{cr2}$ .

Если ступенька имела начальную амплитуду  $\tilde{\rho}_r > \tilde{\rho}_{cr}$  (рис. 6), то происходил ее распад на нестационарную волну сжатия, постепенно расширяющуюся, и прежнюю автоволну.

Если ступенька имела начальную амплитуду  $\tilde{\rho}_{cr2} < \tilde{\rho}_r < \tilde{\rho}_{cr}$  (рис. 7), где  $\tilde{\rho}_{cr2} = \tilde{\rho}_{cr} \Psi_\infty / (2\Psi_\infty - \gamma_0 \Psi_0 / \gamma_\infty)$ , то ее эволюция приводила к образованию двух стационарных волн, причем одна из них опять являлась той же автоволной, а другая — ударной волной разрежения. Обе волны движутся в одном направлении. Скорость ударной волны разрежения определяется наклоном хорды, проведенной через точки  $\tilde{V}_r$  и  $\tilde{V}_{cr}$  на равновесной адиабате  $e$  (прямая 2 на рис. 4), как

$$\tilde{D}_r = \sqrt{\frac{\tilde{P}_{cr} - \tilde{P}_r}{\tilde{V}_r - \tilde{V}_{cr}}} = \sqrt{1 + \Psi_\infty \tilde{\rho}_{cr} + \Psi_0 \frac{\gamma_0}{\gamma_\infty} \tilde{\rho}_r}.$$

При  $\tilde{\rho}_r < \tilde{\rho}_{cr}$  выполняется неравенство  $c_{01} < \tilde{D}_r < c_{02}$ , а условие  $\tilde{\rho}_r > \tilde{\rho}_{cr2}$  необходимо для выполнения другого неравенства  $\tilde{D}_r < \tilde{D}_{cr2} = c_{\infty 2}$ . Здесь  $c_{01} = \sqrt{1 + m + 2\Psi_0 \gamma_0 \tilde{\rho}_{cr} / \gamma_\infty}$ ,  $c_{02} = \sqrt{1 + m + 2\Psi_0 \gamma_0 \tilde{\rho}_r / \gamma_\infty}$  — скорости низкочастотного звука перед фронтом и за фронтом ударной волны разрежения;  $c_{\infty 2} = \sqrt{1 + 2\Psi_\infty \tilde{\rho}_{cr}}$  — скорость высокочастотного звука за фронтом этой волны при  $\tilde{\rho}_r = \tilde{\rho}_{cr2}$ . На рис. 4 скорости  $\tilde{D}_{cr2}$  и  $c_{\infty 2}$  определяются из условия параллельности хорды 3, соединяющей точки  $\tilde{V}_{cr}$  и  $\tilde{V}_{cr2}$  на равновесной адиабате, и касательной 4 к „замороженной“ адиабате, проведенной через точку  $\tilde{V}_{cr2}$ . Выполнение этих неравенств обеспечивает эволюционную устойчивость ударной волны разрежения, бегущей по газу, предварительно сжатому автоволной. При  $\Delta\tilde{\rho} = \tilde{\rho}_{cr} - \tilde{\rho}_r \ll \tilde{\rho}_{cr}$  ударная волна разрежения имеет вид симметричного (относительно среднего уровня) скачка  $\tilde{\rho} \sim \text{th}(\xi/2\Delta)$ ,  $\Delta \sim 2\tilde{\mu}_\Sigma / \Psi_0 \Delta\tilde{\rho}$ . С ростом  $\Delta\tilde{\rho}$  форма скачка искажается и становится несимметричной относительно среднего уровня. Подобная структура фронта характерна также для слабых ударных волн сжатия  $c_0/c_\infty < \tilde{D} < 1$  (хорда 1–2 на рис. 1) в среде с уравнением релаксации (2) [19,20].

Скорость ударной волны разрежения  $\tilde{D}_r$  при  $\Psi_0 < 0$  меньше скорости автоволны  $\tilde{D}_{cr}$ . Поэтому комбинация двух волн является устойчивой, но с течением времени расстояние между фронтами обеих волн увеличивается.

Моделирование с помощью уравнения (7) нестационарной эволюции ступеньки малой амплитуды  $\tilde{\rho}_r < \tilde{\rho}_{cr2}$  приводило к быстрому развитию численной неустойчивости. Начальная стадия эволюции ступеньки показана на рис. 8.

### 3. Обсуждение результатов

В настоящей работе проведен анализ вида ударных адиабат и определяемой ими структуры слабых ударных волн в неравновесной среде, в которой низкочастотная (равновесная) скорость звука превышает высокочастотную („замороженную“) скорость звука. Впервые проведено исследование сложных режимов, возникающих при разных знаках низкочастотного и высокочастотного коэффициентов нелинейности. В результате показано, что в термодинамически неравновесной среде возможно существование стационарных структур, существенно отличных от ударных волн, распространяющихся в равновесных средах. Об этом же свидетельствуют многочисленные эксперименты (см., например, [23–25]). В частности, фиксировались расщепление фронта ударной волны и появление предвестников, но до сих пор не выявлено, что является определяющим фактором в их формировании: неравновесность или неоднородность среды [26–28]. Проведенное выше рассмотрение является идеализированным, так как неоднородность реальной неравновесной среды не принимается во внимание вовсе. Совместный учет влияния неравновесности и неоднородности неравновесной среды на структуру ударных волн потребует использования более сложных моделей, одной из проверок которых должен быть предельный переход к полученным идеализированным структурам. В любом случае полученные результаты свидетельствуют о сильном влиянии стационарной неравновесности (через формируемые ею новые вязкостно-дисперсионные и нелинейные свойства среды) на эволюцию газодинамического возмущения.

Работа выполнена в рамках проектов Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 05-02-96500), Федеральной целевой программы „Интеграция науки и высшего образования России на 2002–2006 годы“, российско-американской программы „Фундаментальные исследования и высшее образование“ (BRHE), при финансовой поддержке Министерства образования РФ, Администрации Самарской области, Американского фонда гражданских исследований и развития (CRDF Project SA-014-02).

### Список литературы

- [1] *Molevich N.E.* // Acoustical Properties of Nonequilibrium Media. Paper AIAA. 2004. N 1020. P. 1–11.
- [2] *Bauer H.J., Bass H.E.* // Phys. Fluid. 1973. Vol. 16. N 7. P. 988–996.
- [3] *Борисов А.А.* // Исследования по гидродинамике и теплообмену. Новосибирск: ИТФ СО АН СССР, 1976. С. 94–95.
- [4] *Коган Е.Я., Молевич Н.Е.* // Изв. вузов. Физика. 1986. Т. 29. № 7. С. 53–58.
- [5] *Коган Е.Я., Молевич Н.Е.* // ЖТФ. 1986. Т. 56. Вып. 5. С. 941–943.
- [6] *Осинов А.И., Уваров А.В.* // Вестник МГУ. Физика. Астрономия. 1987. Т. 28. № 6. С. 52–56.
- [7] *Молевич Н.Е., Ораевский А.Н.* // ЖЭТФ. 1988. Т. 94. Вып. 3. С. 128–132.
- [8] *Дунаевский Н.А., Жданок С.А., Напартович А.П.* и др. // ПМТФ. 1988. № 4. С. 33–39.
- [9] *Завершинский И.П., Коган Е.Я., Молевич Н.Е.* // Акуст. журн. 1992. Т. 38. № 4. С. 702–709.
- [10] *Молевич Н.Е., Ораевский А.Н.* // Тр. ФИАН СССР. 1992. Т. 222. С. 45–95.
- [11] *Malnev V.N., Nedospasov A.V.* // Proc. I Intern. Workshop Perspectives of MHD and Plasma Technologies in Aerospace Application. Moscow: IVTAN, 1999. P. 128–130.
- [12] *Молевич Н.Е., Ненашев В.Е.* // Акуст. журн. 2000. Т. 46. № 4. С. 520–525.
- [13] *Молевич Н.Е.* // Акуст. журн. 2003. Т. 49. № 2. С. 229–232.
- [14] *Коган Е.Я., Молевич Н.Е.* // Акуст. журн. 1993. Т. 39. № 5. С. 951–954.
- [15] *Макарян В.Г., Молевич Н.Е.* // Письма ЖТФ. 2003. Т. 29. Вып. 18. С. 11–15.
- [16] *Макарян В.Г., Молевич Н.Е.* // Изв. РАН. МЖГ. 2004. № 5. С. 181–191.
- [17] *Зельдович Я.Б., Райзер Ю.П.* Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М.: Физматгиз, 1963. 632 с.
- [18] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теоретическая физика. Т. 6. Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 736 с.
- [19] *Руденко О.В., Солуян С.И.* Теоретические основы нелинейной акустики. М.: Наука, 1975. 287 с.
- [20] *Остроумов Г.А.* Основы нелинейной акустики. Л.: Изд-во Ленинградского университета, 1967. 132 с.
- [21] *Кларк Дж., Макчесни М.* Динамика реальных газов. М.: Мир, 1967. 566 с.
- [22] *Молевич Н.Е.* // Сиб. физико-технический журнал. 1991. № 1. С. 133–136.
- [23] *Климов А.И., Мишин Г.И., Федотов А.Б.* и др. // Письма в ЖТФ. 1989. Т. 15. Вып. 20. С. 31–36.
- [24] *Быстров С.А., Иванов В.И., Шугаев Ф.В.* // Физ. плазмы. 1989. Т. 15. № 5. С. 558–562.
- [25] *Гридин А.Ю., Климов А.И.* // Хим. физ. 1993. Т. 12. № 3. С. 363–365.
- [26] *Барышников А.С., Басаргин И.В., Чистякова М.В.* // ЖТФ. 2001. Т. 71. Вып. 3. С. 17–21.
- [27] *Macheret S.O., Ionich Yu.Z., Chernysheva N.V.* // Phys. Fluid. 2001. Vol. 13. N 9. P. 2693–2705.
- [28] *Климов А.И.* Автореферат докт. дис. М.: ИВТ РАН, 2002. 42 с.