

01;05

Знаковая асимметрия динамики кинка эволюционного уравнения с нарушенной пространственной симметрией

© Г.Е. Ходенков

Совместная хозрасчетная лаборатория „Магнитооптоэлектроника“
Института общей физики РАН при Мордовском государственном университете им. Н.П. Огарева,
Россия
e-mail: angeline@mtu-net.ru

(Поступило в Редакцию 11 октября 2004 г.)

Предложено нелинейное эволюционное уравнение диффузионного типа, которое описывает эффект знаковой анизотропии скорости: неравенство скоростей фронта уединенной волны (кинка), движущегося в прямом и обратном направлениях (при изменении знака внешнего поля). Необходимое условие такого поведения состоит в нарушении пространственной симметрии рассматриваемой системы. Предложенное уравнение применяется для описания динамики 180-градусной доменной границы в ферромагнетиках с отрицательной кубической кристаллографической анизотропией. По проведенным численным оценкам в иттриевом феррогранате эффект знаковой анизотропии может достигать 20%.

Известно, что под действием неравновесных ланжевенских случайных сил (с нулевым средним) в системах с нарушенной пространственной симметрией потенциала в осциллирующих полях становится возможным направленное движение (транспорт) частиц. Этот механизм, действующий аналогично храповику, находит широкое применение при описании динамики самых различных объектов „броуновских двигателей“, включая бактерии, наноструктурные частицы и др. [1]. Переходя к другому механизму, отметим, что одно из условий возникновения транспорта — нарушение пространственной симметрии может быть отнесено не к внешнему потенциалу, а к внутренней структуре частицы, асимметрия которой и задает выделенное направление. В этом отношении весьма характерна модель „зонтика“ [2], вязкая сила для которого содержит не только нечетные, но и четные степени скорости. Возникновение знаковой асимметрии скорости при движении в прямом и обратном направлениях здесь является вполне очевидным эффектом и для постоянных внешних полей.

Очевидно, что приведенные выше соображения полностью сохраняются и для континуальных феноменологических нелинейных эволюционных уравнений. В частности, в [3,4] было показано, что кинк-180-градусная доменная граница (ДГ) в ферромагнетиках с отрицательной кристаллографической анизотропией (магнетики типа Ni, иттриевого феррограната YIG и др.) проявляет знаковую анизотропию скорости при изменении знака постоянного движущего магнитного поля H . Аналитические оценки выполнялись в рамках уравнений Ландау–Лифшица и ограничивались лишь учетом слабых полей с точностью по H^2 .

С целью исследования более существенной нелинейной области в настоящей работе предлагается простое однокомпонентное эволюционное уравнение типа нелинейного уравнения диффузии, которое может описывать широкий класс различных систем (в том числе и немаг-

нитных). Результаты, следующие из этого уравнения, во втором порядке по полю полностью совпадают с полученными ранее [3,4]. Экстраполяционные численные расчеты, выполненные для более высокой области полей, указывают на существование заметной знаковой анизотропии скорости в YIG, величина которой по проведенным оценкам составляет $\sim 20\%$.

Для иллюстрации сказанного рассмотрим в безразмерных переменных нелинейное уравнение для некоторой полевой величины $\psi(x, t)$, зависящей от пространственной координаты x и времени t ,

$$\partial_t \psi + H \sin \psi = \partial_{yy} \psi - 1/2 dw/d\psi, \quad (1)$$

где H — движущее поле, $w(\psi)$ — плотность энергии.

Предполагается, что правая часть (1) обладает двумя седлами при $d\psi(y \rightarrow \pm\infty)/dy \rightarrow 0$: ($\psi = 0, \psi' = 0$) и ($\psi = \pi, \psi' = 0$), которые соединены двумя сепаратрисами (180-градусными кинками) с противоположными знаками пространственных производных. Основное предположение, необходимое в дальнейшем, состоит в том, что энергия $w(\psi)$ неинвариантна относительно замены $\psi \rightarrow -\psi$. Покажем, что в этом случае в локальной системе отсчета $x = y - Vt$, когда $\partial_t \psi = -V\partial_x \psi$, скорость V содержит четные по полю H члены.

Решение (1) ищем в виде рядов по H , обозначая порядки необходимых величин нижними индексами. В нулевом приближении имеем из (1) уравнение $\psi_0''(x) - (1/2)dw/d\psi_0 = 0$, которое в силу автономности обладает первым интегралом $\psi_0'^2 = w(\psi_0)$. Покажем, что для определения искомого эффекта во втором порядке не требуется явного вычисления поправок $\psi_{1,2}$ и достаточно лишь знания V_1 (ψ_0 известно из первого интеграла). Для этого умножим (1) на $d\psi/dx$ (ограничиваемся пока для определенности $d\psi/dx > 0$) и проинтегрируем в бесконечных пределах, что позволяет получить для кинка точное соотношение $V = 2H/\langle \psi'^2 \rangle$, из которого

получаем разложение

$$V = V_1 + V_2 + \dots, \quad V_1 = 2H/\langle \psi'^2 \rangle, \\ V_2 = -4H\langle \psi'_0 \psi'_1 \rangle / \langle \psi'^2 \rangle^2, \quad (2)$$

где $\langle \dots \rangle$ — интеграл по dx в бесконечных пределах.

Отметим здесь, что $\langle \psi'^2 \rangle$ — пропорционально функции диссипации для (1). Покажем далее, что $\langle \psi'_0 \psi'_1 \rangle$ также сводится к квадратурам и не требует знания ψ_1 .

В первом порядке из (1) получаем неоднородное уравнение

$$\hat{L}\psi_1 = f(\psi_0(x)), \quad (3)$$

в котором $\hat{L} = -d^2/dx^2 + \psi_0'''/\psi_0'$ — эрмитов оператор и $f(\psi_0) = -\psi_0'V_1 + H \sin \psi_0$. Отметим, что поскольку $\hat{L}\psi_0' = 0$, то правая часть (3) должна быть ортогональна ψ_0' : $\langle \psi_0' f(\psi_0) \rangle = 0$ (что определяет V_1). Умножая обе части (3) на $d\psi_0/dx$, интегрируя по dx от $-\infty$ до y , а затем по частям и еще раз в бесконечных пределах по dy , получаем для $\langle \psi_0' \psi_1' \rangle$

$$-\frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} dy \int_{-\infty}^y dx f(x) \psi_0'(x) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} dx x f(x) \psi_0'(x) \\ \equiv \frac{1}{2} \int_{\psi_0(-\infty)}^{\psi_0(\infty)} d\psi_0 x(\psi_0) f(\psi_0), \quad (4)$$

где $f(x) \sim H$ — правая часть уравнения (3) и функция $x(\psi_0)$ определяется из первого интеграла.

В отсутствие определенной пространственной симметрии интеграл (4) отличен от нуля, так что скорость (2) содержит четные по полю вклады.

Применительно к магнитным системам рассмотрим задачу о нелинейности движения 180-градусной доменной границы в кубических ферромагнетиках с отрицательной магнитной анизотропией, которая в рамках уравнений Ландау–Лифшица изучалась в [3,4]. В этом случае в силу доминирования магнитостатических взаимодействий структура ДГ близка к блоховской, что позволяет ограничиться при учете динамических отклонений магнитного момента только одной угловой переменной (а не двумя, как в [3,4]), лежащей в плоскости ДГ. Энергию анизотропии в этой плоскости можно выразить через одну угловую переменную ψ и представить в виде (см., например, [5])

$$w = \sin^2 \psi \left[b + \frac{1}{12} (\sin \psi - \sqrt{8} \cos \psi)^2 \right] \quad (5)$$

($b > 0$ — малая константа, в YIG $b \sim 0.01$) и воспользоваться (5) в (1). Две упоминавшиеся ранее комплиментарные сепаратрисы (180-градусные ДГ) с $\psi_0' < 0$ и $\psi_0' > 0$ соответственно имеют вид

$$\text{ctg } \psi_0 = [A \mp B \text{ sh } Bx] \left(b + \frac{2}{3} \right)^{-1},$$

где $A = 1/(3\sqrt{2}(b + 2/3))$, $B = \sqrt{b(b + \frac{3}{4})}/(b + 2/3)$, $C = b + 2/3$.

С учетом (6) динамические результаты (2), (4) полностью совпадают с полученными в [3,4] во втором порядке по H . При этом в формулах (2), (4): $b = 0.01$, $\langle \psi'^2 \rangle \approx 0.95$, $\langle \psi'_0 \psi'_1 \rangle \approx \pm 0.6H$, безразмерное внешнее магнитное поле H измеряется в единицах поля магнитной анизотропии H_a , а скорость V — в единицах $\gamma H_a \Delta / \alpha$ ($\gamma > 0$ — магнитомеханическое отношение, Δ — параметр ширины ДГ, α — безразмерный параметр затухания Гильберта).

Численные расчеты для YIG ограничивались областью полей $H < 2/3 + b$, в которой невыгодно намагниченный домен ($\psi = \pi$) устойчив (т.е. $d^2w(\psi)/d\psi^2 > 0$), и представлены на рис. 1, 2 для верхнего знака в (6). Внутренняя структура ДГ существенно меняется не только с изменением абсолютного значения поля, но и при изменении его направления (знака скорости). Зави-

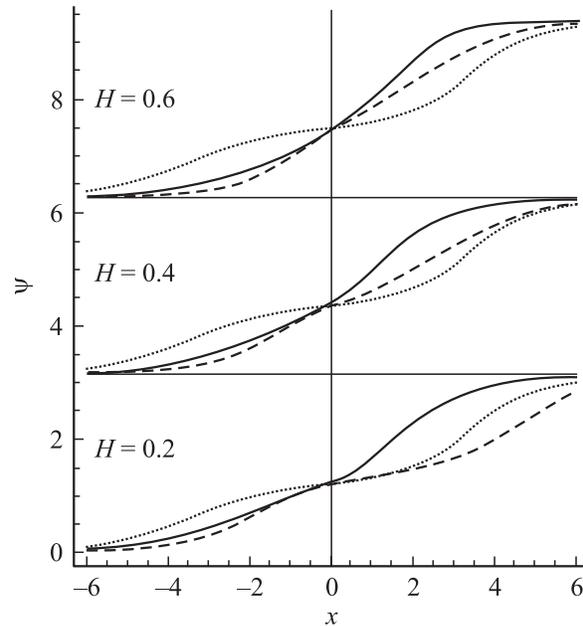


Рис. 1. Структуры π -кинков $\psi(x)$ при трех указанных значениях внешнего поля: $H = 0$ (пунктир), $H < 0$ (штриховые кривые), $H > 0$ (сплошные).

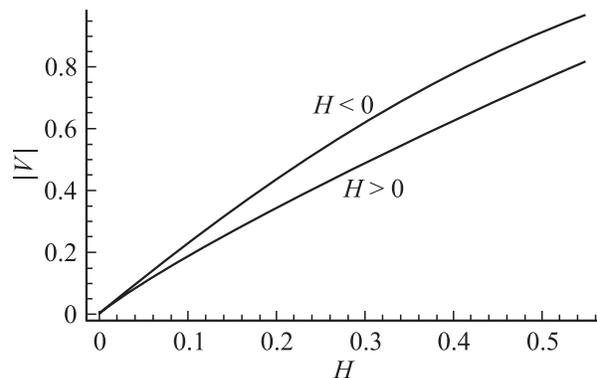


Рис. 2. Зависимости скорости кинка от поля при движении в прямом и обратном направлениях.

симось структуры от знака поля (см. уравнение (3)) в условиях нарушенной симметрии исходной структуры (6) приводит, согласно (2), к различию диссипативных потерь при $\pm H$ и следующему отсюда различию скоростей. В обобщенном смысле знаковая симметрия восстанавливается, если учитывать обе структуры, описываемые (6).

Чтобы несколько подробнее прояснить свойства знаковой асимметрии, рассмотрим вместо плотности энергии (5) выражение

$$\sin^2 \psi \left(b + \frac{3}{4} \sin^2(\psi - \psi_{00}) \right), \quad (7)$$

которое совпадает с (6), если параметр $\operatorname{tg} \psi_{00} = \sqrt{8}$. Структура 180-градусных ДГ совпадает с (6), однако теперь

$$A = \frac{3}{4} \sin \psi_{00} \cos \psi_{00} / \left(b + \frac{3}{4} \sin^2 \psi_{00} \right),$$

$$B = \sqrt{b \left(b + \frac{3}{2} \sin^2 \psi_{00} \right)} / \left(b + \frac{3}{4} \sin^2 \psi_{00} \right),$$

$$C = \sqrt{b + \frac{3}{4} \sin^2 \psi_{00}}.$$

Вводя коэффициент знаковой асимметрии $\chi(b, \psi_{00}) = \langle \psi'_0 \psi'_1 \rangle / H$, находим с учетом (4), (6) и (7), что $\chi(b, \psi_{00}) = \chi(b, \psi_{00} + n\pi)$, где $n = \pm 1, \pm 2, \dots$. Выбрав в качестве основного интервала $0 < \psi_{00} < \pi$, получим $\chi(b, 0) = \chi(b, \pi) = 0$, а также единственный нуль внутри интервала $-\chi(b, \pi/2) = 0$. Экстремумы коэффициента, как показывают проведенные численные оценки, даются выражениями $\max \chi(b = 0.1, \psi_{00} \approx 0.77) = 0.9$ и $\min \chi(b = 0.1, \psi_{00} \approx 2.37) = \sim -0.9$ (причем $|\chi(b \rightarrow 0, \psi_{00})| \sim \ln(1/b)$), что и определяет максимальное и минимальное значения знаковой анизотропии.

Список литературы

- [1] *Astunman R.D., Haenggi P.* // *Physics Today*. 2002. Vol. 55. N 11. P. 33–39.
- [2] *Болотин Ю.Л., Тур А.В., Яновский В.В.* // *ЖТФ*. 2002. Т. 72. Вып. 7. С. 9–12.
- [3] *Ходенков Г.Е.* // *ЖЭТФ*. 1998. Т. 68. Вып. 11. С. 823–827.
- [4] *Ходенков Г.Е.* // *ФММ*. 2000. Т. 89. Вып. 2. С. 11–17.
- [5] *Хуберт А.* Теория доменных стенок в упорядоченных средах. М.: Мир, 1977. 306 с.