

01;09

Фрактальная модель частотной зависимости ослабления электромагнитных волн фрагментами растительности

© В.К. Балханов, Ю.Б. Башкуев

Бурятский научный центр СО РАН,
670047 Улан-Удэ, Россия
e-mail: lab@rgp.bsc.buryatia.ru

(Поступило в Редакцию 20 сентября 2004 г.)

Дана теория, описывающая степенную частотную зависимость ослабления Y электромагнитных волн СВЧ диапазона фрагментами растительности, экспериментально открытая в работе [1]. Установлено, что $Y \sim \omega^{3-D}$, где ω — круговая частота; 3 — размерность евклидова пространства; D — фрактальная размерность структуры, образованная фрагментами растительности.

Введение

В работе [1] экспериментально определена степенная частотная зависимость ослабления электромагнитных волн СВЧ диапазона фрагментами растительности (рис. 1). Наиболее естественным описанием выявленной закономерности является привлечение фрактального подхода и эквивалентной электрической схемы. Такой подход позволяет выразить степенной показатель в зависимости от ослабления частоты через фрактальную размерность D и размерность евклидова пространства, куда вложены фрагменты растительности. Сначала в нашей работе ослабление будет выражено через приведенный импеданс δ как величину, часто употребляемую в радиофизике [2]. Затем покажем, как строится фрактальное множество, описывающее фрагменты растительности. Далее электрические свойства фрагментов растительности промоделируем эквивалентными электрическими схемами, из которых составим иерархическую систему, и в итоге получим искомую ча-

стотную зависимость ослабления. В конце покажем, как найденную зависимость можно определить из качественного фрактального анализа.

1. Связь ослабления с приведенным импедансом

На рис. 2 представлена схема измерительной установки [1]. Как отмечено в самой работе [1] и видно из схемы на рис. 2, условия эксперимента позволяют считать, что на объемный слой, образованный фрагментами растительности, падает плоская волна. Сам эксперимент состоит в измерении волны $(1/Y)e^{ikx}$, прошедшей рассматриваемый объемный слой. Здесь Y — искомое ослабление, k — волновое число, x — ось распространения плоской волны. Для однородной среды в СВЧ диапазоне квадрат волнового числа

$$k^2 = \frac{\omega^2}{C^2} \varepsilon.$$

Здесь ω — круговая частота, C — скорость света, ε — комплексная диэлектрическая проницаемость. Ослабление находится из решения волновой задачи в трехслойной среде: свободное пространство–объемный слой, заполненный фрагментами растительности,–свободное пространство. С учетом существования прямой и обратной волны в объемном слое для множителя Y , который как раз и описывает ослабление, можно получить следующее выражение:

$$Y = \frac{1}{4} \delta^{-1}. \quad (1)$$

Приведенный импеданс неоднородных сред отличен от случая однородной среды. Однако будем предполагать справедливость линейной связи между ослаблением и обратной величиной приведенного импеданса и в случае неоднородных сред, к которым относятся и фрагменты растительности. Простейшая модель, в рамках которой приведенный импеданс связан с неоднородностью среды, основана на фрактальном множестве.

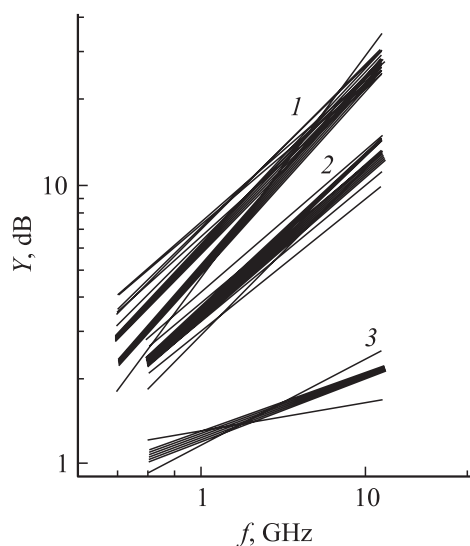


Рис. 1. Частотная зависимость ослабления ЭМ волн с основными ветками: $Y = 5.92f^{2.046}$ (1), $9.47f^{1.694}$ (2), $1.26f^{0.7186}$ (3).

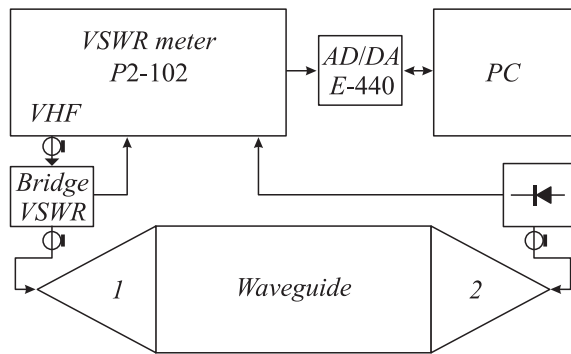


Рис. 2. Схема измерительной установки. 1 — излучательный рупор, где формируется плоская волна; 2 — приемный рупор.

2. Фрактальное множество

Мы привлечем методы фрактальной геометрии [3,4] для построения фрактальной модели фрагментов растительности. Аналогичные модели, например, были использованы для анализа шероховатостей [5].

Пусть вначале имеем одну ветку. Ее длину можно измерить масштабом χ , прикладывая его только один раз: $N(\chi) = 1$. Разделим отрезок на три части, причем боковые составят $1/\alpha$ часть от исходного. Срединную часть выбрасываем. Возьмем теперь масштаб равным χ/α ; прикладывая его два раза, можно измерить общую длину оставшихся отрезков, т.е. $N(\chi/\alpha) = 2$. Заменяя здесь 2 на $2 \cdot N(\chi)$, получаем функциональное уравнение $N(\chi/\alpha) = 2N(\chi)$. Его решение: $N(\chi) \sim \chi^{-D}$, где степенной показатель $D = \ln 2 / \ln \alpha$ называют фрактальной размерностью. Если взять несколько веток и расположить их на плоскости, то после описываемого построения фрактальная размерность будет $D = \ln 4 / \ln \alpha$. Заполняя ветками объемную камеру, для фрактальной размерности образованной ими структуры находим

$$D = \frac{\ln 8}{\ln \alpha}. \quad (2)$$

3. Эквивалентная электрическая схема

При анализе волновых процессов в неоднородных средах необходимо иметь аналитическое выражение для частотных характеристик основных электрических параметров. Одним из возможных методов представления частотных зависимостей электрических параметров могут служить эквивалентные схемы, позволяющие наглядно представить основные особенности этих зависимостей [6]. Методология отображения уравнения Максвелла на графические состоит в том, что электромагнитные поля в исследуемой области подвергаются своеобразной проекции — они отображаются на пространственную электрическую цепь с сосредоточенными или распределенными элементами [7]. Сопоставление электрической

схемы и рассматриваемого явления и построение электрической цепи означают, что характеристики последней подчиняются тем же соотношениям, что и исходные физические явления. В данной статье мы примем, что фрагменты растительности образуют емкостную среду и могут быть промоделированы в широком диапазоне частот активным сопротивлением R и емкостью C .

В нашем рассмотрении задачи мы имеем дело с приведенным импедансом. В электрической схеме приведенный импеданс можно получить, разделив сопротивление всех элементов электрической схемы на сопротивление свободного пространства, равного 377Ω . Чтобы не загромождать формулы, это сопротивление свободного пространства не выписываем.

Приступим к моделированию электрических свойств фрагментов растительности эквивалентной иерархической электрической схемой, состоящей из последовательно соединенных активного сопротивления R и емкости C (рис. 3). Эта схема полностью аналогична схеме, использованной в работе [5]. Приведенный импеданс первой ветки

$$\delta(\omega) = R + \frac{1}{i\omega C}.$$

При последующем разбиении фрагментов растительности на две следующие параллельные ветки сопротивление r изменяем в α раз, а r_0 и емкость C оставляем неизменными. Импеданс для этого случая двух параллельных диэлектрических веток будет

$$\delta(\omega) = \frac{1}{\frac{1}{2} \left(\alpha R + \frac{1}{i\omega C} \right)}.$$

Перепишем его в виде, из которого будет виден механизм дальнейшего построения общего импеданса

$$\delta(\omega) = \frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{\alpha R} + \frac{1}{i\omega C}}}.$$

Далее каждую из веток снова разбиваем на два меньших ветвления с увеличенным в α раз сопротивлением r

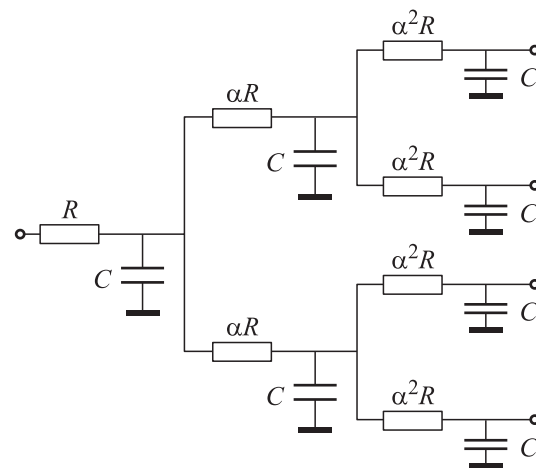


Рис. 3. Эквивалентная электрическая схема для моделирования фрагментов растительности.

и неизменными r_0 и C . Собирая все, получаем общий импеданс в виде бесконечной дроби

$$\delta(\omega) = R + \frac{1}{i\omega C + \frac{2}{\alpha R + \frac{2}{i\omega C + \frac{2}{\alpha^2 R + \dots}}}}$$

Если в выражении

$$\left(\alpha R + \frac{1}{i\omega C + \dots} \right)$$

параметр α вынести за скобки, то легко находим

$$\delta(\omega) = R + \frac{\alpha}{i\omega C + \frac{2}{\delta(\omega\alpha)}}. \quad (3)$$

В пределе, когда $\delta(\omega) \ll 1$, из (3) следует

$$\delta(\omega) = \frac{\alpha}{2} \delta(\omega\alpha). \quad (4)$$

В случае трехмерного пространства выражение (4) примет следующий вид:

$$\delta(\omega) = \frac{\alpha^3}{8} \delta(\omega\alpha).$$

Это — функциональное уравнение, и его решение будет

$$\delta(\omega) \sim \omega^{-3+D}, \quad (5)$$

где использовали (2).

Подставляя (5) в (1), получаем искомую частотную зависимость ослабления

$$Y \sim \omega^{3-D}. \quad (6)$$

Используя результаты, полученные в [1], находим фрактальную размерность для трех случаев различной влажности, представленных на рис. 3 работы [1]: $D(1) = 0.95$; $D(2) = 1.3$; $D(3) = 2.3$. По-видимому, это типичные значения размерностей, которые имеют фрагменты растительности, а возможно, и лесные массивы.

4. Качественная фрактальная картина

В работе [1] было отмечено, что „наблюдается близкая к линейной зависимость ослабления от биомассы растительности“. Поскольку объем измерительной камеры фиксировали, то ослабление оказывается пропорциональным плотности ρ биомассы. В свою очередь плотность определенным образом связана с линейным размером [8]. Обозначим линейный размер как λ , тогда из пропорциональности $Y \sim \rho$ следует, что $Y \sim 1/\lambda^{3-D}$. Согласно основным положениям фрактальной геометрии, для исследования неоднородных объектов необходимо иметь масштабную линейку. Используя ее, объекты можно рассмотреть в различных масштабах. Если

в виде исследовательского инструмента взять электромагнитные волны, то естественным масштабом будет длина волны, т.е. за λ мы должны принять длину электромагнитной волны. Заменяя теперь λ на $1/\omega$, снова приходим к соотношению (6).

В конце необходимо заметить следующее. Фрактальная размерность отражает геометрические свойства неоднородной среды. Однако результаты, представленные на рис. 1, явно указывают на зависимость размерности D от влажности. Причем, как следует из результата (7) и выводов работы [1], с увеличением влажности величина D уменьшается. Указанная зависимость означает, что влажность существенным образом влияет на геометрические характеристики фрагментов растительности. Отвлекаясь от детального исследования такого влияния, которое будет сделано позднее, укажем только, что из данных, представленных в работе [1], следует соотношение

$$D = 0.582 \cdot m^{-0.885}.$$

Здесь m — гравиметрическая влажность растительности.

Заключение

Согласно основному положению фрактальной геометрии — самоподобию, физические величины при наличии многомасштабности выражаются через друг друга степенным образом. Однако, используя только самоподобие объектов, в общем случае невозможно выразить степенные показатели через фрактальную размерность. Необходимо привлечение других аргументов. Мы при рассмотрении ослабления электромагнитных волн фрагментами растительности предлагаем подход, основанный на представлении геометрии фрагментов растительности фрактальным множеством.

Для определения зависимости ослабления от частоты вводится приведенный импеданс, а неоднородная среда из фрагментов растительности представляется в виде фрактальной структуры. При этом электрические свойства фрагментов растительности моделируются иерархической эквивалентной схемой из активных сопротивлений и емкостей. Предложенное построение позволяет получить степенную частотную зависимость ослабления, где степенной показатель выражен через фрактальную размерность.

Выявленная степенная частотная зависимость ослабления получена также из независимого качественного фрактального анализа. На основании существенной зависимости от влажности фрагментов растительности [1] нами предложена формула зависимости D от гравиметрической влажности ее фрагментов.

Работа частично поддержана грантами РФФИ (№ 03-05-96029, 05-01-97200, 05-02-97202).

Список литературы

- [1] Чухланцев А.А., Маречек С.В., Новичихин Е.П. и др. // РЭ. 2004. Т. 49. № 6. С. 677–682.
- [2] Башкуев Ю.Б. Электрические свойства природных слоистых сред. Новосибирск: Изд-во СОРАН, 1996. 196 с.
- [3] Mandelbrot B.B. Les Objets Fractals: Forme, Hazard et Dimension. Paris: Flammarion, 1975.
- [4] Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы. М.: Изд-во Института компьютерных исследований, 2002. 656 с.
- [5] Лиу С., Каплан Т., Грэй П. // Фракталы в физике. М.: Мир, 1988. С. 543–552.
- [6] Ржевский В.В., Коренберг Е.Б. Рудничная радионитроскопия и радиосвязь. М.: Недра, 1978. 189 с.
- [7] Петров А.С., Иванов С.А., Королев С.А. и др. // Успехи современной радиоэлектроники. 2002. № 1. С. 3–38.
- [8] Федер Е. Фракталы. М.: Мир, 1991. 254 с.