05

Стесненное зернограничное проскальзывание и неупругость поликристаллов

© Ш.Х. Ханнанов,[1] С.П. Никаноров[2]

[1] Институт физики молекул и кристаллов Уфимского научного центра РАН,
450075 Уфа, Россия
e-mail: imcp@anrb.ru
[2] Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН,
194021 Санкт-Петербург, Россия
e-mail: nikanorov@pop.ioffe.rssi.ru

(Поступило в Редакцию 7 июня 2005 г.)

Развита модель неупругого поведния поликристаллов, основанная на представлении о стесненном зернограничном проскальзывании. В данной модели предполагается, что зернограничное проскальзывание аккомодируется только путем упругой деформации зерен, что оправдано в области малых напряжений. В качестве приложения исследуется динамическое неупругое поведение и эффект уменьшения модулей поликристаллов при воздействии ультразвуковым полем малой амплитуды. Показано, что некоторые имеющиеся экспериментальные данные, полученные на ультрамелкозернистых материалах, могут быть объяснены в рамках настоящей модели. В качественном согласии с экспериментом теория предсказывает, что уменьшение упругих модулей должно носить характер размерного эффекта и наблюдаться в области малых размеров зерен.

PACS: 61.72.Mm, 62.40.+i

Явления неупругости в кристаллических твердых телах исследуются как теоретически, так и экспериментально достаточно длительное время (см., например, [1–4]). Развитые в этой области методы и подходы зарекомендовали себя как весьма разнообразные, точные и эффективные для изучения дефектной структуры и ее влияния на физические свойства материалов. В последние годы в связи с интенсивным исследованием субмикрокристаллических и нанокристаллических материалов возникает необходимость изучения специфических явлений неупругости, которые могут наблюдаться в поликристаллах и обусловлены наличием в них границ зерен.

Одним из интересных экспериментальных данных, полученных при испытаниях субмикрокристаллических и нанокристаллических материалов, является существенное (иногда на десятки процентов) уменьшение упругих модулей [5,6]. Теоретическое объяснение этого наблюдаемого факта встречается с некоторыми трудностями. Если исходить из представления, что здесь имеет место чисто упругое явление, то для объяснения величины уменьшения модулей приходится допускать либо наличие значительной пористости, либо особой зернограничной фазы с достаточно большой объемной долей и низкими значениями модулей [5,6]. Однако такие допущения не всегда оправданы, в особенности это касается материалов, полученных путем интенсивной пластической деформации [5,22].

Можно попытаться взглянуть на данный вопрос с иной точки зрения, предполагая, что наблюдаемое уменьшение модулей обусловлено не чисто упругим, а релаксационным процессом (неупругостью). В качестве такого процесса, по-видимому, может выступать стесненное зернограничное проскальзывание. В пользу данного предположения говорят, во-первых, экспериментальные данные о развитии зернограничного проскальзывания в различных условиях ползучести [7], сверхпластичности [8], активной деформации [9] и ультразвуковом нагружении [10]; во-вторых, достаточная величина (по оценкам в рамках двумерной схемы [11] — несколько десятков процентов) релаксации модулей. Целью настоящей работы является более подробное рассмотрение явления нупругости поликристаллов, связанного с механизмом стесненного зернограничного проскальзывания, и попытка на основе развитых представлений дать иное физическое объяснение экспериментальных данных, касающихся уменьшения упругих модулей в субмикроскопических и нанокристаллических материалах [5,6]. Поскольку процесс зернограничного проскальзывания на микроскопическом уровне очень сложен и до сих пор не до конца ясен [7–9,12], мы будем пользоваться простыми феноменологическими моделями. При этом, в отличие от обычного подхода (см. [2]), мы будем наряду с реологической моделью использовать структурную модель поликристалла. Последнее необходимо, чтобы учесть в теории важнейший структурный фактор — размер зерен поликристаллического материала.

1. Модель и оценка времени релаксации для стесненного зернограничного проскальзывания

Рассмотрим простую двумерную модель стесненного зернограничного поскальзывания. Будем считать, что границы зерен обладают собственной (без участия внутризеренного скольжения) способностью проскальзывать, например, по механизму [12]. Согласно экспериментальным данным [19] (см. [7]), при малых напряжениях, когда приложен ультразвук, скорость зернограничного проскальзывания v зависит от напряжения σ и температуры T как

$$v = v_0 \sigma^n \exp(-Q/RT), \tag{1}$$

где v_0 — константа, $n \simeq 1$, Q — энергия активации, R — газовая постоянная. Поскольку $n \simeq 1$, то в области малых напряжений сдвига τ закон зернограничного проскальзывания можно считать вязким

$$v = \left(\frac{\tau}{B}\right), \tag{2}$$

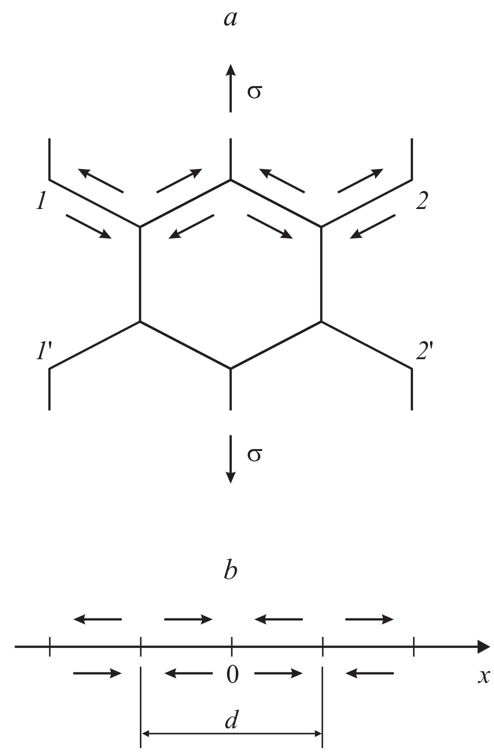
где B — феноменологический коэффициент трения, который зависит от T. Закон вида (2), например, использовался в [11,13].

Уравнение (2) описывает нестесненное зернограничное проскальзывание, когда граница зерен плоская (случай бикристалла) поверхность. В случае же поликристалла граница зерен в сечении имеет вид ломаной линии (претерпевает изломы в стыках), что не позволяет протекать зернограничному проскальзыванию беспрепятственно, если не действуют какие-либо механизмы аккомодации, устраняющие препятствия в стыках [7–9,11,14]. Предположим, что другие аккомодирующие механизмы, кроме упругого, не действуют или неэффективны (например, вследствие низкого уровня внешних напряжений или большой частоты ω в случае циклического напряжения). Таким образом, объем поликристалла вне границ зерен находится, по предположению, в упругом состоянии.

Для оценки времени релаксации стесненного зернограничного проскальзывания $\tilde{t}$ воспользуемся упрощенной двумерной моделью. Сначала рассмотрим двумерную схему поликристалла, подвергнутого одноосному симметричному нагружению (см. рисунок, *a*). При таком нагружении напряжения сдвига τ возникают только на наклонных границах зерен, как показано двойными стрелками вдоль одной ломаной линии границ *1–2*. Для упрощения пренебрежем упругим взаимодействием составной границы *1–2* с другими составными границами (например, *1′–2′*). Далее, заменим ломаную линию *1–2* прямой границей, но сохраним периодически изменяющийся характер действующих касательных напряжений. В результате придем к схеме, изображенной на рисунке, *b*. Здесь линия распрямленной составной границы зерен совпадает с осью x. Напряжения сдвига $\tau(x)$, действующие вдоль границы, изменяются с периодом d, где d — размер зерна. В силу периодичности $\tau(x)$, как видно, относительные смещения зерен $u(x)$ должны быть равны нулю

$$u(x) = 0, \tag{3}$$

в точках $x = 0, \pm d/2, \ldots, \pm kd/2$, где k — любое целое число. Таким образом, условие (3) учитывает блокирующее действие стыков при скольжении вдоль ломаной линии *1–2*, и зернограничное проскальзывание тем самым



Двумерная схема поликристалла (*a*) и расчетная схема стесненного зернограничного проскальзывания (*b*).

сохраняет стесненный характер. При малых частотах нагружения ω, когда

$$\left(\frac{2\pi}{\omega}\right) \gg \left(\frac{d}{c}\right), \tag{4}$$

где c — скорость звука, процесс зернограничного проскальзывания можно считать квазистатическим и описывать его уравнением вида (см. (2))

$$v = \frac{1}{B}(\tau + \tau_D). \tag{5}$$

Здесь $(\tau + \tau_D)$ — полное напряжение, где τ_D — упругое напряжение, создаваемое континуально распределенными зернограничными дислокациями, линейная плотность которых $\rho(x) = \partial u/\partial x$. Такое распределение может отвечать реальным зернограничным дислокациям, если механизм проскальзывания дислокационный, или фиктивным дислокациям, если действует какой-либо недислокационный механизм. Согласно [15,16], имеем

$$\tau_D = A \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\rho(\xi) d\xi}{x - \xi} = A \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial u/\partial x(\xi) d\xi}{x - \xi}, \tag{6}$$

где $A = G/2\pi(1 - v)$, G — модуль сдвига, v — коэффициент Пуассона. Скорость проскальзывания v связана с относительным смещением зерен u соотношением

$$v = \partial u/\partial t. \tag{7}$$

Подставляя выражения (6), (7) в (5), приходим к интегро-дифференциальному уравнению относительно неизвестной функции $u(x, t)$

$$-B\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right) + A\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{\partial u/\partial x(\xi)d\xi}{x-\xi} + \tau = 0. \qquad (8)$$

Рассмотрим задачу о релаксации относительного смещения $u(x, t)$ при дополнительных условиях:

$$u(x, 0) = 0, \qquad (9)$$

$$\tau(x, t) = \begin{cases} 0, t < 0; \\ \tau(x), t \geq 0. \end{cases} \qquad (10)$$

Поскольку $\tau(x)$ — периодическая нечетная функция от переменной x, то ее можно при $t > 0$ представить в виде фурье-разложения

$$\tau(x) = \sum_{n=1}^{\infty}\tau_n \sin\left(n\frac{2\pi}{d}x\right). \qquad (11)$$

Очевидно, функция $u(x, t)$ также может быть представлена в виде ряда (11)

$$u(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty}u_n(t)\sin\left(n\frac{2\pi}{d}x\right), \qquad (12)$$

где $u_n(t)$ — коэффициенты разложения, зависящие от времени t. Подставляя выражения (11), (12) в (8) и учитывая соотношение (см. [17])

$$\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{\cos(\xi)d\xi}{x-\xi} = -i\sin x, \qquad (13)$$

приходим к уравнению относительно $u_n(t)$

$$-Bu_n' + A(2\pi)\left(-n\frac{2\pi}{d}\right)u_n + \tau_n = 0. \qquad (14)$$

Уравнение (14) при $u_n(0) = 0$ имеет решение вида

$$u_n = \frac{\tau_n d}{(2\pi)^2 An}\left[1 - \exp\left(-\frac{t}{t_n}\right)\right], \qquad (15)$$

где t_n — время релаксации n-го члена разложения (12)

$$t_n = \frac{1}{(2\pi)^2}\left(\frac{Bd}{A}\right)\left(\frac{1}{n}\right). \qquad (16)$$

Как видно из (15), (16), основной вклад в релаксацию вносит первый член разложения (поскольку $u_n \sim 1/n$) и время релаксации зернограничного проскальзывания $\tilde{t}$ определяется временем релаксации этого основного члена t_1

$$\tilde{t} = t_1 = \frac{1}{(2\pi)^2}\left(\frac{Bd}{A}\right). \qquad (17)$$

Согласно (17), время релаксации $\tilde{t} \sim d$ зависит от размера зерна, который изменяется в широких пределах в рассматриваемых здесь субмикрокристаллических и нанокристаллических материалах. При фиксированной температуре T и частоте нагружения ω релаксационные процессы могут проявляться только в области достаточно малых размеров зерен d, меньших некоторого критического значения $d_c(T, \omega)$

$$d < d_c(T, \omega). \qquad (18)$$

Чтобы рассмотреть эти вопросы более подробнее, перейдем к феноменологической (макроскопической) модели поликристалла как упруговязкого тела [18,19].

2. Макроскопическая модель

При приложении внешних упругих напряжений к поликристаллу, изображенному на рисунке, происходит как упругая, так неупругая деформация. Первая имеет место и в отсутствии (при выключении) зернограничного проскальзывания, как в упругом теле за счет деформации тела зерен. Неупругая часть связана со стесненным зернограничным проскальзыванием, аккомодируемым (в принятой нами модели) упругой деформацией. Такое поведение можно феноменологически описать с помощью так называемого стандартного линейного тела (реологической моделью Зинера) [2,4,20] (см. [2], рис. 80, b). Деформация этого тела ε подчиняется общему уравнению вида [18]

$$J_R\sigma + t_\sigma J_U\dot{\sigma} = \varepsilon + t_\sigma\dot{\varepsilon}, \qquad (19)$$

где t_σ, J_R, J_U — константы материала. Указанные константы выражаются через параметры G_1, G_2, η_2 реологической модели соотношениями

$$J_R = \frac{1}{G_1}; \quad J_U = \frac{1}{G_1 + G_2}; \quad t_\sigma = \eta_2\frac{G_1 + G_2}{G_1 G_2}. \qquad (20)$$

Здесь $J_U = (1/M_U)$ — нерелаксированная податливость, $J_R = (1/M_R)$ — релаксированная податливость; M_U, M_R — соответствующие модули; t_σ — время релаксации (осуществления деформации тела при фиксированном значении напряжения σ). Интегрирование (19) при дополнительном условии $\varepsilon(t) = 0$, $\sigma = 0$ при $t < 0$ и $\sigma = \text{const}$ при $t \geq 0$ приводит к выражению для $\varepsilon(t)$

$$\varepsilon(t) = J_U\sigma + (J_R - J_U)\sigma\left[1 - \exp\left(-\frac{t}{t_\sigma}\right)\right]. \qquad (21)$$

Первое слагаемое в правой части (21) соответствует в нашей модели мгновенной упругой деформации тела зерен в поликристалле, второе — описывает процесс релаксации стесненной зернограничной деформации.

Рассмотрим поведение поликристаллического тела, описываемого уравнением (19), в случае периодического нагружения

$$\sigma = \sigma_0\exp(i\omega t), \qquad (22)$$

где σ_0 — амплитуда, ω — круговая частота. Деформация $\varepsilon(t)$ с учетом (22) и некоторой фазы запаздывания φ

определяется выражением

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \exp\left[i(\omega t - \varphi)\right] \equiv (\varepsilon_1 - i\varepsilon_2)\exp(i\omega t), \tag{23}$$

где ε_0 — амплитуда; $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ — составляющие ε, находящиеся в фазе и не в фазе с приложенным напряжением σ (22). Связь между ε и σ с учетом (22), (23) можно выразить в форме

$$\varepsilon = J^*(\omega)\sigma, \tag{24}$$

где $J^*(\omega) = J_1(\omega) - iJ_2(\omega)$ — комплексная податливость.

Подставляя соотношения (22)–(24) в (19), получаем для зависящей от частоты величины релаксированной податливости $J_1(\omega)$

$$J_1(\omega) = J_U + \frac{\delta J}{1 + \omega^2 t_\sigma^2}, \tag{25}$$

где δJ — так называемая релаксация податливости

$$\delta J = (J_R - J_U). \tag{26}$$

Как видно из (25) ([18], рис. 1), $J_1(\omega)$ стремится к постоянным пределам, равным J_U при $\omega \to \infty$ и $J_R = (J_U + \delta J)$ при $\omega \to 0$. Фаткически изменение податливости $J_1(\omega)$ от нерелаксированного значения J_U до релаксированного J_R происходит в основном в достаточно малом интервале частот вблизи частоты ω_*, удовлетворяющей равенству

$$\omega_* t_\sigma = 1. \tag{27}$$

Полагая в случае поликристалла $t_\sigma = \tilde{t}$, где $\tilde{t}$ определяется выражением (17), получим из (27) оценку для ω_*

$$\omega_* = (2\pi)^2 \left(\frac{A}{Bd}\right). \tag{28}$$

При циклическом нагружении, в частности ультразвуковом воздействии, релаксация податливости (модуля) успевает произойти, если частота ω меньше характерного значения ω_*

$$\omega < \omega_*. \tag{29}$$

Если же значение частоты ω фиксировано, как имеет место в обычных экспериментах, то условие (29) будет выполняться согласно (28) только при достаточно малых размерах зерен d

$$d < (2\pi)^2 \left(\frac{A}{B\omega}\right). \tag{30}$$

Таким образом, неупругость поликристаллов, связанная с механизмом стесненного зернограничного проскальзывания, может проявляться как размерный эффект (возникать только в области достаточно малых размеров зерен).

3. Обсуждение результатов

Остановимся на обсуждении ряда важных моментов, касающихся использованной модели и полученных результатов, с привлечением имеющихся экспериментальных данных. Прежде всего следует сказать, что экспериментально полученные данные разных исследователей (см. [5,6,22]) о снижении модулей упругости в области малых размеров зерен $d \leq 1\,\mu$m можно с осторожностью считать некоторым подтверждением предложенной нами теоретической модели неупругости поликристаллов. Согласно нашей модели, поликристаллам присущ особый вид неупругости, который носит характер размерного эффекта и должен обнаруживать себя именно при малых размерах зерен.

Для установления условий наблюдения данного типа неупругости проведем оценки значений основных параметров модели B и t_σ, используя уравнения (2) и (17), а также имеющиеся экспериментальные данные. По данным [12], для Ag при $T = 180°$C и $\sigma = 10^{-6}$ MPa наблюдаемая скорость зернограничного проскальзывания $v = 4.19 \cdot 10^{-15}$ mm/s. Подставляя эти значения σ и v в уравнение (2), находим $B = 2.37 \cdot 10^8$ MPa $\cdot$ s/mm. Для бикристаллов Al при $T = 560°$C и $\sigma = 0.29$ MPa получено значение $v = 2.78 \cdot 10^{-5}$ mm/s (см. [12]). Согласно уравнению (2), этим значениям σ и v соответствует значение $B = 1.04 \cdot 10^4$ MPa $\cdot$ s/mm.

Рассмотрим поликристаллы с размером зерна $d = 10^{-5}$ mm (нанокристаллические материалы). Для Ag при $T = 180°$C, полагая $t_\sigma = \tilde{t}$, $G = 3 \cdot 10^4$ MPa и используя соотношение (17), получим $t_\sigma \simeq 10^{-2}$ s, для Al при $T = 560°$C — $t_\sigma = 3 \cdot 10^{-7}$ s. В первом случае для Ag значение t_σ оказывается бóльшим, так что неупругость рассматриваемого типа не может наблюдаться в экспериментах с использованием ультразвука (частота ω_*, согласно (27), оказывается малой $\omega_* \sim 10^2\,\mathrm{s}^{-1}$). Во втором случае для Al значение t_σ на много порядков меньше, и частота $\omega_* \sim 3 \cdot 10^6\,\mathrm{s}^{-1}$, согласно (27), находится в области ультразвуковых колебаний. Таким образом, по крайней мере для Al можно сказать, что при $T = 560°$C и $d = 10^{-3}$ mm рассматриваемый нами тип неупругости может наблюдаться.

Экспериментально уменьшение упругих модулей наблюдалось в условиях высокочастотного воздействия в ультрамелкозернистой Cu [5] и Nb [22]. Однако для этих материалов экспериментальные данные относительно скорости зернограничного проскальзывания v или параметра B отсутствуют.

Приведенные выше оценки для B и t_σ основывались на экспериментальных данных [12], полученных в опытах на бикристаллах, когда реализуется микромеханизм зернограничного проскальзывания путем движения зернограничных дислокаций. Неконсервативное движение зернограничных дислокаций, согласно одной из реалистических моделей, обусловлено торможением переползающими ступеньками (см. [12,21]). Когда дислокации совершают перемещения на расстояния $l \gg b$ (b — вектор Бюргерса дислокации), ступеньки вынуждены генерировать и испускать вакансии. Поэтому скорость движения дислокаций (и зернограничного проскальзывания) характеризуется энергией ([12], (28)). Однако ситуация может существенно измениться, когда $l \sim b$. Действительно, при $d \sim 1\,\mu$m и $\varepsilon \sim 10^{-6}$ (типичное значение амплитуды ультразвукового поля [22]) вклад неупругой деформации $\tilde{\varepsilon}$ сравним с упругой деформацией ε, если средняя величина зернограничного проскальзывания $u \sim 10^{-6}\,\mu$m, т.е. является весьма малой. При линейной плотности зернограничных дислокаций $\rho = 10^6\,\mathrm{cm}^{-1}$ и $b = 10^{-8}\,\mathrm{cm}$ проскальзывание величиной 10^{-10} cm обеспечивается смещением на очень малое среднее расстояние $l \simeq 10^{-8}\,\mathrm{cm}$, что может оказаться достаточным только для зарождения (без последующего испускания) вакансий на переползающих ступеньках. Тогда энергия активации процесса движения дислокации будет равной $Q' = E_f$, что существенно меньше $Q = (E_m + E_f)$. Это может привести к уменьшению B и увеличению ω_* (29) на много порядков при комнатной температуре. Нельзя исключать и другие возможные микромеханизмы зернограничного проскальзывания с малыми значениями Q и B. Важным фактором является также неравновесность структуры границ зерен. Так, согласно данным [5], энергия активации процесса самодиффузии в нанокристаллических материалах, полученных путем интенсивной пластической деформации, оказывается ниже энергии активации самодиффузии по границам зерен в равновесном состоянии.

Следует несколько обсудить данный тип неупругости также с точки зрения величины релаксации податливости δJ, которая входит в выражение для релаксированной податливости $J_1(\omega)$ и определяется соотношением (26). Величину δJ можно оценить путем расчета полной деформации поликристалла при статическом нагружении ($\omega = 0$), используя двумерную модель. Согласно таким расчетам [11], значения нерелаксированного G_U и релаксированного G_R модулей сдвига соотносятся как

$$G_R = 0.75 G_U. \tag{31}$$

Отсюда имеем оценку

$$\delta J \simeq 0.25 J_U. \tag{32}$$

Как видно из (31), (32), релаксация модуля и податливости поликристалла путем стесненного зернограничного проскальзывания вполне сопоставима с экспериментально наблюдаемыми значениями в [5]. Существенно меньшие экспериментальные значения релаксации модуля, полученные в [22], возможно связаны с высокими значениями частоты (полная релаксация не успевает произойти) или с наличием препятствий зернограничному проскальзыванию (например, фасетки или ступеньки на границах зерен).

Сказанное выше не исключает других объяснений наблюдаемого уменьшения упругих модулей в нанокристаллических материалах [6]. В частности, многоступенчатое уменьшение модуля Юнга при росте размера зерна во время отжигов образцов Nb [22] указывает на действие нескольких механизмов. К нанокристаллическим материалам применима модель двухфазного тела с эффективным значением упругого модуля E

$$E = Ev(1 - x) + E_{GB}x, \tag{33}$$

где Ev, E_{GB} — модули объема зерна и зерно граничной области, x — объемная доля зернограничной фазы. Отсюда, полагая $E_{GB} = (1/2)Ev = 0.5$, получаем

$$E = 0.75Ev, \tag{34}$$

т.е. уменьшение модуля $\Delta E \approx 0.25Ev$, что согласуется с типичными экспериментальными значениями ΔE при $d \approx 10\,\mathrm{nm}$ [6]. Однако данное объяснение не применимо в случае крупных размеров зерен $d \leq 1\,\mu$m [5].

Еще одно альтернативное объяснение основано на предположении о наличии высокой степени пористости:

$$E = Ev(1 - y), \tag{35}$$

где y — объемная доля пор. Полагая $y \approx 0.25$, получаем $\Delta E \approx 0.25Ev$. Такая пористость и такое уменьшение модуля ΔE вполне возможны в случае материалов, полученных путем прессования порошков [6]. Данное объяснение, как и предыдущее, нельзя распространить на метериалы, полученные путем интенсивной пластической деформации [5,22]. Таким образом, здесь существует возможность предположить несколько различных физических моделей и объяснений. Для внесения ясности необходимы дальнейшие экспериментальные исследования в широком диапазоне изменения частоты, амплитуды нагружения, размера зерен и температуры. Можно допустить, что в различных областях этих параметров реализуются различные механизмы, ответственные за изменение упругих модулей. Предложенная в настоящей работе модель неупругости может, в частности, наблюдаться только при $\omega < \omega_*$ (29). Кроме того, амплитуда нагружения должна быть достаточно малой, чтобы не возникали необратимые изменения дефектной структуры поликристалла.

Список литературы

[1] *Никаноров С.П., Кардашев Б.К.* Упругость и дислокационная неупругость кристаллов. М.: Наука, 1985. 284 с.

[2] *Постников В.С.* Внутреннее трение в металлах. М.: Металлургия, 1974. 350 с.

[3] Физическая акустика. Влияние дефектов на свойства твердых тел / Под ред. У. Мэзона. М.: Мир, 1969. Т. III. Ч.А. 578 с.

[4] *Новик А., Берри Б.* Релаксационные явления в кристаллах. М.: Атомиздат, 1975. 472 с.

[5] *Валиев Р.З., Александров И.В.* Наноструктурные материалы, полученные интенсивной пластической деформацией. М.: Логос. 2000. 272 с.

[6] *Гусев А.И., Ремпель А.А.* Нанокристаллические материалы. М.: Физматлит, 2000. 224 с.

[7] *Розенберг В.М.* Ползучесть металлов. М.: Металлургия, 1967. 276 с.
[8] *Кайбышев О.А., Валиев Р.З.* Границы зерен и свойства металлов. М.: Металлургия, 1987. 214 с.
[9] *Орлов А.Н., Перевезенцев В.Н., Рыбин В.В.* Границы зерен в металлах. М.: Металлургия, 1980. 156 с.
[10] *Ке Тин-суй.* Упругость и неупругость металлов. М.: ИЛ, 1954. С. 198, 325.
[11] *Rey R., Ashby M.F.* // Metal. Trans. 1971. Vol. 2. N 4. P. 1113.
[12] *Гейтс Р.* Атомная структура межзеренных границ. М.: Мир, 1978. С. 220.
[13] *Постников В.С.* Физика и химия твердого состояния. М.: Металлургия, 1978. 544 с.
[14] *Ханнанов Ш.Х.* // ФММ. 1978. Т. 64. № 6. С. 1051.
[15] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теория упругости. М.: Наука, 1987. 248 с.
[16] *Ханнанов Ш.Х.* Распределения дислокаций. Уфа: УНЦ УрО РАН, 1992. 220 с.
[17] *Гахов Ф.Д.* Краевые задачи. М.: Физматлит, 1963. 640 с.
[18] *Берри Б., Новик А.* Влияние дефектов на свойства твердых тел. М.: Мир, 1969. С. 11.
[19] *Шепери Р.А.* Композиционные материалы / Под ред. Л. Браутман, Р. Крок. Т. 2. Механика композиционных материалов / Под ред. Дж. Сендецки. М.: Мир, 1978. С. 102.
[20] *Зинер С.* Упругость и неупругость металлов. М.: ИЛ, 1954. С. 9.
[21] *Грабский М.В.* Структурная сверхпластичность металлов. М.: Металлургия, 1975. 270 с.
[22] *Буренков Ю.А., Никаноров С.П., Смирнов Б.И., Копылов В.И.* // ФТТ. 2003. Т. 45. № 11. С. 2017.