

01;03

Теория движения крупных капель бинарных концентрированных растворов в неоднородной по температуре трехкомпонентной газовой смеси

© Ю.И. Яламов, Н.Н. Голикова

Московский государственный областной университет,
105005 Москва, Россия
e-mail: rectorat@mgou.ru

(Поступило в Редакцию 12 апреля 2005 г.)

Построена теория термофоретического движения крупных капель бинарных концентрированных растворов с двойным фазовым переходом в трехкомпонентной газовой смеси с учетом термодиффузионных эффектов. Проведены численные оценки и построены графики для скорости термофореза крупных капель, состоящих из воды и растворенного в ней этилового спирта, радиусом 5, 10 и 15 μm , при различных концентрациях в капле этилового спирта при объемной термодиффузии и ее отсутствии.

PACS: 45.70.Mg, 51.10.+y

Рассмотрим сферическую каплю высококонцентрированного раствора радиуса R , взвешенную в неоднородной по температуре трехкомпонентной газовой смеси. Обе компоненты капли бинарных растворов испытывают фазовые превращения — процессы испарения или конденсации. Поэтому две компоненты трехкомпонентной газовой смеси образуются парами растворителя и растворенного в капле вещества, а третья компонента — нейтральный несущий газ — не испытывает фазового перехода на поверхности капли.

Радиус капли значительно больше длин свободного пробега молекул компонент внешней смеси. Поэтому поправки к основным эффектам, пропорциональным числу Кнудсена λ/R , где λ — длина свободного пробега молекул внешней смеси, учитываться не будут [1–3]. Предполагается, что среднее расстояние l между каплями значительно больше $2R$ — диаметра капли. В силу этого взаимодействием между каплями в смысле их взаимного диффузионно-гидродинамического и теплового влияния можно пренебречь. Не принимается во внимание возможное гравитационное движение капель.

Внешняя среда характеризуется средним значением коэффициента вязкости η_{0e} , плотностью ρ_{0e} и темпе-

ратурой T_{0e} на большом расстоянии от капли. Так как капля имеет сферическую форму, расчеты удобно проводить в сферической системе координат. Выберем начало системы сферических координат (r, θ, φ) в центре капли (рис. 1). На большом относительном удалении от частицы $r \gg R$ предположим наличие в объеме вязкой трехкомпонентной смеси постоянного градиента температуры $(\nabla T_e)_\infty$, направление которого выберем вдоль полярной оси $z = r \cdot \cos \Theta$. При таком выборе положения начала координат удобно каплю считать покоящейся, а центр тяжести внешней среды движущимся относительно частицы при $r \rightarrow \infty$ со скоростью \mathbf{U} [1,2].

Предположим, что при движении капля сохраняет сферическую форму. Это справедливо, если силы поверхностного натяжения на поверхности раздела капля–внешняя среда значительно больше сил внешнего вязкого сопротивления, стремящихся нарушить сферическую форму. Аналитически условие сохранения формы капли имеет вид [2]

$$\frac{\sigma}{R} \gg \frac{\eta_e |\mathbf{U}|}{R}, \quad (1)$$

где σ — коэффициент поверхностного натяжения на межфазной границе капля–внешняя среда, $|\mathbf{U}|$ — скорость капли.

Распределения скоростей, давлений, температур и концентраций вне и внутри каждой отдельной капли удовлетворяют в самой общей постановке следующей системе дифференциальных уравнений [4–6]:

$$\eta_e \nabla^2 \mathbf{V}^{(e)} = \nabla p^{(e)} + \rho_e (\mathbf{V}^{(e)} \nabla) \mathbf{V}^{(e)}, \quad (2)$$

$$\text{div} (\rho_e \mathbf{V}^{(e)}) = 0, \quad (3)$$

$$D_{13}^{(e)} \nabla^2 C_{1e} = (\mathbf{V}^{(e)} \nabla) C_{1e}, \quad (4)$$

$$D_{23}^{(e)} \nabla^2 C_{2e} = (\mathbf{V}^{(e)} \nabla) C_{2e}, \quad (5)$$

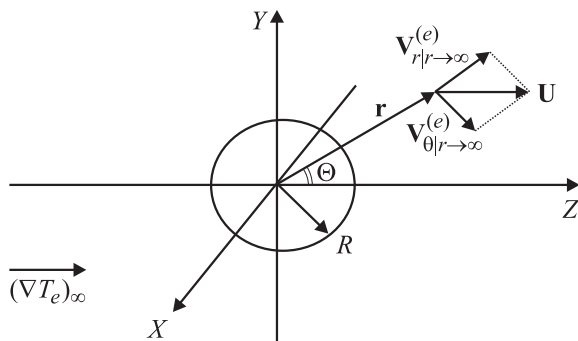


Рис. 1. Схема рабочей капли.

$$\chi_e \nabla^2 T_e = (\mathbf{V}^{(e)} \nabla) T_e, \quad (6)$$

$$\eta_i \nabla^2 \mathbf{V}^{(i)} = \nabla p^{(i)} + \rho_i (\mathbf{V}^{(i)} \nabla) \mathbf{V}^{(i)}, \quad (7)$$

$$\operatorname{div} (\rho_i \mathbf{V}^{(i)}) = 0, \quad (8)$$

$$D_{12}^{(i)} \nabla^2 C_{1i} = (\mathbf{V}^{(i)} \nabla) C_{1i}, \quad (9)$$

$$\chi_i \nabla^2 T_i = (\mathbf{V}^{(i)} \nabla) T_i. \quad (10)$$

В (2)–(10) введены следующие обозначения: индексы „ e “ и „ i “ характеризуют величины, относящиеся к областям вне и внутри капли соответственно; $\mathbf{V}^{(e)}$ и $\mathbf{V}^{(i)}$ — скорости центра инерции смеси вне и внутри капли; $p^{(e)}$ и $p^{(i)}$ — давления; χ_e и χ_i — коэффициенты теплопроводности; $D_{13}^{(e)}$ — коэффициент взаимной диффузии паров растворителя капли в несущий газ, а $D_{23}^{(e)}$ — паров растворенного вещества в капле в несущий газ; $D_{12}^{(i)}$ — коэффициент взаимной диффузии растворителя и растворенного вещества внутри капли; C_{1e} , C_{2e} и C_{1i} — относительные концентрации компонент смеси вне и внутри капли.

Соотношения (2) и (3) — это уравнения Навье–Стокса и непрерывности во внешней к капле несжимаемой среде. Распределение температуры вне капли можно найти с помощью уравнения конвективной теплопроводности (6), а внутри капли — с помощью уравнения теплопроводности (10). Внутри капли справедливы уравнения гидродинамики несжимаемой среды (7), (8). Распределение относительных концентраций первой и второй компоненты вне и внутри капли удовлетворяет уравнениям (4), (5), (9), которые позволяют дать полное решение задачи о распределении концентраций в системе капля–внешняя смесь в силу соотношений $C_{1e} + C_{2e} + C_{3e} = 1$ и $C_{1i} + C_{2i} = 1$, где $C_{1e} = n_{1e}/n_e$, $C_{2e} = n_{2e}/n_e$, $C_{3e} = n_{3e}/n_e$ — относительные концентрации компонент внешней газовой смеси, n_{1e} , n_{2e} , n_{3e} — количество молекул каждой компоненты внешней смеси в единице объема, и $n_{1e} + n_{2e} + n_{3e} = n_e$, n_e — полное количество молекул в единице объема. Для относительных концентраций внутри капли

$$C_{1i} = m_1 n_{1i} / \rho_i, \quad C_{2i} = m_2 n_{2i} / \rho_i,$$

где m_1 и m_2 — массы молекул компонент растворителя и растворенного вещества в капле, m_3 — масса молекулы третьей компоненты внешней смеси — несущего газа, n_{1i} , n_{2i} — количество молекул растворителя и растворенного в единице объема капли вещества, и $n_{1i} + n_{2i} = n_i$, n_i — полное количество молекул в единице объема капли.

Линеаризуя дифференциальные уравнения (2)–(10) [1,2], получим следующую систему линеаризованных дифференциальных уравнений для нахождения

распределения скоростей, давлений, температур и концентраций вне и внутри капли:

$$\eta_e \nabla^2 \mathbf{V}^{(e)} = \nabla p^{(e)}, \quad (11)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{V}^{(e)} = 0, \quad (12)$$

$$\nabla^2 C_{1e} = 0, \quad (13)$$

$$\nabla^2 C_{2e} = 0, \quad (14)$$

$$\nabla^2 T_e = 0, \quad (15)$$

$$\eta_i \nabla^2 \mathbf{V}^{(i)} = \nabla p^{(i)}, \quad (16)$$

$$\operatorname{div} (\rho_i \mathbf{V}^{(i)}) = 0, \quad (17)$$

$$\nabla^2 C_{1i} = 0, \quad (18)$$

$$\nabla^2 T_i = 0. \quad (19)$$

Требуется получить формулу для \mathbf{U} — скорости термофореза крупных капель концентрированных растворов с двойным фазовым переходом в трехкомпонентной газовой смеси с учетом термодиффузионных эффектов.

Постановка граничных условий

Граничные условия на бесконечности, при $r \rightarrow \infty$. Если предположить, что капля покоится в избранной системе координат, а внешняя тройная смесь движется на большом расстоянии от капли со среднemasсовой скоростью \mathbf{U} вдоль оси z , то в качестве граничных условия для радиальной $V_r^{(e)}$ и тангенциальной $V_\theta^{(e)}$ составляющих скорости, можно записать при $r \rightarrow \infty$

$$V_r^{(e)} = |\mathbf{U}| \cos \theta, \quad (20)$$

$$V_\theta^{(e)} = -|\mathbf{U}| \sin \theta,$$

(рис. 1). Для $p^{(e)}$ и T_e при $r \rightarrow \infty$ справедливы соотношения

$$p^{(e)} = 0, \quad (21)$$

$$T_e = |(\nabla T_e)_\infty| \cdot r \cdot \cos \theta + T_{0e}. \quad (22)$$

Граничные условия (20)–(22) аналогичны условиям, принятым в работах [1,2].

Граничные условия на поверхности капли, при $r = R$. На сферической границе $r = R$ капли имеют место следующие граничные условия: 1) двойной фазовый переход на поверхности капли обеспечивает непрерывность радиальных потоков первой и второй компоненты внешней и внутренней смесей:

$$\begin{aligned} n_{01e} V_r^{(e)} - D_{13}^{(e)} \frac{n_{0e}^2 m_3}{\rho_{0e}} \frac{\partial C_{1e}}{\partial r} - D_{13}^{(e)} \frac{n_{0e}^2 m_3}{\rho_{0e}} \frac{k_T^{1(e)}}{T_{0e}} \frac{\partial T_e}{\partial r} \\ = n_{01i} V_r^{(i)} - D_{12}^{(i)} \frac{\rho_{0i}}{m_1} \frac{\partial C_{1i}}{\partial r}, \end{aligned} \quad (23)$$

$$n_{02e}V_r^{(e)} - D_{23}^{(e)} \frac{n_{0e}^2 m_3}{\rho_{0e}} \frac{\partial C_{2e}}{\partial r} - D_{23}^{(e)} \frac{n_{0e}^2 m_3}{\rho_{0e}} \frac{k_T^{2(e)}}{T_{0e}} \frac{\partial T_e}{\partial r} = n_{02i}V_r^{(i)} + D_{12}^{(i)} \frac{\rho_{0i}}{m_2} \frac{\partial C_{1i}}{\partial r}, \quad (24)$$

где $n_{01e}V_r^{(e)}$ и $n_{02e}V_r^{(e)}$ — радиальные конвективные потоки первой и второй компоненты тройной газовой смеси,

$$D_{13}^{(e)} \frac{n_{0e}^2 m_3}{\rho_{0e}} \frac{k_T^{1(e)}}{T_{0e}} \frac{\partial T_e}{\partial r}, \quad D_{23}^{(e)} \frac{n_{0e}^2 m_3}{\rho_{0e}} \frac{k_T^{2(e)}}{T_{0e}} \frac{\partial T_e}{\partial r} \quad (24a)$$

— радиальные термодиффузионные потоки первой и второй компоненты [7,8], $k_T^{1(e)}$ — термодиффузионное отношение для смеси пары воды–азот, $k_T^{2(e)}$ — термодиффузионное отношение для смеси пары спирта–азот; 2) непроницаемость поверхности капли для третьей компоненты газовой смеси:

$$n_{03e}V_r^{(e)} + D_{13}^{(e)} \frac{n_{0e}^2 m_1}{\rho_{0e}} \frac{k_T^{1(e)}}{T_{0e}} \frac{\partial T_e}{\partial r} + D_{23}^{(e)} \frac{n_{0e}^2 m_2}{\rho_{0e}} \frac{k_T^{2(e)}}{T_{0e}} \frac{\partial T_e}{\partial r} + D_{13}^{(e)} \frac{n_{0e}^2 m_1}{\rho_{0e}} \frac{\partial C_{1e}}{\partial r} + D_{23}^{(e)} \frac{n_{0e}^2 m_2}{\rho_{0e}} \frac{\partial C_{2e}}{\partial r} = 0, \quad (25)$$

$$D_{13}^{(e)} \frac{n_{0e}^2 m_1}{\rho_{0e}} \frac{\partial C_{1e}}{\partial r}, \quad D_{23}^{(e)} \frac{n_{0e}^2 m_2}{\rho_{0e}} \frac{\partial C_{2e}}{\partial r}. \quad (25a)$$

(25a) — радиальные диффузионные потоки первой и второй компоненты внешней тройной газовой смеси; 3) непрерывность нормальных и касательных составляющих тензора вязких напряжений

$$-p^{(e)} + 2\eta_{0e} \frac{\partial V_r^{(e)}}{\partial r} - \frac{2\sigma_0}{R} - \frac{2}{R} \frac{\partial \sigma_0}{\partial T_i} (T_i - T_{0i}) = -p^{(i)} + 2\eta_{0i} \frac{\partial V_r^{(i)}}{\partial r}, \quad (26)$$

$$\eta_{0e} \left(\frac{1}{R} \frac{\partial V_r^{(e)}}{\partial \Theta} + \frac{\partial V_\Theta^{(e)}}{\partial r} - \frac{V_\Theta^{(e)}}{R} \right) + \frac{1}{R} \frac{\partial \sigma_0}{\partial T_i} \frac{\partial T_i}{\partial \Theta} = \eta_{0i} \left(\frac{1}{R} \frac{\partial V_r^{(i)}}{\partial \Theta} + \frac{\partial V_\Theta^{(i)}}{\partial r} - \frac{V_\Theta^{(i)}}{R} \right), \quad (27)$$

где σ_0 — среднее значение коэффициента межфазного поверхностного натяжения на границе раздела капля–внешняя смесь. Далее, $2\sigma_0/R$ — лапласовское давление, оно направлено к центру кривизны поверхности, в связи с этим оно сжимает каплю.

$$\frac{2}{R} \frac{\partial \sigma_0}{\partial T_i} (T_i - T_{0i}). \quad (27a)$$

(27a) — поправка к поверхностному натяжению, связанная с возмущением температуры внутри капли [2];

4) эффект теплового и диффузионного скольжения внешней среды относительно поверхности капли:

$$V_\theta^{(e)} - V_\theta^{(i)} = K_{TSL}^{(e)} \frac{1}{RT_{0e}} \frac{\partial T_e}{\partial \Theta} + K_{DSL}^{1(e)} \frac{D_{13}^{(e)}}{R} \frac{\partial C_{1e}}{\partial \Theta} + K_{DSL}^{2(e)} \frac{D_{23}^{(e)}}{R} \frac{\partial C_{2e}}{\partial \Theta}, \quad (28)$$

где $K_{TSL}^{(e)}$ — коэффициент теплового скольжения тройной газовой смеси относительно поверхности капли; $K_{DSL}^{1(e)}$ — коэффициент диффузионного скольжения, связанный с диффузией первой и третьей компоненты; $K_{DSL}^{2(e)}$ — коэффициент диффузионного скольжения, связанный с диффузией второй и третьей компоненты; 5) условие непрерывности температуры:

$$T_e = T_i; \quad (29)$$

6) закон сохранения энергии, выражающий условие непрерывности потоков тепла с учетом тепла, идущего на фазовые переходы на поверхности капли:

$$-\chi_e \frac{\partial T_e}{\partial r} + \chi_i \frac{\partial T_i}{\partial r} = L_1 m_1 \frac{n_{0e}^2 m_3}{\rho_{0e}} D_{13}^{(e)} \left(\frac{\partial C_{1e}}{\partial r} + \frac{k_T^{1(e)}}{T_{0e}} \frac{\partial T_e}{\partial r} \right) + L_2 m_2 \frac{n_{0e}^2 m_3}{\rho_{0e}} D_{23}^{(e)} \left(\frac{\partial C_{2e}}{\partial r} + \frac{k_T^{2(e)}}{T_{0e}} \frac{\partial T_e}{\partial r} \right), \quad (30)$$

где L_1 и L_2 — удельные теплоты фазового перехода первой и второй компоненты, $-\chi_e \partial T_e / \partial r$ — радиальный поток тепла, идущий внутрь капли, а $\chi_i \partial T_i / \partial r$ — радиальный поток тепла, идущий изнутри капли. Разность этих двух потоков тепла дает то количество тепла, которое расходуется на испарение с поверхности капли первой и второй компоненты;

7) аналитические выражения для концентраций первой и второй компоненты. Численные относительные концентрации молекул первой и второй, испытывающих фазовый переход компонентов внешней смеси у поверхности капли, должны удовлетворять следующим условиям:

$$C_{1e} = \Phi_1(C_{2i}, T_{0i}) + \frac{\partial \Phi_1}{\partial T_i} (T_i - T_{0i}), \\ C_{2e} = \Phi_2(C_{1i}, T_{0i}) + \frac{\partial \Phi_2}{\partial T_i} (T_i - T_{0i}), \quad (31)$$

где под $\Phi_1(C_{2i}, T_{0i})$ и $\Phi_2(C_{1i}, T_{0i})$ понимаются известные эмпирические функции, учитывающие зависимость насыщающих концентрации первой компоненты $C_{1es}^{(h)}(T_e)$ и второй компоненты $C_{2es}^{(h)}(T_e)$ от относительных концентраций их в самой капле [13]:

$$\Phi_1(C_{2i}, T_{0i}) = \frac{C_{1es}^{(h)}(T_e)}{1 + \alpha \cdot \frac{m_1 \cdot C_{2i}}{m_2 \cdot (1 - C_{2i})}}, \\ \Phi_2(C_{1i}, T_{0i}) = \frac{C_{2es}^{(h)}(T_e)}{1 + \alpha \cdot \frac{m_2 \cdot C_{1i}}{m_1 \cdot (1 - C_{1i})}}. \quad (32)$$

Метод решения

Общий вид осесимметричных решений системы уравнений (11)–(19) в сферических координатах изложен в работах [4,6]. Используя условие ортогональности полиномов Лежандра и граничные условия на бесконечности, можно использовать решения вида

$$V_r^{(e)} = \left(\frac{A}{r^3} + \frac{B}{r} + |\mathbf{U}| \right) \cdot \cos \theta + \frac{\gamma}{r}, \quad (33)$$

$$V_\theta^{(e)} = \left(\frac{A}{2r^3} - \frac{B}{2r} - |\mathbf{U}| \right) \sin \theta, \quad (34)$$

$$p_e^{(e)} = p_0^{(e)} + \eta_e \frac{B}{r^2} \cos \theta, \quad (35)$$

$$T_e = T_{0e} + |(\nabla T_e)_\infty| \cdot r \cdot \cos \theta + \frac{\mu_1}{r^2} \cos \theta + \frac{\varphi_1}{r^2}, \quad (36)$$

$$C_{1e} = C_{01e} + \frac{\mu_3}{r^2} \cos \theta + \frac{\varphi_2}{r}, \quad (37)$$

$$C_{2e} = C_{02e} + \frac{\mu_5}{r^2} \cos \theta + \frac{\varphi_3}{r}, \quad (38)$$

$$V_r^{(i)} = (Q + Dr^2) \cdot \cos \theta, \quad (39)$$

$$V_\theta^{(i)} = -(Q + 2Dr^2) \cdot \sin \theta, \quad (40)$$

$$p_i^{(e)} = p_0^{(i)} + 10\eta_i Dr \cos \theta, \quad (41)$$

$$T_i = T_{0i} + \mu_2 r \cos \theta, \quad (42)$$

$$C_{1i} = C_{01i} + \mu_4 r \cos \theta. \quad (43)$$

Дальнейшее решение задачи сводится к подстановке решений (33)–(43) в граничные условия (23)–(31) и нахождению констант $A, B, Q, D, \mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4, \mu_5$ и $|\mathbf{U}|$. Ход решения задачи аналогичен изложенному в работах [1,2]. Аналитическое выражение для скорости термофореза имеет вид

$$\begin{aligned} \mathbf{U} = & -\frac{6\eta_{0i}}{2\eta_{0e} + 3\eta_{0i}} \frac{M}{M^*} \left[\frac{K_{TSL}^{(e)}}{T_{0e}} + K_{DSL}^{1(e)} D_{13}^{(e)} \frac{\partial \Phi_1}{\partial T_i} \right. \\ & + K_{DSL}^{2(e)} D_{23}^{(e)} \frac{\partial \Phi_2}{\partial T_i} + \frac{R}{3\eta_{0i}} \frac{\partial \sigma_0}{\partial T_i} \\ & + 2D_{13}^{(e)} \frac{n_{0e}^2 m_1}{\rho_{0e} n_{03e}} \left(A^* + \frac{\eta_i + 2\eta_e}{2\eta_i} \right) \left(\frac{\partial \Phi_1}{\partial T_i} + \frac{k_T^{1(e)}}{T_{0e}} \right) \\ & + 2D_{23}^{(e)} \frac{n_{0e}^2 m_2}{\rho_{0e} n_{03e}} \left(A^* + \frac{\eta_i + 2\eta_e}{2\eta_i} \right) \left(\frac{\partial \Phi_2}{\partial T_i} + \frac{k_T^{2(e)}}{T_{0e}} \right) \\ & - \frac{M^*}{M} \left(A^* + \frac{\eta_i + 2\eta_e}{2\eta_i} \right) \left[D_{13}^{(e)} \frac{n_{0e}^2 m_1}{\rho_{0e} n_{03e}} \frac{k_T^{1(e)}}{T_{0e}} \right. \\ & \left. + \left[D_{23}^{(e)} \frac{n_{0e}^2 m_2}{\rho_{0e} n_{03e}} \frac{k_T^{2(e)}}{T_{0e}} \right] \right] (\nabla T_e)_\infty, \quad (44) \end{aligned}$$

где M, M^*, A^* — коэффициенты, вычисляемые следующим образом:

$$M = \chi_e + L_1 m_1 \frac{n_{0e}^2 m_3}{\rho_{0e}} D_{13}^{(e)} \frac{k_T^{1(e)}}{T_{0e}} + L_2 m_2 \frac{n_{0e}^2 m_3}{\rho_{0e}} D_{23}^{(e)} \frac{k_T^{2(e)}}{T_{0e}}, \quad (45)$$

$$\begin{aligned} M^* = & \chi_i + 2\chi_e + 2L_1 m_1 \frac{n_{0e}^2 m_3}{\rho_{0e}} D_{13}^{(e)} \left[\frac{\partial \Phi_1}{\partial T_i} + \frac{k_T^{1(e)}}{T_{0e}} \right] \\ & + 2L_2 m_2 \frac{n_{0e}^2 m_3}{\rho_{0e}} D_{23}^{(e)} \left[\frac{\partial \Phi_2}{\partial T_i} + \frac{k_T^{2(e)}}{T_{0e}} \right], \quad (46) \end{aligned}$$

$$A^* = \frac{n_{03e} m_3 + n_{01e} m_1 + n_{02e} m_2}{n_{01i} m_1 + n_{02i} m_2}. \quad (47)$$

Первый член в формуле (44) для скорости капли пропорционален коэффициенту теплового скольжения $K_{TSL}^{(e)}$ и дает вклад в скорость, обусловленный скользящим движением внешней тройной смеси относительно капли. Второе слагаемое пропорциональное $K_{DSL}^{1(e)}$ и третье пропорциональное $K_{DSL}^{2(e)}$ связаны с диффузионным скольжением смеси вдоль поверхности капли при наличии локальных градиентов концентрации первой и второй компоненты у поверхности капли. Четвертое слагаемое вызвано переменным по температуре межфазным поверхностным натяжением вдоль поверхности капли. Известно, что у жидкостей с ростом температуры поверхностное натяжение уменьшается. Остальные слагаемые содержат вклад от фазового перехода (члены с $\partial \Phi_1 / \partial T_i$ и $\partial \Phi_2 / \partial T_i$) и внешней объемной термодиффузии (члены с $k_T^{1(e)}$ и $k_T^{2(e)}$). Направление движения капли зависит от относительного вклада различных слагаемых (44) в общую скорость. За счет чисто теплового скольжения капля должна перемещаться в сторону падения температур во внешней среде. Диффузионное скольжение будет „толкать“ каплю либо в сторону роста, либо падения температуры во внешней среде — это зависит от знака $K_{DSL}^{2(e)}$ и $K_{DSL}^{1(e)}$. Под влиянием переменного поверхностного натяжения капля стремится перемещаться в сторону роста температуры, так как $\partial \sigma_0 / \partial T_i < 0$. В последних членах, содержащих отношение $k_T^{1(e)} / T_{0e}$ и $k_T^{2(e)} / T_{0e}$, может произойти изменение общего знака [2].

Анализ полученных результатов

Проведем численный расчет скорости термофореза для капли, состоящей из этилового спирта, растворенного в воде, находящейся в воздухе при нормальных условиях. Физические величины, не зависящие от концентрации растворенного вещества в капле и входящие в формулу для скорости термофореза (44)–(47), приведены ниже.

Таблица 1.

| C_{02i} | 0 | 0.1 | 0.3 | 0.5 | 0.7 | 0.9 | 1 |
|--|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $\rho_{0i}, \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ | 998 | 982 | 954 | 914 | 868 | 818 | 789 |
| $\chi_i, 10^{-3} \text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ | 610 | 550 | 450 | 350 | 270 | 230 | 190 |
| $n_i, 10^{-3} \text{Pa} \cdot \text{s}$ | 1.299 | 1.548 | 2.67 | 2.832 | 2.369 | 1.601 | 1.221 |
| $n_{01i}, 10^{28} \text{m}^{-3}$ | 3.32 | 2.95 | 2.22 | 1.52 | 0.87 | 0.27 | 0 |
| $n_{02i}, 10^{28} \text{m}^{-3}$ | 0 | 0.13 | 0.37 | 0.59 | 0.79 | 0.96 | 1.02 |
| $\frac{\partial \sigma_0}{\partial T_i}, 10^{-3} \text{N} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ | -0.16 | -0.066 | -0.065 | -0.074 | -0.079 | -0.083 | -0.085 |
| $\frac{\partial \Phi_1}{\partial T_i}, 10^{-3} \text{K}^{-1}$ | 1.507 | 1.375 | 1.099 | 0.808 | 0.499 | 0.172 | 0 |
| $\frac{\partial \Phi_2}{\partial T_i}, 10^{-3} \text{K}^{-1}$ | 0 | 0.069 | 0.255 | 0.545 | 1.060 | 2.235 | 3.65 |

$$\begin{aligned}
 T_{0e} &= 293 \text{ K} & D_{13}^{(e)} &= 2.331 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}, \\
 p_e &= 10^5 \text{ Pa}, & D_{23}^{(e)} &= 1.131 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}, \\
 \rho_e &= 1.19 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}, & K_{TSL} &= 1.169, \\
 m_1 &= 3 \cdot 10^{-26} \text{ kg}, & K_{DSL}^{1(e)} &= 0.396, \\
 m_2 &= 7.7 \cdot 10^{-26} \text{ kg}, & K_{DSL}^{2(e)} &= -0.485, \\
 m_3 &= 4.7 \cdot 10^{-26} \text{ kg}, & k_T^{1(e)} &= -2.364 \cdot 10^{-3}, \\
 n_{0e} &= 2.47 \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3}, & k_T^{2(e)} &= 5.686 \cdot 10^{-3}, \\
 n_{01e} &= 2.47 \cdot 10^{24} \text{ m}^{-3}, & \chi_e &= 256 \cdot 10^{-4} \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}, \\
 n_{02e} &= 2.47 \cdot 10^{24} \text{ m}^{-3}, & \eta_e &= 1.74 \cdot 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s}, \\
 n_{03e} &= 1.98 \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3}, & L_1 &= 2448 \cdot 10^3 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}, \\
 & & L_2 &= 910 \cdot 10^3 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}.
 \end{aligned}$$

Плотность вне капли ρ_e , массы молекул воды m_1 , спирта m_2 , азота m_3 , и соответственно их концентрации $n_{01e}, n_{02e}, n_{03e}$ рассчитаны по известным соотношениям из курса общей физики. Коэффициенты диффузии $D_{13}^{(e)}$ и $D_{23}^{(e)}$ — по формулам (2.44) [8], коэффициент теплового скольжения K_{TSL} — по формулам (1.7) [2], коэффициенты диффузионного скольжения $K_{DSL}^{2(e)}$ и $K_{DSL}^{1(e)}$ — по формулам (1.16)–(1.18) [2]. Коэффициент вязкости η_e , теплопроводности χ_e взяты из [9], удельные теплоты фазового перехода первой и второй компоненты L_1 и L_2 — [11].

Физические величины, входящие в формулу для скорости термофореза (44)–(46), зависящие от концентрации растворенного в капле спирта, приведены в табл. 1. Плотность капли, коэффициент вязкости и теплопроводности взяты из [10], изменение поверхностного натяжения по температуре $\partial \sigma_0 / \partial T_i$ рассчитано по формулам (12.6.3)–(12.6.10) [12], $\partial \Phi_1 / \partial T_i$ и $\partial \Phi_2 / \partial T_i$ — по формулам (32) [13]. Термодиффузионные отношения $k_T^{1(e)}$ и $k_T^{2(e)}$ рассчитаны по известным формулам (2.50) [8]. Коэффициент вязкости внешней смеси

$\eta_e = 1.74 \cdot 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s}$, а внутри капли $\eta_i \sim 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$. Так как $\eta_{1e}, \eta_{2e}, \eta_{3e}$ по порядку величина 10^{25} m^{-3} , $n_{1i}, n_{2i} \sim 10^{28} \text{ m}^{-3}$, m_1 и $m_2 \sim 10^{-27} \text{ kg}$, тогда коэффициент $A^* \approx 0.01$, и при предельном переходе коэффициент

$$A^* + \frac{\eta_i + 2\eta_e}{2\eta_i} \rightarrow \frac{1}{2}.$$

В результате получаем формулу для скорости (48):

$$\begin{aligned}
 U &= -\frac{6\eta_{0i}}{2\eta_{0e} + 3\eta_{0i}} \frac{M}{M^*} \left[\frac{K_{TSL}^{(e)}}{T_{0e}} + K_{DSL}^{1(e)} D_{13}^{(e)} \frac{\partial \Phi_1}{\partial T_i} \right. \\
 &+ K_{DSL}^{2(e)} D_{23}^{(e)} \frac{\partial \Phi_2}{\partial T_i} + \frac{R}{3\eta_{0i}} \frac{\partial \sigma_0}{\partial T_i} + D_{13}^{(e)} \frac{n_{0e}^2 m_1}{\rho_{0e} n_{03e}} \left(\frac{\partial \Phi_1}{\partial T_i} + \frac{k_T^{1(e)}}{T_{0e}} \right) \\
 &+ D_{23}^{(e)} \frac{n_{0e}^2 m_2}{\rho_{0e} n_{03e}} \left(\frac{\partial \Phi_2}{\partial T_i} + \frac{k_T^{2(e)}}{T_{0e}} \right) \\
 &\left. - \frac{M^*}{M} \left[D_{13}^{(e)} \frac{n_{0e}^2 m_1}{\rho_{0e} n_{03e}} \frac{k_T^{1(e)}}{T_{0e}} + D_{23}^{(e)} \frac{n_{0e}^2 m_2}{\rho_{0e} n_{03e}} \frac{k_T^{2(e)}}{T_{0e}} \right] \right] (\nabla T_e)_\infty.
 \end{aligned} \quad (48)$$

Пусть частицы с радиусами 5, 10 и 15 μm перемещаются в канале длиной $l = 0.1 \text{ m}$, в котором создается перепад температуры $\Delta T = 100 \text{ K}$, тогда $|(\nabla T_e)_\infty| = 1000 \text{ K} \cdot \text{m}^{-1}$. На рис. 2 и 3 построены графики зависимости проекции вектора скорости термофореза капля U_n на единичный вектор \mathbf{n} , где $\mathbf{n} = (\nabla T_e)_\infty / |(\nabla T_e)_\infty|$ от концентрации растворенного в капле этилового спирта C_{02i} . Кривые 1 на рис. 2 и 3 соответствуют радиусу капли 15 μm . Видно, что капля с таким радиусом будет перемещаться в сторону роста температур (по направлению $(\nabla T_e)_\infty$). Это связано с тем, что эффект от переменного по температуре межфазного поверхностного натяжения превалирует над эффектами от объемной термодиффузии, теплового и диффузионного скольжения тройной газовой смеси вдоль поверхности капли. Кривые 2 на рис. 2 и 3 построены при радиусе капли 10 μm . В отсутствие объемной

Таблица 2.

| C_{02i} | 0 | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.5 | 0.6 | 0.7 | 0.8 | 0.9 | 1 |
|--|------|------|-------|-------|-------|-------|------|------|------|------|------|
| $R_{U=0}, \mu\text{m}$ $k_T^{1(e)} = 0, k_T^{2(e)} = 0$ | 2.42 | 6.88 | 10.16 | 11.43 | 11.22 | 10.34 | 9.19 | 8.04 | 6.84 | 5.82 | 5.20 |
| $R_{U=0}, \mu\text{m}$ $k_T^{1(e)} \neq 0, k_T^{2(e)} \neq 0$ | 2.21 | 6.32 | 9.39 | 10.63 | 10.50 | 9.73 | 8.70 | 7.66 | 6.54 | 5.59 | 5.02 |

термодиффузии при концентрациях этилового спирта в капле $C_{02i} \in [0; 0.193) \cup (0.526; 1]$ частица перемещается в сторону роста температуры. Если вклад в скорость капли от членов, содержащих тепловое и диффузионное скольжение, а также фазовые превращения значительно

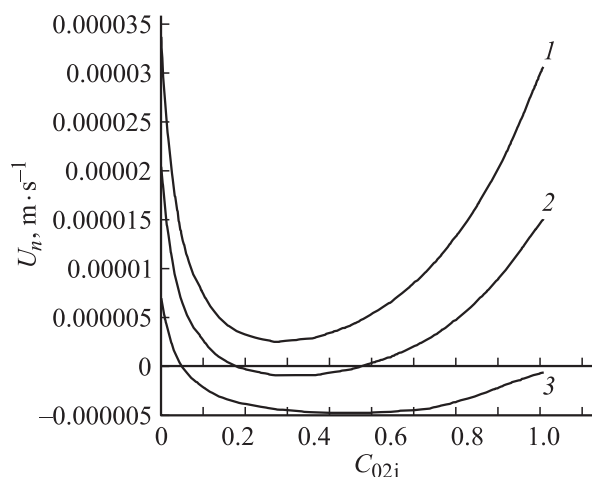


Рис. 2. График зависимости проекции скорости капли U_n от концентрации растворенного в ней этилового спирта C_{02i} в отсутствие объемной термодиффузии в смеси $k_T^{1(e)} = 0, k_T^{2(e)} = 0$.

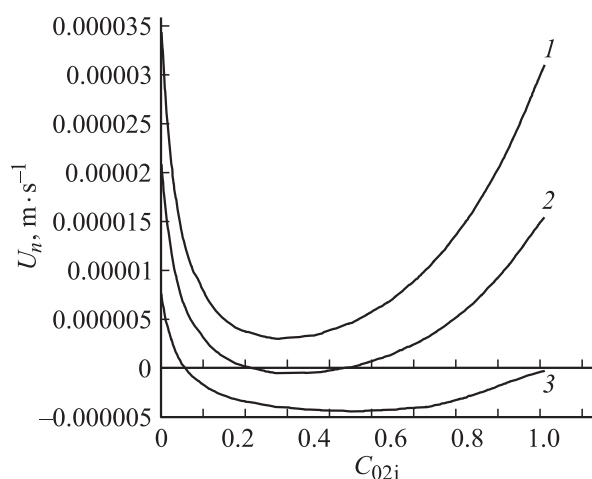


Рис. 3. График зависимости проекции скорости капли U_n от концентрации растворенного в ней этилового спирта C_{02i} при наличии объемной термодиффузии в смеси $k_T^{1(e)} \neq 0, k_T^{2(e)} \neq 0$.

больше от члена, связанного с межфазным поверхностным натяжением, то капля в отсутствие объемной термодиффузии при концентрациях $C_{02i} \in (0.193; 0.526)$ перемещается в сторону падения температуры. Если все вышеперечисленные эффекты компенсируют друг друга, то капля покоится при $C_{02i} = 0.193$ и $C_{02i} = 0.526$. Кривые 3 на рис. 2 и 3 построены для частицы с радиусом $5 \mu\text{m}$. При концентрациях $C_{02i} \in [0; 0.059)$ в отсутствие объемной термодиффузии капля движется в сторону роста температуры, при $C_{02i} = 0.059$ — покоится, а при $C_{02i} \in (0.059; 1]$ перемещается в сторону падения температуры. Численный анализ показывает, что вклад в скорость термофореза капли от учета объемной термодиффузии менее 3%. Поэтому в данном случае объемную термодиффузию можно не учитывать. В табл. 2 рассчитан радиус капли, при котором капля будет покоиться.

Список литературы

- [1] Яламов Ю.И. Теория движения аэрозольных частиц в неоднородных газах. Докт. дис. М., 1968.
- [2] Яламов Ю.И., Галоян В.С. Динамика капель в неоднородных вязких средах. Ер.: Луйс, 1985. 208 с.
- [3] Deriaguin B.V., Yalamov Yu.I. // International Reviews in Aerosol Physics and Chemistry. Oxford, New York, Toronto, Sydney, Braunschweig: Pergamon Press, 1972. Vol. 3. Part. 2. P. 1–200.
- [4] Ламб Г. Гидродинамика. М.; Л.: Техиздат, 1947. 928 с.
- [5] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Механика сплошных сред. М.: Техиздат, 1953. 788 с.
- [6] Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1966. 724 с.
- [7] Чепмен С., Каулинг Т. Математическая теория неоднородных газов. М., 1960. 510 с.
- [8] Гирифельдер Дж., Кертисс Ч., Берд Р. Молекулярная теория газов и жидкостей. М., 1961.
- [9] Варгафтик Н.Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. М., 1972. 720 с.
- [10] Стабников В.Н., Рейтер И.М., Процюк Т.В. Этиловый спирт. М.: Пищ. пром-сть, 1976. 271 с.
- [11] Техническая энциклопедия. Справочник физических, химических и технологических величин / Под ред. Л.К. Мартенса. Т. 10, 7, 5.
- [12] Рид Р., Шервуд Д. Свойства газов и жидкостей. М., 1978.
- [13] Федосеев В.А., Ершов В.А. // Физика аэродисперсных систем. Киев–Одесса, 1975. Вып. 12. С. 3–12.