

01;09

## Расчет характеристик линзы из кубиков методом эквивалентных токов

© Д.В. Шанников, В.В. Суриков, С.В. Кузьмин

Санкт-Петербургский государственный политехнический университет,  
195251 Санкт-Петербург, Россия  
e-mail: Postbox@stu.neva.ru

(Поступило в Редакцию 14 марта 2005 г.)

Проведен расчет характеристик линзовой антенны с помощью метода эквивалентных токов (второго принципа эквивалентности). Рассмотрена линза Люнеберга, собранная из кубиков. Сравниваются результаты, полученные на основании эксперимента и теоретических расчетов. Продемонстрированы возможности применения данного метода для расчета линзовых антенн, имеющих случайное отклонение диэлектрической проницаемости от заданного распределения.

В работе рассмотрены антенны, построенные по типу линзы Люнеберга, т.е. сферической линзы с центральной симметрией, показатель преломления которой изменяется вдоль радиуса. Она позволяет создавать синфазное распределение поля по раскрытию, причем при вполне определенной диаграмме направленности облучателя амплитудное распределение поля на раскрытии линзы становится постоянным. Преимущества линзы Люнеберга, такие как электромеханическое сканирование в полном секторе углов без поворота всей антенны, а также возможность создания многолучевых систем, используя одну линзу, связаны с центральной симметрией. Однако технология изготовления таких линз весьма сложна. Эта проблема частично решается путем перехода от непрерывного распределения показателя преломления к ступенчатому, т.е. к сферической линзе со слоями из однородного диэлектрика либо к линзе из кубиков (она рассмотрена в [1] и в данной статье).

Поле дифракции на линзе Люнеберга в данной работе определяется с помощью метода эквивалентных токов (второго принципа эквивалентности, предложенного М.И. Конторовичем). Суть метода заключается в том, что диэлектрическое поле, порождающее вторичное поле, заменяется на систему эквивалентных токов, находящихся в вакууме.

Рассмотрим одно из уравнений Максвелла

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = j \frac{\omega}{c} \varepsilon \mathbf{E} + \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}_e,$$

где  $\mathbf{j}_e$  — это сторонний электрический ток.

Это выражение можно преобразовать

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \mathbf{H} &= j \frac{\omega}{c} \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{j}_e + j \frac{\omega}{c} (\varepsilon - \varepsilon_0) \mathbf{E} \\ &= j \frac{\omega}{c} \varepsilon_0 \mathbf{E} + \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}_e + \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}'_e, \end{aligned}$$

где

$$\mathbf{j}'_e = j \frac{\omega}{4\pi} (\varepsilon - \varepsilon_0) \mathbf{E}$$

— эквивалентный ток.

Для свободного пространства  $\varepsilon_0 = 1$ , следовательно, можно переписать

$$\mathbf{j}'_e = j \frac{\omega}{4\pi} (\varepsilon - 1) \mathbf{E}.$$

Для другого уравнения Максвелла можно проделать аналогичные операции, используя введение эквивалентного магнитного тока.

В соответствии с методом эквивалентных токов можно записать следующую формулу для диаграммы направленности (ДН) рассматриваемой линзы:

$$\begin{aligned} F_L(\theta_1) &= \int_0^1 \int_0^\pi J_0(kr' \sin \theta \sin \theta_1) \\ &\times \Phi(r, \theta, \theta_1) r'^2 \sin \theta \frac{E(\theta, r')(\varepsilon(r') - 1)}{\sqrt{\varepsilon(r')}} d\theta dr', \end{aligned}$$

$$\Phi(r, \theta, \theta_1) = \exp(jkl_e) \exp(jkr' \cos(\theta) \cos(\theta_1)), \quad (1)$$

где  $\theta_1$  — угол между направлением на точку наблюдения и осью, на которой расположены центр линзы и облучатель;  $\theta, r'$  — координаты точки интегрирования внутри тела линзы (радиус линзы принят за единицу);  $k$  — волновое число;  $E(\theta, r')$  — напряженность электрического поля в точке интегрирования;  $l_e$  — электрическая длина луча, идущего от облучателя до точки интегрирования.

Функция Бесселя под знаком интеграла (1) получается в результате интегрирования по углу  $\varphi$ . Амплитуды  $E(\theta, r')$  и фазы  $kl_e$  лучей вычислялись в отдельных точках с шагом по углу  $\theta$  в 1 градус и с шагом по радиусу в 0.01. При этом использовались принцип геометрической оптики (для определения траекторий лучей) и закон сохранения энергии. Интеграл (1) считался методом Симпсона. При записи поля в виде (1) считалось, что поле внутри тела линзы не зависит от угла  $\varphi$ . Геометрия задачи приведена на рис. 1 (в качестве облучателя использовался гофрированный рупор).

Рассмотрим линзу, изготовленную фирмой „Конкур“ в соответствии с [2]. Эта линза изготовлена из кубиков с различной диэлектрической проницаемостью.

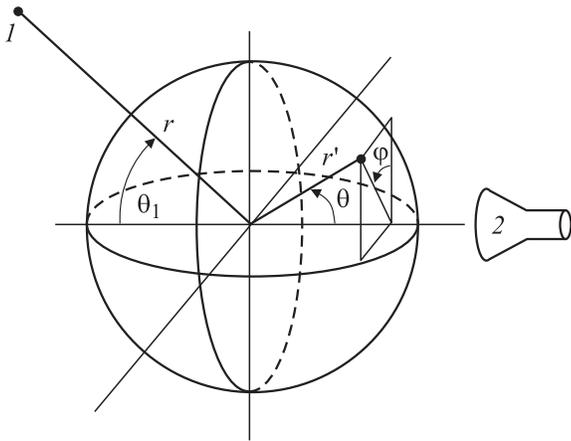


Рис. 1. Геометрия задачи: 1 — точка наблюдения, 2 — облучатель.

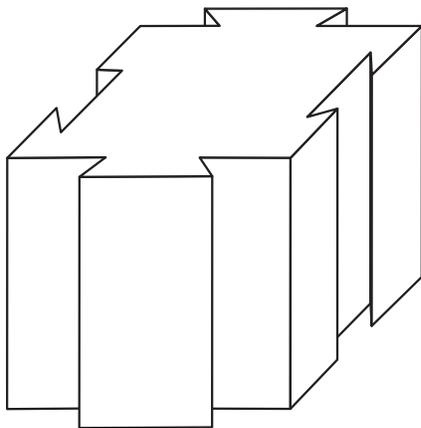


Рис. 2. Кубик.

Тип кубика подбирается таким образом, чтобы его диэлектрическая проницаемость была наиболее близка к диэлектрической проницаемости линзы Люнеберга при радиусе, равном расстоянию от центра линзы до центра этого кубика. Вид кубика представлен на рис. 2.

Грани кубиков создают две системы параллельных вертикальных плоскостей. Если положить, что координатами центров кубиков в горизонтальной плоскости являются целые числа, то оказывается, что если их сумма четная, то и по вертикали координаты центров кубиков — целые числа. В противном случае кубики сдвинуты по вертикали на половину своей высоты.

На рис. 3 приведена зависимость коэффициентов преломления в линзе из кубиков (сплошная линия) и линзе Люнеберга (пунктир).

Линзу из кубиков можно считать случайной средой с малой турбулентностью. Существуют приближенные методы расчета таких сред. Наиболее известными приближениями являются приближения Рытова и Борна [3] для сферической волны и малого уровня флуктуаций коэффициента преломления (график приведен на рис. 4).

Как видно из рис. 3, отклонение коэффициента преломления от заданного не превышает 4%, что говорит о возможности использования вышеупомянутых приближений.

Так как имеется обычно небольшое число номиналов диэлектрических проницаемостей, количество областей, в которых диэлектрическая проницаемость отличается от идеального закона, намного больше. Кроме того, соседние области имеют разные знаки отклонения диэлектрической проницаемости (рис. 3, 4). Следовательно, можно ожидать, что поля, связанные с ошибками при интегрировании, дадут достаточно малое поле, и ДН линзы из кубиков не будет существенно отличаться от ДН идеальной линзы Люнеберга (рис. 5).

Приближение Борна, которое было использовано в данной работе, выглядит следующим образом:

$$U(r) = U_0(r) + \int_{V'} k^2 G(r - r') U_0(r') n_1(r') dV', \quad (2)$$

где  $U_0(r)$  — поле линзы Люнеберга (линзы без возмущений),  $U_0(r')$  — поле внутри тела линзы,  $n_1(r')$  —

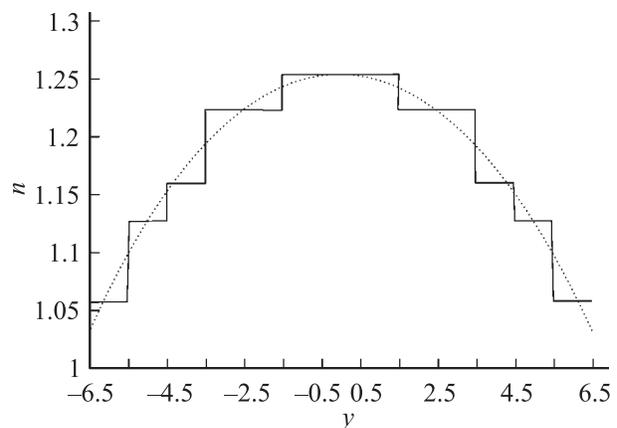


Рис. 3. Коэффициент преломления ( $x = 0, z = 0$ ).

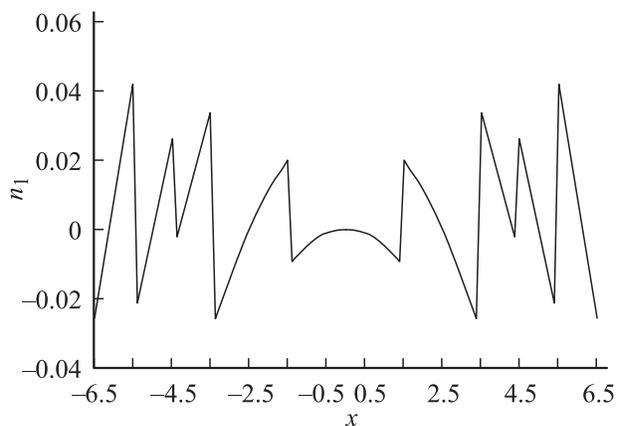
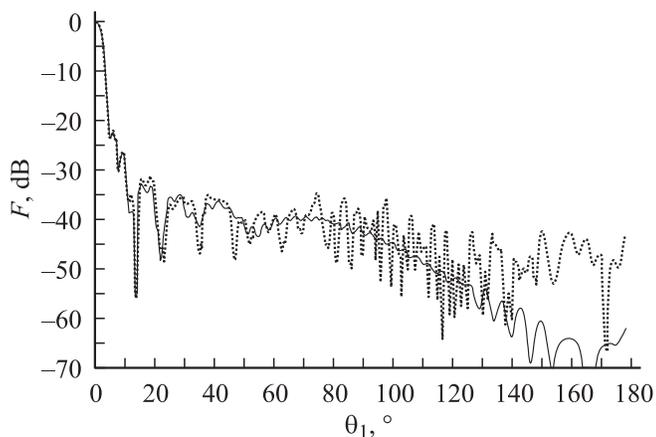


Рис. 4. Отклонение коэффициента преломления ( $y = 0, z = 0$ ) внутри линзы из кубиков от величины, соответствующей линзе Люнеберга.



**Рис. 5.** Диаграммы направленности линзы Люнеберга (сплошная кривая) и линзы из кубиков (пунктир) при фокусном расстоянии  $f = 1.4R$ , где  $R$  — радиус линзы;  $D/\lambda = 18.3$ ,  $D = 2R$ ,  $\lambda$  — длина волны.

отклонение коэффициента преломления от непрерывного (рис. 4),  $G(r - r')$  — функция Грина для свободного пространства,  $k$  — волновое число.

Выражение (2) отличается от (1) тем, что в качестве поля, стоящего под знаком интеграла, используется его невозмущенное значение.

Приближение Рытова в данном случае использовать нецелесообразно, так как перепады  $U_0(r)$  могут быть весьма существенными (свыше 50 dB), а так как  $U_0(r)$  находится в знаменателе [3,4], то под знаком интеграла появляются большие числа, что приводит к неустойчивости результата из-за конечности разрядной сетки ЭВМ.

Расчет интеграла (1) производился методом прямоугольников с шагом в 1 градус по углу  $\theta$  и 0.01 по радиусу. Интеграл (2) считался также по методу прямоугольников, но с кубической сеткой в отличие от предыдущего случая таким образом, чтобы на длине кубика укладывалось 5 точек.

Как видно из рис. 4, наличие кубиков приводит к появлению дополнительного фона в области дальнего бокового ( $E_2$ ) и заднего излучения на уровне 40–45 dB. Средний уровень этого фона можно оценить, рассчитав мощность, уходящую в этот фон. Действительно, как линейные размеры, так и положения вышеупомянутых областей, в которых имеется отличие в диэлектрической проницаемости, являются квазислучайными, их линейные размеры в среднем равны половине длины кубика. Таким образом, если просуммировать по мощности (без учета фаз) поля от этих областей (формула (3)) и отнормировать на максимум поля, то получим

$$E_{\text{noise}} = \frac{\sqrt{2\pi \int_0^R \int_0^\pi \left(2 \frac{\Delta n}{\sqrt{\varepsilon(r')}} E(\theta, r') r'^2 \sin(\theta) \frac{k^2}{4\pi}\right)^2 d\theta dr'}}{E_{\text{max}}},$$

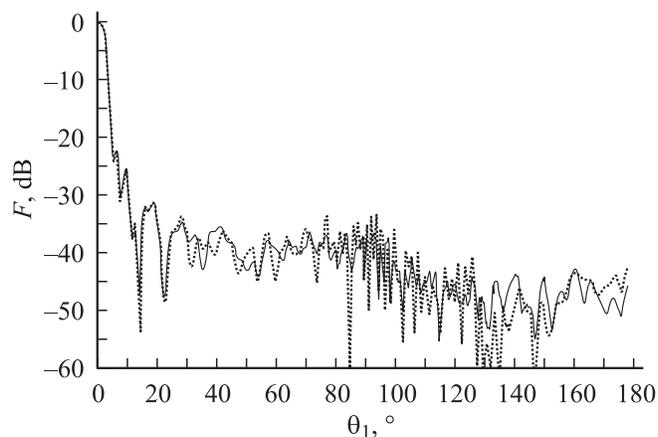
$$E_2 = 20 \log(E_{\text{noise}}). \quad (3)$$

Эта формула является следствием формулы (1). Множитель  $k^2/4\pi$  является коэффициентом пропорциональности между амплитудой эквивалентного тока и амплитудой поля  $E$ , созданного им в дальней зоне.

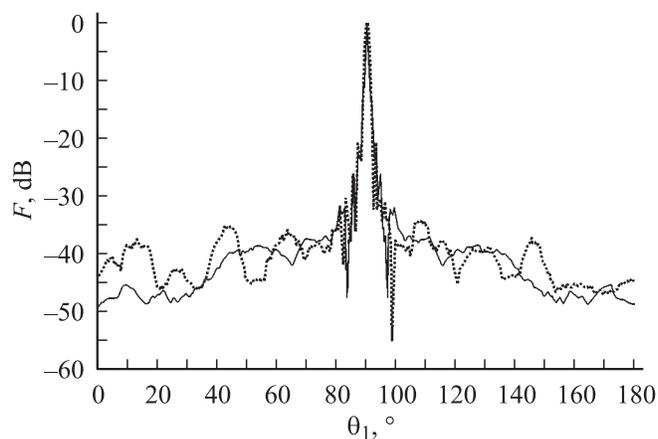
Для рассматриваемой линзы получаем уровень фона по полю  $-46$  dB.

Для подтверждения возможности использования предложенного подхода были проведены измерения диаграммы направленности линзы из кубиков. Для увеличения динамического диапазона измерений было использовано синхронное детектирование при обработке сигнала в компьютере. Разработанная программа позволила соответствующим образом обработать полученные данные и построить ДН антенны.

Следует отметить, что экспериментальные диаграммы направленности антенны снимались при разных ориентациях облучателя относительно плоскостей, в которых лежат кубики. Можно утверждать, что мы имеем дело с отдельно взятыми реализациями случайного процесса. Этот процесс не является стационарным, следовательно,



**Рис. 6.** Усредненная теоретическая ДН (сплошная кривая) и одна из реализаций (пунктир).



**Рис. 7.** Экспериментальная (сплошная кривая) и теоретическая (пунктир) ДН линзы из кубиков.

имеет смысл сравнивать усредненные теоретические и экспериментальные ДН.

При проведении эксперимента линза всегда устанавливалась таким образом, чтобы грани кубиков, не содержащие шипов и пазов (рис. 2), лежали в плоскости изменения угла  $\theta_1$ . Таким образом, поворачивая линзу вокруг вертикальной оси, получалась очередная реализация.

На рис. 6 приведены расчетные ДН (сплошная кривая — ДН, усредненная по четырем реализациям; пунктир — одна из реализаций). Как можно видеть, разница между конкретными реализациями незначительна.

На рис. 7 приведены теоретическая (показана сплошной кривой на рис. 6) и экспериментальная ДН линзы из кубиков, усредненные по углу  $\theta_1$ . Усреднение (медианизация) проводилось в „окне“ размером  $10^\circ$ , это „окно“ перемещалось по всему диапазону изменения угла  $\theta_1$ , исключая участок  $|\theta_1| < 20^\circ$ , т.е. по области далеких боковых лепестков.

Из приведенного графика видно, что подход, изложенный в этой статье, дает достоверные результаты во всем секторе углов. Этим методом можно рассчитать поля диэлектрических антенн других типов, у которых имеются случайные отклонения диэлектрической проницаемости от заданной.

## Список литературы

- [1] Каценеленбаум Б.З., Голубятников А.В. // Письма в ЖТФ. 1998. Т. 24. Вып. 15.
- [2] Патент № 2099843. 1997.12.20. Рефераты российских патентных документов за 1994–2004 гг.
- [3] Исимару А. Распространение и рассеяние волн в случайно-неоднородных средах. М.: Мир, 1981. Т. 1. 280 с.
- [4] Зелкин Е.Г., Петрова Р.А. Линзовые антенны. М.: Сов. радио, 1974. 280 с.