

01;04

Самоподдерживающиеся колебания в слаботочном разряде с полупроводником в роли катода и балластного сопротивления.

II. Теория

© Ю.П. Райзер,¹ Е.Л. Гуревич,^{2,3} М.С. Мокров¹

¹ Институт проблем механики РАН,
119526 Москва, Россия
e-mail: raizer@ipmnet.ru

² Institut für Angewandte Physik,
D-48149 Münster, Germany

³ Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН,
194021 Санкт-Петербург, Россия

(Поступило в Редакцию 25 марта 2005 г.)

Теоретически автоколебания тока рассмотрены. Предложен метод, позволяющий получать решения простых уравнений даже в тех случаях, когда основной фактор, управляющий колебаниями (таунсендовский коэффициент воспроизводства электронов g) не может быть найден теоретически. Коэффициент g связывается с вольт-амперной характеристикой разряда, которую можно получить при численном моделировании или эксперименте. Получены автоколебательные решения (предельные циклы) для различных условий. Объяснено физически (частично), каким образом контролируется процесс и что стабилизирует колебания. Включение в уравнения колебаний слабого постоянного тока с катода, предположительно вызванного эмиссией под действием медленно диффундирующих метастабильных молекул, может заметно изменить форму незатухающих колебаний — сгладить токовые пики и уменьшить период.

PACS: 52.80.Tn

Введение

Основы теории, позволяющей получить автоколебательные решения из приближенных уравнений для тока и напряжения плоского таунсендовского разряда, заложены Мелехиным и Наумовым в [1]. Предполагалось, что коэффициент ионно-электронной эмиссии с катода γ растет с ростом поля E_c у катода. Последнее увеличивается при росте плотности тока j под действием возрастающего объемного заряда [2,3]. Рост γ с j придает разряду отрицательное дифференциальное сопротивление, необходимое для неустойчивости. Был получен численно предельный цикл для одного примера. Теория [1] относится только к разрядным промежуткам с малыми pd (что именно служит границей между „большими“ и „малыми“ pd , станет ясно в дальнейшем). В [4] теория [1] обобщена учетом падения плотности зарядов к боковым границам промежутка.

Похожая на представленную в [1] теория была независимо развита в [5]. Для одного примера, исследованного на опыте, расчет был сделан по формулам [5] и автоколебания получены из нее [6]. Однако теорию [5] нельзя признать физически адекватной. Вытекающие из нее автоколебательные решения существуют только в очень узком диапазоне приложенных напряжений, в отличие от результатов того эксперимента [6], к которому она применялась. По всей видимости, в уравнениях отсутствует фактор, стабилизирующий колебания (см. ниже). В основном уравнении [5] допущена небольшая оплошность (разд. 2), но ее устранение положения не

меняет. Воспроизвести численный результат [5] сколь угодно точно нам не удалось. Недавно автоколебания были получены в результате численного интегрирования неупрощенных уравнений в частных производных для плотностей электронов и ионов и Пуассона [8–10]. Результаты безусловно интересны и ценны, ибо свободны от вынужденных приближений упрощенных аналитических теорий, но численный подход к проблеме не способствует пониманию роли различных факторов. Физические механизмы при численном моделировании скрыты и в [8–10] по существу даже не обсуждаются. В частности, остается неясным, что служит причиной раскачки колебаний, если $\gamma = \text{const}$, как в [8,10], и что их стабилизирует.

В работе [11], на которую еще до опубликования обратил наше внимание Л.Д. Цендин, рассматриваются колебания тока в барьерном разряде. Слабозатухающие колебания возникают в каждом полупериоде низкочастотного приложенного напряжения. Для их описания в уравнение включен некий слабый постоянный ток с катода. Предполагается, что это — электронная эмиссия, вызванная ударами метастабильных молекул. Подобная постоянная эмиссия оказывает существенное влияние на характеристики и условия существования незатухающих колебаний в рассматриваемом здесь разряде. Между тем ни в одной из работ [1,4,5,8–10], где автоколебания получались из уравнений, о постоянной эмиссии с катода, не связанной с ударами ионов, не было и речи.

Все сказанное указывает на необходимость прояснения механизмов, управляющих возникновением и под-

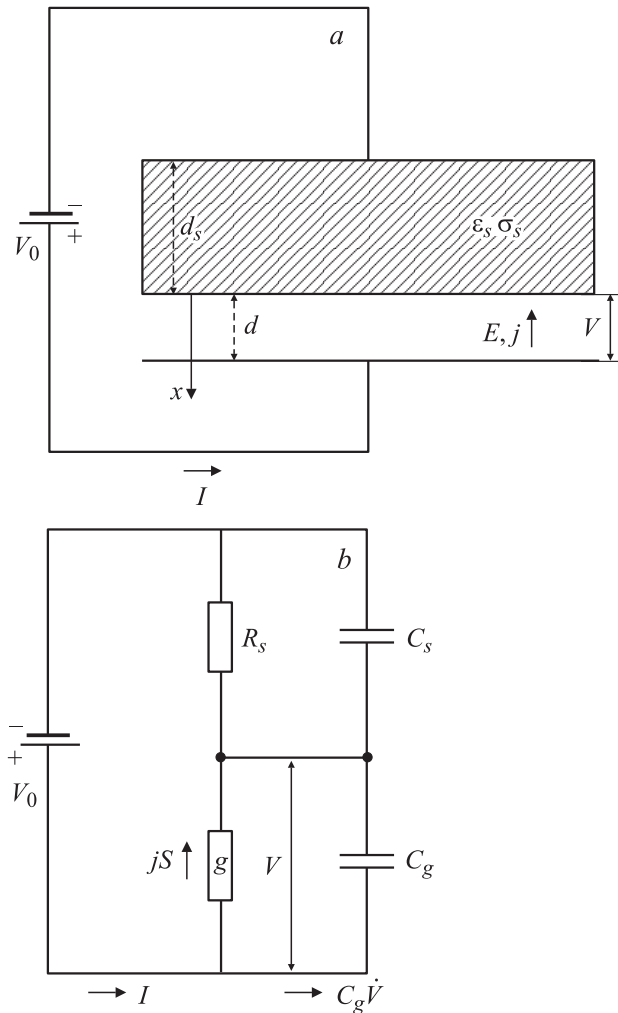


Рис. 1. Схема разрядного устройства (а); эквивалентная схема (b).

держанием автоколебаний в различных условиях, что поможет трактовке результатов численного моделирования типа [8–10] и экспериментов. Развиваемая ниже теория в равной степени применима как к устройствам с полупроводником [12,13], так и к экспериментам с металлическими электродами [1,5,6,14]. Сформулируем кратко, как и почему происходят автоколебания в цепи с разрядом. В каждом периоде при нарастании тока напряжение на промежутке становится заметно ниже пробивного из-за того, что слишком большая доля приложенного к системе постоянного напряжения падает на внешнем сопротивлении (рис. 1). Заряды, изгоняемые полем из промежутка, при этом не воспроизводятся и ток падает. В „отсутствии“ проводимости в промежутке его емкость заряжается от источника, напряжение на промежутке растет и из-за запаздывания образования зарядов превышает нужное для поддержания стационарного тока. В результате заметного перенапряжения происходит существенно расширенное воспроизводство зарядов и ток нарастает, потом все повторяется. Процесс

имеет характер релаксационных колебаний. Причина неустойчивости разряда и раскачки колебаний коренится в падающем характере вольт-амперной характеристики (ВАХ), что связано с ростом γ при увеличении тока таунсендовского разряда или с перестройкой поля при образовании катодного слоя тлеющего разряда. Причиной стабилизации колебаний, предотвращающей „неограниченный“ рост тока является уменьшение наклона падения ВАХ при повышенных токах (снижение отрицательного дифференциального сопротивления). Стабилизирующее действие оказывает и очень слабый постоянный ток с катода, но при условии, что он не превышает некоторого предела. Если предел превзойден, постоянная эмиссия приводит к затуханию колебаний, и нужно повысить приложенное напряжение, чтобы автоколебания существовали.

Подчеркнем, что излагаемые ниже простые теоретические представления призваны дать частичный ответ на общие вопросы физического характера и от них нельзя требовать полного количественного согласия с экспериментами, чего сегодня не дает и численное моделирование. Вместе с тем удовлетворительное согласие результатов развиваемой простой теории с результатами численного моделирования обосновывает возможность анализировать физические аспекты явления, не прибегая к трудоемкому и малонаглядному интегрированию уравнений в частных производных.

1. Приближенное уравнение электрической цепи

Рассмотрим нестационарный слаботочный таунсендовский разряд, в котором искажения электрического поля E объемным зарядом не велики. Опишем разрядный процесс напряжением $V(t)$ на промежутке d и плотностью тока проводимости в разряде $j(t)$, которые подчиним двум уравнениям, фиксируя внимание на сделанных приближениях. Уравнение цепи можно составить, рассмотрев баланс поверхностного заряда на границе между газом и полупроводником или, еще короче, исходя из универсального условия независимости суммы токов проводимости и смещения от координаты x в условиях одномерной плоской геометрии (рис. 1). Усреднив эту сумму по длине промежутка и считая полупроводник (толщина которого d_s , ϵ_s — диэлектрическая постоянная) однородным, получим

$$\sigma_s \frac{V_0 - V}{d_s} + \frac{\epsilon_0 \epsilon_s}{d_s} \frac{d}{dt} (V_0 - V) = j + \frac{\epsilon_0}{d} \frac{dV}{dt} \equiv j_t = \frac{I}{S}, \quad (1)$$

где j_t — плотность суммарного тока, $I(t)$ — измеряемый ток во внешней цепи, S — площадь электродов.

Равенство (1), в котором j — истинно средняя по промежутку величина, является точным, но второе уравнение фактически формулируется для плотности тока у катода j_c , и потому приходится поступиться различием между j и j_c . Это делает уравнение (1)

приближенным. Условие справедливости и точности данного приближения оценим, сопоставляя суммарный ток j_i по (1) с той же величиной у катода, $j_c + \varepsilon_0 dE_c/dt$. Поле у катода E_c найдем, решив уравнение Пуассона в простейшем приближении $n_i \gg n_e$, $n_i(x) = \text{const}$, где n_i, n_e — плотности ионов и электронов [3]. Для $E(x)$ получается линейное распределение, а

$$E_c = \frac{V}{d} + \frac{en_i d}{2\varepsilon_0} = \frac{V}{d} + \frac{j_c \tau}{2\varepsilon_0(1+\gamma)}, \quad (2)$$

где $j_c = (1+\gamma)en_i v_i$; $v_i = \mu_i E$ — скорость дрейфа ионов, $\tau = d/v_i$ — время их пролета через промежуток. Здесь учтено, что j_c складывается из ионного тока j_i и электронного $j_e = \gamma j_i$ (обычно $\gamma \ll 1$).

Сопоставление двух выражений для j_i показывает, что j мало отличается от j_c , если j меняется мало за время τ . Ошибка приближения $j \approx j_c$ порядка $(dj/dt)\tau/2j \sim \tau/T_I$, где T_I — характерное время для изменения тока. Если ток изменяется в течение периода осцилляций T более или менее плавно, $T_I \sim T$ и ошибка мала, т.к., как правило, $T \gg \tau$. Если же, как это иногда случается, ток имеет форму повторяющихся коротких пиков, допущение $j \approx j_c$ справедливо с натяжкой, впрочем как и само выведенное ниже уравнение для j , точность которого также характеризуется отношением τ/T_I . К сожалению, отказ от допущения $T_I \gg \tau$, одного из главных допущений теории, лишает теорию преимуществ простоты и наглядности по сравнению с численным моделированием на основе неупрощенных уравнений в частных производных [8–10].

Уравнение электрической цепи, вытекающее из (1), имеет вид

$$\frac{dV}{dt} = \frac{V_0 - V - jR_1}{\Theta}, \quad (3)$$

$$R_1 = \frac{d_s}{\sigma_s}, \quad \Theta = R_1 C_1 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_s}{\sigma_s} \left(1 + \frac{d_s}{\varepsilon_s d}\right). \quad (4)$$

Здесь R_1 — сопротивление полупроводника, C_1 — сумма емкостей полупроводника и разрядного промежутка, все из расчета на единицу площади; Θ — постоянная времени цепи. Уравнение (3) с небольшими несущественными вариациями фигурирует в [1,5]. В [1,6] в роли $C_1 S$ выступает большая емкость, включенная в цепь параллельно промежутку. Она нужна, чтобы увеличить время релаксации Θ , иначе колебания подавляются. В нашем случае достаточно велика емкость полупроводниковой пластины.

2. Приближенное уравнение для разрядного тока

Оно отражает динамику лавинного размножения зарядов в промежутке. Ионизацию опишем таунсендовским коэффициентом $\alpha(E)$, коэффициент γ будем считать зависящим от изменяющихся во времени характеристик разряда, как в [1,5].

От электрона, испущенного катодом в момент t практически мгновенно рождаются ионы, при $\gamma \ll 1$ — в основном, вблизи анода. Ионы приходят к катоду через время τ и каждый из них вырывает в среднем $\gamma(t+\tau)$ новых электронов. Как и в работе [11], в уравнение для тока включим постоянный электронный ток с катода j_{ep} , не связанный с действием ионов. Этот ток, даже будучи исключительно слабым, оказывает влияние на автоколебания. Он увеличивает начальный затравочный ток, от которого начинается размножение зарядов в каждом периоде: ранее рожденные ионы практически полностью изгоняются из промежутка, когда напряжение в процессе колебаний падает заметно ниже пробойного. Ток j_{ep} может быть вызван ударами о катод метастабильных молекул. Последние, как и ионы, рождаются в основном у анода, но потом частично диффундируют и в сторону катода. Постоянство этого тока связано с большой длительностью диффузии по сравнению с периодом осцилляций тока. Таким образом, электронный ток с катода j_e удовлетворяет уравнению

$$j_e(t+\tau) = \gamma(t+\tau) \times \left\{ \exp \left[\int_0^d \alpha[E(x,t)] dx \right] - 1 \right\} j_e(t) + j_{ep}. \quad (5)$$

Здесь в отличие от (3) следует учитывать искажение поля $E(x)$, т.к. коэффициент α весьма чувствителен к величине E .

Ток у катода равен $j_c = j_e + j_i$, причем, согласно (5), $j_i = (j_e - j_{ep})/\gamma$. Отсюда следует связь между j_e и j_c . Не делая различия между токами у катода j_c и средним j (как было оговорено выше), запишем это соотношение:

$$j_e = \frac{\gamma}{1+\gamma} j + \frac{j_{ep}}{1+\gamma}, \quad (6)$$

где все величины относятся к одному и тому же моменту времени. Подставив (6) в (5), разложив функции от $t+\tau$ около точки t , пренебрегая членами порядка $(\tau/T_I)^2$, а также членами порядка τ/T_I , если они пропорциональны исключительно малой величине j_{ep} , получим уравнение для тока

$$\frac{dj}{dt} = \left(\frac{g-1}{\tau} + \frac{dy}{dt} \right) j + \frac{j_p}{\tau}; \quad j_p = \frac{1+\gamma}{\gamma} j_{ep}, \quad (7)$$

$$g = \gamma \left[\exp \left(\int_0^d \alpha[E(x,t)] dx \right) - 1 \right], \quad (8)$$

где $g(t)$ — коэффициент воспроизводства электронов. Уравнение (7) уточняет выведенное в предыдущих работах по динамике таунсендовского пробоя [3] и [1] учетом слагаемого, пропорционального dy/dt , а также j_p . При $\gamma \ll 1$ слагаемое dy/dt составляет долю порядка $\gamma \ll 1$ по отношению к левой части.

Мы остановились на выводе (7) с учетом этого слагаемого по той причине, что в работе [5] этот член выводится и на нем фиксируется внимание, ибо там рассматриваются случаи не только малых γ . Между тем, при выводе уравнения типа (7) в [5] допущена оплошность. В исходное равенство (5) подставлено не $\gamma(t + \tau)$, как у нас, а $\gamma(t)$, что не соответствует существу дела. От этого у слагаемого с dy/dt в уравнении [5], эквивалентном (7), поменялся знак и появился множитель γ^{-1} , большой, если применить уравнение [5] к случаю $\gamma \ll 1$. Это могло бы поставить под сомнение возможность пренебрежения данным слагаемым. На самом деле в правильном уравнении (7) слагаемое с dy/dt при $\gamma \ll 1$ мало. Поскольку в большинстве реальных ситуаций коэффициент γ действительно мал, мы в целях упрощения член с dy/dt опустим, оперируя в дальнейшем уравнением

$$\frac{dj}{dt} = \frac{1}{\tau} [(g - 1)j + j_p]. \quad (9)$$

Обратимся к фактору $g - 1$. В строго стационарном самостоятельном разряде постоянного тока никакой, даже очень слабой эмиссии с катода, не связанной с разрядным током, нет. Количество метастабильных молекул и вызванная ими эмиссия пропорциональны j , и эффект может быть приближенно описан уточнением коэффициента γ . При этом $g = 1$, откуда следует ВАХ разряда постоянного тока $V = V_s(j)$. При $T \gg \tau$, согласно (9), $g - 1 \sim \tau/T \ll 1$. Но величина $g - 1$ весьма чувствительна к напряжению V на разрядном промежутке, т.к. экспоненциальным образом зависит от таунсендовского коэффициента

$$\begin{aligned} \alpha &= Ap \exp(-Bp/E) = \alpha_0 \exp(-E_0/E) \\ &\approx \alpha_0 \exp(-E_0d/V). \end{aligned} \quad (10)$$

Значит, отклонения V от $V_s(j)$ при колебаниях относительно невелики, и в первом приближении можно положить

$$g - 1 = \left(\frac{\partial g}{\partial V} \right)_{V=V_s(j)} [V - V_s(j)]. \quad (11)$$

При вычислении $\partial g/\partial V$ дифференцируем в (8) только экспоненту, которая зависит от V сильнее, чем γ . Поскольку неоднородность поля $E(x)$ при слабых токах невелика, $\alpha' \equiv d\alpha/dE$ отнесем к среднему по x полю $E_s = V_s/d$. Это даст приближенно

$$\left(\frac{\partial g}{\partial V} \right)_{V_s} \approx (1 + \gamma)\alpha' = (1 + \gamma) \ln(1/\gamma + 1) \frac{E_0}{E_s} \frac{1}{V_s}, \quad (12)$$

где учтено, что при $g - 1 \ll 1$ интеграл в (8) близок к $\ln(1/\gamma + 1)$.

Подставим (11) и (12) в (9) и уточним τ , вычислив среднее время дрейфа ионов от места рождения до

катода при $E(x) = \text{const}$ и стационарном распределении источников [3]

$$\tau = (1 - L_\gamma^{-1}) \frac{d}{\mu_i E_s}, \quad L_\gamma \equiv \ln\left(\frac{1}{\gamma} + 1\right). \quad (13)$$

Частично расшифрованное уравнение для тока (9) примет вид

$$\frac{dj}{dt} = \frac{k}{\tau_0} \frac{V - V_s(j)}{V_s(j)} j + \frac{j_p}{\tau}, \quad \tau_0 = \frac{d}{\mu_i E_0}, \quad k = \frac{(1 + \gamma)L_\gamma}{1 - L_\gamma^{-1}}. \quad (14)$$

Поскольку ВАХ таунсендовского разряда мало отклоняется от V_T , V_s в знаменателе можно заменить V_T , на результатах это почти не сказывается.

Конечно, если удастся вычислить $g - 1$ исходя из (8), как это сделано в [1], особой надобности в промежуточном уравнении (14) нет. Но при больших pd (а также при очень малых, далеко на левой ветви кривой Пашена, как в эксперименте [5,6]; см. [7]) найти $g - 1$ практически невозможно, и тогда уравнение (14) спасает положение. В него можно подставить ВАХ, найденную путем численного моделирования или эксперимента, иногда приходится брать из эксперимента и $\partial g/\partial V$, как в [5,7].

3. Система уравнений для численного интегрирования и значения параметров

Нестационарный процесс в цепи с таунсендовским разрядом описывается системой уравнений (14), (3) с подставленной в нее ВАХ разряда $V_s(j)$. Интегрировать систему целесообразно в безразмерных переменных

$$v = \frac{V - V_T}{V_T}, \quad w = \frac{jR_1}{V_T}; \quad (15)$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{\Delta - v - w}{\Theta}, \quad \Delta = \frac{V_0 - V_T}{V_T}; \quad (16)$$

$$\frac{dw}{dt} = \frac{[v - v_s(w)]w + w_{\text{eff}}}{\vartheta}, \quad v_s = \frac{V_s(j) - V_T}{V_T}; \quad (17)$$

$$w_{\text{eff}} = w_p \frac{E_T}{(1 + \gamma)L_\gamma E_0}, \quad \vartheta = \frac{\tau_0}{k}, \quad w_p = \frac{j_p R}{V_T}.$$

Дадим представление о численных значениях параметров. Для условий экспериментов [13] (азот, $d = 0.05$ см, $d_s = 0.15$ см, $\epsilon_s = 12$, $\sigma_s = 1 \cdot 10^{-7} (\Omega \cdot \text{cm})^{-1}$, $R_1 = 1.5 \text{ M}\Omega \cdot \text{cm}^2$) время релаксации цепи $\Theta = 1.33 \cdot 10^{-5}$ с. Значение γ можно оценить с помощью выражения для кривой Пашена [3]

$$V_T = \frac{Bpd}{\ln[Apd/\ln(\gamma^{-1} + 1)]} \quad (18)$$

и измеренных порогов пробоя. Правда, оценка затрудняется нарушением закона подобия $V_T(pd)$, видимым из данных измерений [13], а также невозможностью

описать $V_T(pd)$ в большом диапазоне pd формулой (18) с единичными значениями A , B , γ . Все же для небольших pd разумно принять табличные $A = 12 \text{ cm}^{-1} \text{ Torr}^{-1}$, $B = 342 \text{ V/cm} \cdot \text{ Torr}$ [3] и $\gamma = 0.08$. Это соответствует параметрам минимума кривой Пашена $V_m = 202 \text{ V}$, $(pd)_m = 0.59 \text{ Torr} \cdot \text{ cm}$, которые согласуются с данными табл. 2 в [13]. Принимая $\mu_i p = 1140 \text{ cm}^2 \cdot \text{ Torr/V} \cdot \text{ s}$ [3], найдем характерное ионное время $\tau_0 = 1.28 \cdot 10^{-7} \text{ s}$. Согласно (14), $k = 4.56$ и время, характеризующее реакцию тока на отклонение напряжения от ВАХ, $\vartheta = 2.81 \cdot 10^{-8} \text{ s}$.

О характерных значениях Δ можно судить по данным табл. 2 [13]. Например, при $pd = 1 \text{ Torr} \cdot \text{ cm}$, $V_T = 213 \text{ V}$ и на пороге возбуждения колебаний, когда $j_i \approx 51 \mu\text{A/cm}^2$, $\Delta_t = 0.357$. Таковы же по порядку и величины безразмерного тока, т.к. для стационарного тока $j_s \approx (V_0 - V_T)/R_1$, $w_s \approx \Delta$ из-за малости отклонения ВАХ от V_T .

Что касается w_p , то об этой величине трудно сказать что-либо достоверное. В [11] постоянный ток эмиссии с катода подбирался таким, чтобы получить согласие с экспериментом. Это удавалось при $j_p \sim 10^{-5} - 10^{-4} \text{ mA/cm}^2$ при токах разряда порядка 1 mA/cm^2 , т.е. $j_p/j \sim 10^{-5} - 10^{-4}$. Если ориентироваться на такого порядка отношения, то $w_p \sim 10^{-5} - 10^{-4}$, т.к. $w_{\text{max}} \sim 1$, а w_{eff} — еще почти на порядок меньше. Оценки катодной эмиссии, вызванной ударами метастабильных молекул с учетом скоростей их рождения и диффузии и коэффициентом эмиссии $\gamma_m \sim 10^{-1}$ (как для ионов) указывают на такой масштаб значений w_p . Впрочем, скорее всего, значения γ_m существенно ниже, чем у ионов. Как и в [11], мы будем варьировать w_p , планируя в будущем разобрать детальнее роль метастабильей.

4. ВАХ и автоколебательные решения при малых pd

Пусть γ растет с увеличением поля у катода: $\gamma(E_c) = \gamma + \gamma' \Delta E_c$, где $\gamma \equiv \gamma(E_T)$, $E_T = V_T/d$, $\Delta E_c = E_c - E_T$; $\gamma' > 0$. Фактор $g-1$ в ВАХ можно найти, разложив $\alpha(E)$ в (8) по $\Delta E = E - E_T$ вплоть до $(\Delta E)^2$. Решив уравнение Пуассона в приближении, указанном в разд. 1, найдем $\Delta E(x)$ и соотношение (2) для вычисления ΔE_c и интеграла (8). В [1] таким путем было получено выражение для $g-1$. Мы перепишем его в виде ВАХ (в размерной и безразмерной формах), введя обозначение $\hat{\gamma} \equiv d \ln \gamma / d \ln E_c$

$$V_s = V_T - R_{1D} j + A_1 j^2, \quad v_s = -\rho w + \eta w^2; \quad (19)$$

$$R_{1D} = \frac{\hat{\gamma} \tau_0 d}{2\varepsilon_0(1 + \gamma)L_\gamma}, \quad \rho = \frac{R_{1D}}{R_1} = \frac{\hat{\gamma} \tau_0 d \sigma_s}{2\varepsilon_0(1 + \gamma)L_\gamma d_s}; \quad (20)$$

$$A_1 = -\frac{\alpha''}{24\alpha'} \frac{d^3}{\varepsilon_0^2 \mu_i^2 E_T^2},$$

$$\eta = \frac{A_1 V_T}{R_1^2} = \frac{1}{12} \left(1 - \frac{E_0}{2E_T}\right) \left(\frac{E_0}{E_T}\right)^2 \left(\frac{\tau_0 d \sigma_s}{\varepsilon_0 d_s}\right)^2. \quad (21)$$

Здесь R_{1D} — абсолютная величина отрицательного (для $\hat{\gamma} > 0$) дифференциального сопротивления разряда при $j \rightarrow 0$ из расчета на единицу площади, α' и α'' вычислены с помощью (10). При $\gamma = \text{const}$ ($R_{1D} \equiv 0$) ВАХ и выражение для коэффициента A_1 не отличаются от найденных еще в [2].¹ Численно для набора параметров, выписанного в предыдущем разделе, $\rho = 0.86 \cdot 10^{-2} \hat{\gamma}$. О величине $\hat{\gamma}$ можно судить только на основании косвенных данных. Сопоставление R_{1D} по (20) с измерениями ВАХ разряда в неоне в промежутке с металлическими электродами [1] дает $\hat{\gamma} \approx 0.5$. Оценка, сделанная на основании измеренного в [13] порога возбуждения автоколебаний и соответствующей формулы для Δ_t , которая будет приведена ниже, дает $\hat{\gamma} \approx 0.65$. Таким образом, ориентировочно $\rho \approx 5 \cdot 10^{-3}$. Коэффициент η зависит от E_T , т.е. при фиксированном d — от p ; правда, от p — не очень сильно, логарифмически. Для точки минимума кривой Пашена $\eta \approx 10^{-4}$. На рис. 2 показан пример автоколебательного решения системы (16), (17), (19) для $pd = 0.46 \text{ cm} \cdot \text{ Torr}$ при $w_{\text{eff}} = 0$. Здесь, как и ниже, представлена „осциллограмма“ плотности j_i полного тока, проводимости и смещения по (1). Только полный ток течет во внешней цепи (что видно из рис. 1) и измеряется экспериментально. Подчеркнем, что уравнения допускают колебания только при $\eta > 0$, чему соответствуют значения $\alpha'' < 0$, $E_T > E_0/2$ ($E_T/p > B/2$) за перегибом кривой (10) $\alpha(E)$, т.е. при „малых“ $pd < (pd)_{\text{cr}} = e(pd)_m \approx 1.6 \text{ cm} \cdot \text{ Torr}$ для азота.

Без слагаемого, пропорционального j^2 или w^2 в ВАХ (19), и в отсутствии постоянного тока с катода автоколебательных решений при $\Delta = 0.5$ нет, хотя это значение Δ превышает порог для раскочки колебаний $\Delta_t \sim 0.4$. Включение в уравнение (17) слагаемого $w_{\text{eff}} \leq 3 \cdot 10^{-4}$ приводит к автоколебаниям, причем независимо от присутствия или отсутствия квадратичного по току слагаемого в ВАХ (рис. 3). Амплитуда тока при этом становится существенно меньше, чем при $w_p = 0$, тем меньше, чем больше w_p . Уменьшается и период колебаний (ср. рис. 3 и 2). Причина такого поведения решения состоит в том, что от присутствия и величины постоянного тока эмиссии зависит тот „затравочный“ ток (количество затравочных электронов), от которых начинается квазиэкспоненциальное размножение зарядов и усиление тока в каждом периоде. Чем больше w_p , тем меньше число поколений ионов (число циклов: ионизация в объеме — вторичная электронная эмиссия с катода) требуется, чтобы ток вырос от минимального (затравочного) $w_{\text{min}} \approx w_p$ до пикового w_{max} . Как результат, токовые пики становятся гораздо более

¹ Обращаем внимание на опечатку в соответствующей формуле (10.10) в [3]: там пропущен размерный множитель V_i .

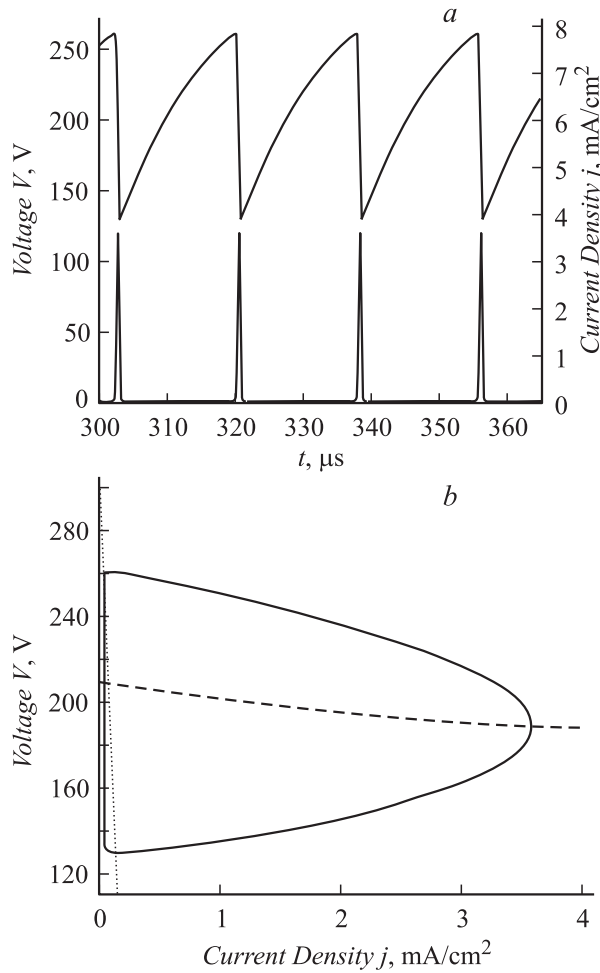


Рис. 2. Рассчитанные „осциллограммы“ напряжения на разряде (верхняя кривая) и плотности полного тока (а); предельный цикл на фазовой плоскости напряжение на разряде–плотность полного тока, ВАХ (штриховая кривая) и нагрузочная прямая (пунктирная кривая) (b). „Малое“ $pd = 0.46 \text{ cm} \cdot \text{Torr}$, $\Delta = 0.5$, $j_{ep} = 0$.

размытыми, чем при $w_p = 0$, а период колебаний, в котором должно уложиться меньшее число поколений, становится меньше. При этом в течении части периода происходит квазиэкспоненциальный спад тока от w_{max} до w_{min} . Оба процесса протекают лишь „квазиэкспоненциальным“ образом, поскольку $v - v_s$ в (17) меняется во времени; по порядку величины $v - v_s \sim \pm 0.1$.

Отсутствие искусственно внесенного в (9), (17) слагаемого j_p или w_p отнюдь не означает, что размножение зарядов начинается с „нуля“. Без затравочных зарядов или тока усиление тока в принципе невозможно. Чисто теоретически в рамках уравнения (17) без w_p ток во время спада уменьшается не до абсолютного нуля, для чего потребовалось бы „бесконечное“ время. Но фактически в ходе численного интегрирования этих уравнений минимальное значение w_{min} на много порядков больше „теоретического“. Величина w_{min} определяется просто точностью счетной процедуры. При типичной точности

счета $10^{-12} - 10^{-10}$ и $w_{max} \sim 1$ фактическое значение $w_{min} \sim 10^{-12} - 10^{-10}$ и это равносильно присутствию в задаче такого постоянного тока эмиссии. Именно благодаря ему и становятся возможными автоколебательные решения, показанные на рис. 2 и полученные при численном моделировании [8–10], которому также присуща определенная точность. Разительные отличия рис. 2 и 3 связаны с тем, что во втором случае $w_{min} = w_p$ на 5–7 порядков больше, чем в первом.

Включение чрезмерно большого (для данного Δ) постоянного тока эмиссии ($w_{eff} > 3 \cdot 10^{-4}$ для $\Delta = 0.5$) делает невозможным автоколебательные решения: возникшие от любых начальных условий колебания затухают. В то же время в диапазоне от $w_{eff} = 3 \cdot 10^{-4}$ и до 10^{-10} в рамках ВАХ (19) характер решения монотонно меняется между изображенными на рис. 3 и 2.

Если придерживаться той точки зрения, что метастабильно действительно выбивают электроны с катода, то решение рис. 3 следует признать более близким к реальности, чем рис. 2. Во всяком случае, оно ближе к результатам наблюдений [13].

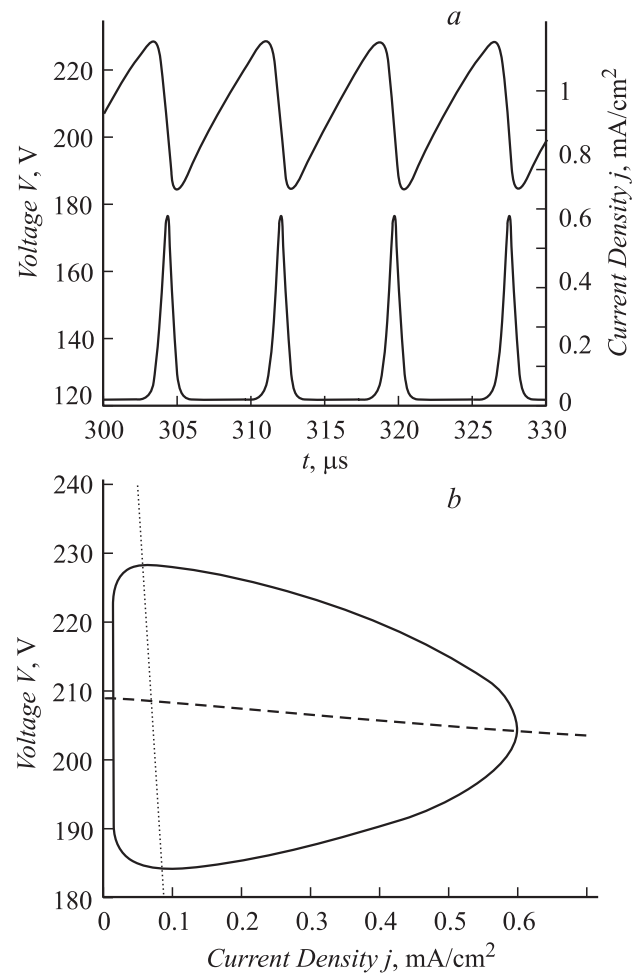


Рис. 3. Напряжение на разряде и плотность полного тока для тех же, что и на рис. 2, $pd = 0.46$ и $\Delta = 0.5$, $j_{ep} = 2.2 \cdot 10^{-7} \text{ mA/cm}^2$ ($w_{eff} = 10^{-5}$).

5. Механизмы раскачки и стабилизации колебаний

Рассмотрим, при каких условиях могут возникать автоколебания и чем контролируется этот процесс. Это удобно сделать на примере малых pd , т.к. в этом случае ВАХ и уравнения режима выводятся чисто аналитическим путем и все входящие в них параметры наполнены физическим содержанием. Трактовка нелинейной системы (16), (17), (19) существенным образом зависит от того, присутствует ли в ней член с $w_{\text{эф}}$ или нет. Отметим сразу: интерпретация первого случая вызывает у нас затруднения. Поэтому начнем со второго. Даже если он и не отвечает реальности, он заслуживает внимания хотя бы потому, что именно без учета постоянного тока с катода были получены автоколебательные решения во всех предыдущих работах (и нами) и желательно понять, почему уравнения их дали. Вопрос интересен и с математической точки зрения, тем более что традиционному анализу [15] наши сложные уравнения не поддаются. Подчеркнем, что последующие рассуждения не имеют достаточного математического обоснования, будучи скорее интуитивными. Они призваны лишь качественно пояснить природу тех фактов, касающихся существования или отсутствия автоколебаний, которые были установлены путем численного интегрирования различных вариантов уравнений.

Хотя численно интегрировать систему (16), (17) удобно в универсальных переменных (15), анализировать ее целесообразно, рассматривая отклонения напряжения V от стационарной точки ($j_s, V_{ss} \equiv V_s(j)$) на ВАХ, как это происходит при колебаниях малой амплитуды. Стационарная точка соответствует пересечению ВАХ и нагрузочной прямой, и ее положение зависит от приложенного напряжения. Опустим в (17) слагаемое $w_{\text{эф}}$ и перейдем в (16), (17) от v к относительному отклонению V от V_{ss} :

$$u = \frac{V - V_{ss}}{V_T} = v - v_s(w_s). \quad (22)$$

Исключим w , превратив систему в уравнение второго порядка для u . Для этого продифференцируем (16) по t , подставим dw/dt по (17), (19), а потом подставим в полученное уравнение w , выраженное по формулам (16), (22) с использованием (19). Фактически регулируемый на опыте и при вычислениях параметр Δ („приложенное напряжение“) в ходе выкладок повсюду входит в виде комбинации $w_s = \Delta - v_s(w_s)$, которая представляет собой при данной ВАХ квадратное уравнение относительно w_s . Пользуясь тем, что $v_s \sim 10^{-3}$, а $\Delta \gtrsim 10^{-1}$ мы повсюду заменяем w_s на Δ , что вносит ошибку лишь порядка 1%.

В результате не сложного, но довольно длинного вычисления получим уравнение, в котором слагаемые сгруппируем таким образом, чтобы ему можно было

дать физическое истолкование:

$$\begin{aligned} \ddot{u} + \omega^2 u = & -\dot{u} \left[\frac{1}{\Theta} - \frac{\Delta}{\vartheta} (\rho - 2\eta\Delta) + \frac{3\eta}{\vartheta} u^2 + \frac{\eta}{\vartheta} \Theta^2 \dot{u}^2 \right] \\ & + \frac{u\dot{u}}{\vartheta} (1 - 2\rho + 6\eta\Delta) + \frac{u^2}{\Theta\vartheta} (1 - \rho + 3\eta\Delta) - \frac{\dot{u}^2 \Theta}{\vartheta} (\rho - 3\eta\Delta), \end{aligned} \quad (23)$$

$$\omega^2 = \frac{\Delta}{\Theta\vartheta} \left(1 - \rho + 2\eta\Delta + \frac{\eta}{\Delta} u^2 + \frac{3\eta}{\Delta} \Theta^2 \dot{u}^2 \right). \quad (24)$$

Мы пришли к сложному уравнению нелинейных колебаний с модулированной частотой, которое трудно интерпретировать без каких-либо упрощений. Для начала линеаризуем его применительно к колебаниям малой амплитуды ($u \ll 1$). При $\rho, \eta \ll 1$ получим

$$\ddot{u} + \omega^2 u = -K\dot{u}, \quad \omega \approx \sqrt{\frac{\Delta}{\Theta\vartheta}}, \quad K = \left(\frac{1}{\Theta} - \frac{\Delta\rho}{\vartheta} \right). \quad (25)$$

Это обычное уравнение „затухающих“ колебаний. Колебания и в самом деле затухают, если коэффициент K при „скорости“ \dot{u} („коэффициент трения“, в рамках механической аналогии) положителен, и разгоняются, если K отрицателен. Отсюда следует основное условие существования автоколебаний: превышение скорости их раскачки за счет отрицательного дифференциального сопротивления над скоростью затухания с постоянной времени цепи RC . Пороги возбуждения колебаний по приложенному напряжению и разрядному току задаются выражениями

$$\Delta_t = \frac{V_{0t} - V_T}{V_T} = \frac{\vartheta}{\Theta\rho}, \quad j_t = \frac{\vartheta}{\Theta} \frac{V_T}{R_{1D}}. \quad (26)$$

Результаты линейного анализа практически совпадают с полученными в [1,5]. Для колебаний немалой амплитуды пороги меняются незначительно. С помощью формул (26) для Δ_t и (20) для ρ путем сравнения с экспериментом выше был найден неизвестный параметр $\hat{\nu}$. Частоты колебаний по (25) имеют правильный порядок, но занижены в несколько раз по сравнению с экспериментальными данными.

Попытаемся упростить нелинейные уравнения (23), (24). При квазигармонических колебаниях в среднем за период $\dot{u}^2 \sim \omega^2 u^2$; $\omega\Theta \approx 16$ (для нашего примера) и по расчетам $\overline{\dot{u}^2} \sim 0.1$. Отсюда следует, что глубина модуляции ω по (24) не очень велика. Будем считать ω постоянной. Слагаемые в правой части (23), пропорциональные u^2 и \dot{u}^2 , не изменяют знак в течение периода и дают, следовательно, постоянное смещение в u и высшие гармоники. Слагаемое, пропорциональное $u\dot{u}$, хотя и относительно большое по величине, равно нулю в среднем за период и дает только высшие гармоники. Можно предположить, что роль этих членов второстепенна по сравнению с первым слагаемым, пропорциональным \dot{u} , которое дает вклад в основную гармонику. О меньшей роли слагаемых с $u\dot{u}$, u^2 и \dot{u}^2 говорит и то, что без них

уравнение все равно имеет автоколебательные решения. Если же эти слагаемые сохранить, но опустить квадратичные члены в „коэффициенте трения“ (в квадратных скобках при \dot{u}), то без постоянного тока с катода автоколебательных решений нет.

Учитывая это, перепишем (23), полагая $\omega = \text{const}$, обозначив штрихом дифференцированные по фазе ωt , опустив отмеченные второстепенные члены, пренебрегая малой по сравнению с ρ величиной $2\eta\Delta$ в квадратных скобках и вынося за эти скобки постоянную сумму первых двух членов. Представим результат этих действий в виде

$$u'' + u \approx \varepsilon u' [1 - B_1 u'^2 - B_2 u^2]; \quad (27)$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta - \Delta_t}{\Delta_t} \frac{1}{\omega\Theta}, \quad \Delta_t = \frac{\vartheta}{\rho\Theta}; \quad (28)$$

$$B_1 = \frac{(\omega\Theta)^2}{3} B_2, \quad B_2 = \frac{3\eta\Theta}{\vartheta} \frac{\Delta_t}{\Delta - \Delta_t}. \quad (29)$$

Весьма сложные уравнения (23) и (24) приобрели явное сходство с классическим уравнением автоколебаний [15]

$$y'' + y = \varepsilon y' (1 - y^2), \quad (30)$$

где ε — малый положительный параметр, и его близким аналогом

$$y'' + y = \varepsilon y' (1 - y'^2). \quad (31)$$

При $\omega t \rightarrow \infty$ решение (30) асимптотически стремится к $y_\infty = 2 \sin(\omega t)$, причем от ε зависит только скорость выхода на предельный цикл. Для уравнения (31) $y_\infty = \sqrt{4/3} \sin(\omega t)$, что легко установить, решив (31) приблизительно, например, по методу медленно меняющейся амплитуды.

Автоколебания возможны только при $\varepsilon > 0$, что совпадает с условием надпороговости приложенного напряжения в нашем случае. Раскачиваются они благодаря первому слагаемому в правых частях (30), (31), а стабилизируются вследствие уменьшения раскачивающего действия при росте $|y|$ или $|y'|$. В рамках механической аналогии раскачка колебаний сдерживается ростом коэффициента трения при возрастании размаха или скорости колебательного движения, в случае разряда — уменьшением величины отрицательного дифференциального сопротивления при росте тока. Квадратичное по току слагаемое в ВАХ (19) должно быть положительным ($\eta > 0$), именно это придает уравнению (27) сходство с (30), (31): $B_1, B_2 > 0$. При выбранных для оценок числах $\omega \approx 1.2 \cdot 10^6 \text{ rad/s}$, $\omega\Theta \approx 16$ имеем $B_1 \approx 85 B_2$. Если по порядку величины $u'^2 \sim u^2$, как в случае квазигармонических колебаний, уравнение (27) близко к (31), но не к (30). Это дает возможность оценить амплитуду малых колебаний напряжения ΔV_a как

$$u_a \equiv \Delta V_a / V_T \approx \sqrt{\frac{4}{3B_1}} \approx \frac{1}{\omega\Theta} \sqrt{\frac{4\vartheta}{3\eta\Theta}} \sqrt{\frac{\Delta - \Delta_t}{\Delta_t}}. \quad (32)$$

Она растет от порога возбуждения как корень из „надпороговости“ и численно ($u_a \sim 0.1$) согласуется

с результатом интегрирования неупрощенных уравнений (16), (17), (19) (без w_{eff}). Условие $\varepsilon \ll 1$, позволяющее провести аналогию с (31), надежно выполняется, поскольку $\omega\Theta \gg 1$. Заметим, что в экспериментах [1] при „малых“ pd , к которым и относятся данные выкладки, наблюдается „мягкий“ режим возбуждения автоколебаний, при котором их амплитуда постепенно растет от порога, как следует из расчетов по формуле (32) и как получалось у нас в численном счете.

Таким образом, для реализации автоколебаний в системе с разрядом и без учета постоянного тока с катода нужно, чтобы ВАХ имела падающий характер, благодаря чему колебания могут раскачиваться, и величина отрицательного дифференциального сопротивления с увеличением тока уменьшалась, благодаря чему колебания стабилизируются. Эти же требования в общем должны выполняться и при больших pd , и они действительно выполнялись во всех расчетах [8–10].

Теперь рассмотрим систему (16), (17), (19) с включенным слагаемым w_{eff} . В противоположность предыдущему, в этом случае результаты мало зависят от того, учитывается ли квадратичное по току слагаемое в ВАХ (19) или нет. Значит, при учете w_{eff} его можно опустить, оперируя линейной ВАХ $v_s = -\rho w$. Но в данном случае точка равновесия, относительно которой происходят колебания малой амплитуды, лежит на другой кривой, которая и играет роль ВАХ для стационарного несамостоятельного разряда, соответствующего $\dot{w} = 0$ в (17)

$$v_{sp}(w) = -\rho w - w_{\text{eff}}/w. \quad (33)$$

Точка равновесия v_{sp}, w_{sp} соответствует пересечению ВАХ (33) и нагрузочной прямой $v_{sp} = \Delta - w_{sp}$:

$$v_{sp} = \frac{\Delta(1 - 2\rho) - \Delta\sqrt{1 + 4w_{\text{eff}}(1 - \rho)/\Delta^2}}{2(1 - \rho)} \approx -\frac{\rho\Delta}{1 - \rho} - \frac{w_{\text{eff}}}{\Delta}. \quad (34)$$

Введя относительное отклонение напряжения на разряде от точки равновесия $z = (V - V_{sp})/V_T = v - v_{sp}$ и повторив операцию исключения „тока“ w из системы (16), (17), (19), получим уравнения, заменяющие (23), (24)

$$\ddot{z} + \omega^2 z = -K\dot{z} + \frac{z\dot{z}(1 - 2\rho)}{\vartheta} + \frac{z^2(1 - \rho)}{\Theta\vartheta} - \frac{\dot{z}^2\Theta\rho}{\vartheta}, \quad (35)$$

$$\omega^2 = \frac{\Delta}{\Theta\vartheta} \left[1 + \frac{2w_{\text{eff}}(1 - \rho)}{\Delta^2} \right], \quad (36)$$

$$K = \frac{1}{\Theta} + \frac{w_{\text{eff}}(1 - 2\rho)}{\Delta\vartheta} - \frac{\rho\Delta}{\vartheta(1 - \rho)}. \quad (37)$$

Частота колебаний в разряде близка к рассчитываемой по (25), ибо $\rho, w_{\text{eff}} \ll 1$, коэффициент трения K содержит дополнительное положительное слагаемое, то-

же пропорциональное w_{eff} . К некоторому увеличению трения, способствующего затуханию колебаний, и свелась, в основном, роль постоянной эмиссии. Из (37) ясно, почему существует верхний предел по w_{eff} , выше которого при данном Δ пропадают автоколебательные решения. Колебания затухают, если $K \geq 0$. Для рассмотренного выше варианта параметров при $\Delta = 0.5$ имеем $w_{\text{eff,max}} = 3.5 \cdot 10^{-4}$, что хорошо согласуется с результатами численного интегрирования. Подняв „напряжение“ Δ при данном $w_{\text{eff,max}}$ вновь получим необходимое для раскачки колебаний условие $K < 0$ и вновь придем к автоколебаниям.

Результат линеаризации уравнения (35) отличается от результата (25) только небольшими изменениями частоты, коэффициента трения и порога возбуждения колебаний Δ_t , отвечающего $K = 0$. Но нелинейное уравнение (35) отличается от (23) главным — отсутствием стабилизирующих колебания квадратичных по u , \dot{u} или z , \dot{z} слагаемых в коэффициенте трения. Уравнение (35) не имеет ничего общего с уравнениями автоколебаний (30), (31), аналогия с которыми позволила качественно интерпретировать причину стабилизации колебаний в отсутствие постоянной эмиссии. Как физически трактовать причину стабилизации нелинейных колебаний, описываемых уравнением (35), нам не ясно.

6. Автоколебания при больших pd

Этот случай широко представлен в экспериментах [13]. Автоколебания при больших pd наблюдались только при весьма малых плотностях тока j , заведомо меньших предельных для таунсендовского разряда $j_L = \epsilon_0 \mu_+ V_T^2 / d^3$ [3]. При $pd > (pd)_{\text{cr}} = e(pd)_m$ $\alpha'' > 0$; $A_1, \eta < 0$ и квадратичное по току j слагаемое в ВАХ (19) способствует не стабилизации колебаний, как в случае малых pd , а их раскачке, внося вклад в отрицательное дифференциальное сопротивление. Стабилизировать колебания может положительный, кубический по j , член в ВАХ, но представить его аналитически можно только в виде сложных неберущихся интегралов [16]. Поэтому не остается ничего другого, как воспользоваться результатами численных расчетов ВАХ, сделанных в [16] на основе уравнений в частных производных при $\gamma = \text{const}$.

Единственный подходящий для наших условий вариант ВАХ представлен на рис. 4 в [10]. Он относится к $\gamma = 0.08$ и безразмерной длине промежутка $Apd = 36$, которая для азота соответствует $pd = 3 \text{ cm} \cdot \text{Torr} = 1.87(pd)_{\text{cr}}$ (A — коэффициент в формуле (10) для α). Безразмерную ВАХ [10] аппроксимируем полиномом типа

$$V_s(j) = V_T - A_2 j^2 + A_3 j^3 - A_4 j^4, \quad A_2, A_3, A_4 > 0, \quad (38)$$

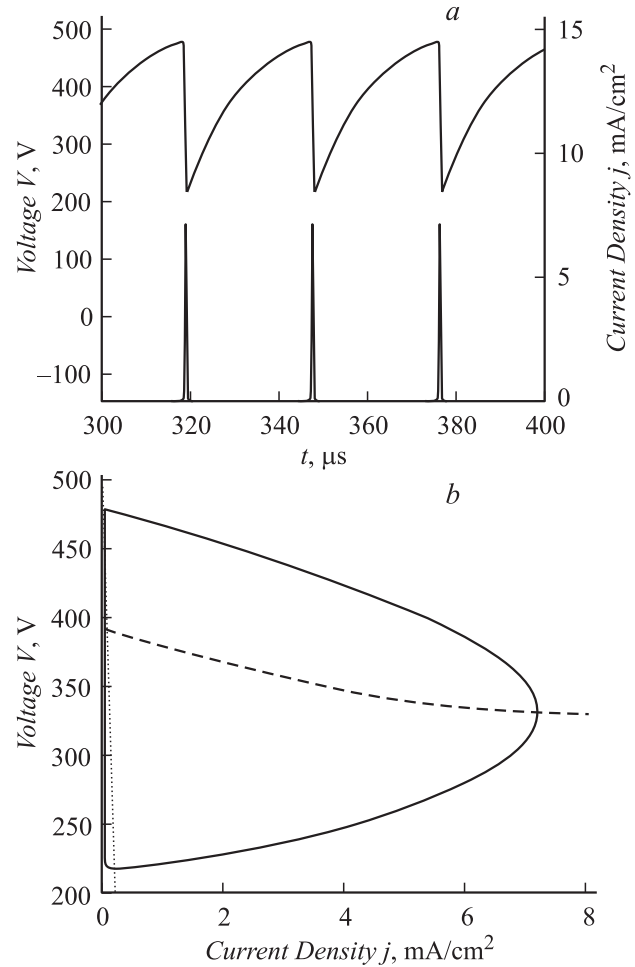


Рис. 4. Напряжение на разряде (верхняя кривая) и плотность полного разрядного тока (а) и соответствующий им предельный цикл (б). „Большое“ $pd = 3 \text{ cm} \cdot \text{Torr}$, $\Delta = 0.32$, $j_{\text{ep}} = 0$. Указаны ВАХ и нагрузочная прямая.

где при переходе к размерным величинам получается $V_T = 391 \text{ V}$ — по (18),

$$A_2 = 3.22 \cdot 10^{13} p^{-4} \text{ V} \cdot \text{cm}^4 \text{Torr}^4 \text{A}^{-2},$$

$$A_3 = 2.68 \cdot 10^{19} p^{-6} \text{ V} \cdot \text{cm}^6 \text{Torr}^6 \text{A}^{-3},$$

$$A_4 = 5.69 \cdot 10^{24} p^{-8} \text{ V} \cdot \text{cm}^8 \text{Torr}^8 \text{A}^{-4}.$$

Ниже принимается $d = 0.05 \text{ cm}$, как в опытах [13], и соответственно $p = 60 \text{ Torr}$. Заметим, что A_2 не сильно отличается от чисто теоретической величины $-A_1$ по (21), где теперь $\alpha'' > 0$.

Как известно, слагаемое, пропорциональное j , выпадает из ВАХ таунсендовского разряда, если $\gamma = \text{const}$ [2,3]. Поэтому должную скорость раскачки колебаний (за счет относительно малого квадратичного по j слагаемого) можно получить только при чрезмерно больших токе и напряжении (при $\Delta = 2.5$), что резко противоречит эксперименту [13]. Это говорит о недостаточности модели таунсендовского разряда с $\gamma = \text{const}$ при рассмотрении неустойчивости и колебаний. И действительно, не видно

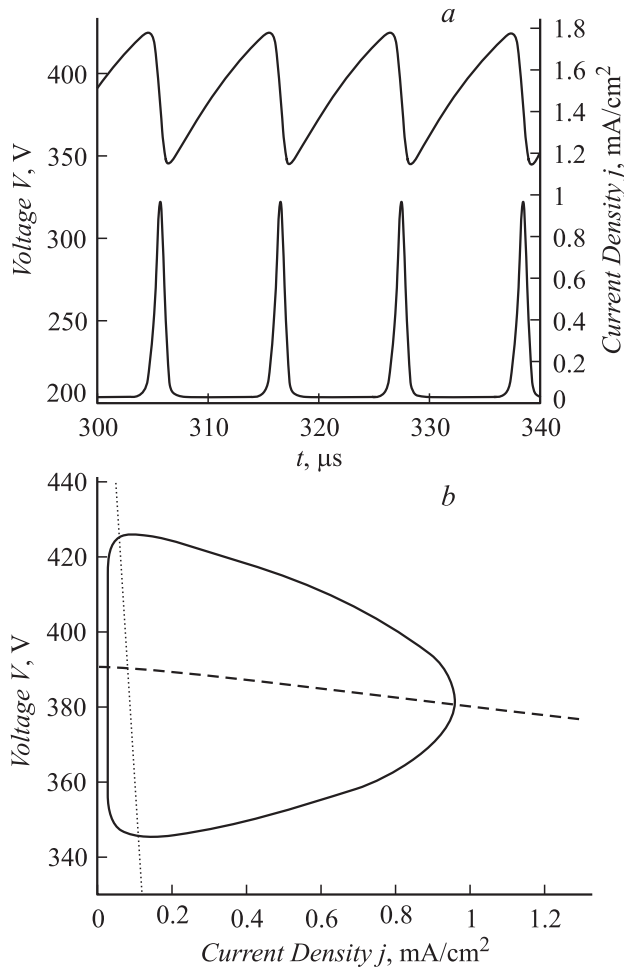


Рис. 5. Напряжение на разряде и плотность полного разрядного тока (а) и соответствующий им предельный цикл (б) для тех же pd и Δ , что и на рис. 4, но с $j_{\text{ср}} = 1.14 \cdot 10^{-8}$ mA/cm^2 ($w_{\text{эф}} = 8 \cdot 10^{-8}$).

причин, по которым механизм раскачки колебаний, связанный с растущей зависимостью $\gamma(E_c)$, основной при малых pd , исчезал бы при больших.

Формальное включение в ВАХ (38) линейного слагаемого — $R_{1D}j$ с тем же R_{1D} по (20), что и при малых pd , и $\hat{\gamma} = 0.65$ дает появление автоколебательного решения при $\Delta = 0.32$ без постоянного тока с катода (рис. 4). Расчет сделан с $R_1 = 1.5 \cdot 10^6 \Omega \cdot \text{cm}^2$, как в [13], $\mu_i p = 1140 \text{ cm}^2 \cdot \text{ Torr}/V_s$, приведенными значениями p, d, A_2, A_3, A_4 и соответствующими $\Theta = 1.33 \cdot 10^{-5} \text{ s}$, $\vartheta = 2.81 \cdot 10^{-8} \text{ s}$. Коэффициенты в безразмерной ВАХ, обобщающей (19) положительным слагаемым λw^3 и отрицательным νw^4 при этом равны: $\rho = 5.7 \cdot 10^{-3}$, $\eta = -4.32 \cdot 10^{-4}$, $\lambda = 2.60 \cdot 10^{-5}$, $\nu = 4 \cdot 10^{-7}$.

Как и в случае малых pd , при учете постоянного тока с катода $w_{\text{эф}}$ резко сокращается амплитуда, сглаживаются пики автоколебаний тока и уменьшается период колебаний (рис. 5). Присутствие слагаемого $w_{\text{эф}}$ делает излишней стабилизацию кубическим по току членом в ВАХ. Колебания стабилизируются постоянным током

с катода, но при условии, что он ниже некоторого предела. В данном случае он меньше, чем в варианте с малым pd : колебания затухают, если $w_{\text{эф}} > 10^{-7}$. Таким образом, при учете постоянного тока с катода и растущей зависимости γ от E_c особых различий между малыми и большими pd нет. При любых pd можно ограничиться линейной ВАХ, $V_s = V_T - R_{1D}j$, не заботясь о стабилизации колебаний слагаемыми с j^2 при малых pd и j^3 — при больших. Проверка теоретических результатов путем количественного сравнения с экспериментом в условиях неполноты необходимых опытных данных и произвола в выборе $w_{\text{эф}}$ для любого из вариантов требует специального кропотливого исследования, которое предполагается провести в дальнейшем.

Заметим, что в случае „больших“ pd в численном счете всегда получается „жесткий“ режим возбуждения автоколебаний, исключающий возможность автоколебаний малой амплитуды. Это перекликается с наблюдениями [1,14].

7. Автоколебания в условиях перехода от таунсендовского разряда к тлеющему

Вариант безразмерных параметров, для которого в [8] получены автоколебания на основе уравнений в частных производных, фактически отвечает не таунсендовскому разряду, а области перехода к тлеющему при большом $pd = 2.6(pd)_{\text{cr}} = 7(pd)_m$ для принятого там $\gamma = 0.08$. Балластное сопротивление выбрано в [8] столь малым, что пиковая плотность тока приблизилась к плотности тока нормального тлеющего разряда. Оставим в стороне вопрос о том, реализуемы ли пространственно-однородные колебания тока в таких условиях. Ведь переход к тлеющему разряду предполагает образование катодного пятна с нормальной плотностью тока, и разряд перестает быть однородным в поперечных току направлениях. Это проявилось в двумерном расчете [9], также относящемся к переходной области. Игнорируя это обстоятельство, воспользуемся результатами [8], где был получен предельный цикл, чтобы продемонстрировать возможности теории, основанной на уравнении (14).

Исключим из уравнений постоянный ток с катода, которого нет в [8]. Сравним наши результаты при адекватной модификации к новым условиям, с численным результатом [8], представленным там на рис. 2, а. Проинтегрируем уравнения (16), (17) в принятых в [8] безразмерных переменных, взяв ВАХ непосредственно с рис. 2, а [8]. При этом необходимо учесть кардинальную перестройку поля в промежутке, видную из соответствующих распределений $E(x)$, представленных в [16]. Это обязывает изменить трактовку длины d , по смыслу — расстояния, с которого ионы приходят к катоду. Теперь d — не длина разрядного промежутка, а приблизительно толщина катодного слоя тлеющего разряда, которая близка к длине d_m , соответствующей

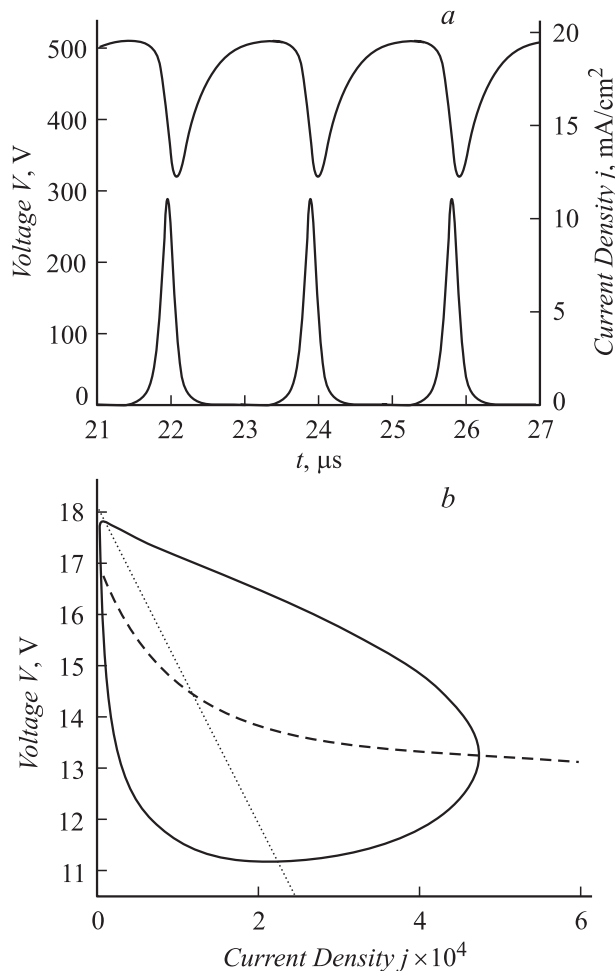


Рис. 6. Напряжение на разряде (верхняя кривая) и плотность полного тока (*a*) и предельный цикл (*b*) для колебаний в области перехода от таунсендовского разряда к тлеющему при $pd = 4.17 \text{ cm} \cdot \text{Torr}$, $\Delta = 0.065$. Предельный цикл, ВАХ (штриховая кривая) даны, для сравнения, в безразмерных переменных [8].

минимуму кривой Пашена [3]. Значит, теперь времена τ_0 в (14) и ϑ в (17) приблизительно в $(pd)/(pd)_m \approx 7$ раз меньше, чем в случае таунсендовского разряда. И действительно, расчет по уравнениям (16), (17), преобразованным к безразмерным переменным [8], для варианта, представленного на рис. 2, *a* [8], которому соответствует $\Delta = 0.065$, дали автоколебания при ϑ , уменьшенной в 8.6 раз с похожей картиной предельного цикла (рис. 6).

Заметим, что ВАХ на рис. 6 схожа с ВАХ таунсендовского разряда при малых pd и качественно аппроксимируется квадратичной формой типа (19) с $\eta, \rho > 0$. Только теперь $\gamma = \text{const}$, и ρ и η , будучи связанными с полной перестройкой поля в промежутке, имеют совершенно другой физический смысл. Но уравнение (23) и интерпретация причин раскачки и стабилизации колебаний (разд. 5) качественно применимы и для данного случая.

Включение в уравнения постоянного тока с катода на этот раз меняет результаты несущественно, вероятно, вследствие того, что уменьшение отрицательного дифференциального сопротивления при росте тока в области перехода от таунсендовского разряда к тлеющему выражению очень сильно (см. ВАХ на рис. 6), тогда как в области чисто таунсендовского разряда — очень слабо, как при малых, так при больших pd (см. ВАХ на рис. 2 и 4). Поэтому в первом случае стабилизирующее действие ВАХ должного вида выражено сильно и не уступает действию постоянного тока, включение которого мало что добавляет. В случае же таунсендовского разряда слабое стабилизирующее действие ВАХ не может конкурировать с действием постоянной эмиссии с катода, которая меняет форму и амплитуду колебаний тока существенно.

Выводы

Получены экспериментальные данные о границах существования, частотах и некоторых зависимостях для автоколебаний в слаботочном разряде в широком диапазоне pd от 0.25 до $12.5 \text{ cm} \cdot \text{Torr}$.

Развита простая теория для описания колебаний в условиях, не доступных прямому аналитическому расчету (большие pd и др.). Для решения несложных уравнений требуется ВАХ разряда, полученная путем численного моделирования или эксперимента. Справедливость упрощенной теории подтверждена сравнением с результатами численного моделирования.

Сведение уравнений теории к форме, напоминающей классическое уравнение автоколебаний, позволило качественно пояснить механизмы, управляющие раскачкой и стабилизацией колебаний. Включение в уравнения очень слабого постоянного тока с катода, предположительно описывающего результат эмиссии под действием метастабильных молекул, изменяет форму автоколебаний в таунсендовском разряде: сглаживает пики тока и уменьшает период. При постоянной эмиссии выше некоторого малого предела колебания затухают. Чтобы автоколебания существовали, нужно поднять приложенное напряжение. При колебаниях в области поднормального тлеющего разряда влияние постоянной эмиссии невелико.

Развитая теория обнажает скрытые механизмы, контролирующие автоколебания, объясняет некоторые физические аспекты явления, но еще не позволяет, впрочем, как и численное моделирование, получить полного количественного согласия с экспериментом.

Авторы глубокого признательны Ю.А. Астрову, А.В. Горбатько, Л.М. Порцелю, Уте Еберт за ценные обсуждения, а также Л.Д. Цендину, обратившему их внимание на важность учета постоянного тока эмиссии с катода. Один из авторов (Е.Л.Г.) благодарит за поддержку грант SS-2223.2003.2.

Список литературы

- [1] Мелехин В.Н., Наумов Н.Ю. // ЖТФ. 1984. Т. 54. Вып. 8. С. 1521–1529.
- [2] Энгель А., Штеенбек М. Физика и техника электрического разряда в газах. Т. II / Пер. с нем. под ред. Н.А. Капцова. М.; Л.: ОНТИ, 1936.
- [3] Райзер Ю.П. // Физика газового разряда. М.: Наука, 1992. 536 с.
- [4] Kolobov V.I., Fiala A. // Phys. Rev. E. 1994. Vol. 50. N 4. P. 3018–3032.
- [5] Phelps A.V., Petrović Z.L., Jelenović B.M. // Phys. Rev. E. 1993. Vol. 47. N 4. P. 2825–2838.
- [6] Petrović Z.L., Phelps A.V. // Phys. Rev. E. 1993. Vol. 47. N 4. P. 2806–2815.
- [7] Райзер Ю.П., Мокров М.С. (в печати).
- [8] Sijačić D.D., Ebert U., Rafatov I. // Phys. Rev. E. 2004. Vol. 70. N 5. P. 056220.
- [9] Arslanbekov R.R., Kolobov V.I. // J. Phys. D: Appl. Phys. 2003. Vol. 36. N 23. P. 2986–2994.
- [10] Sijačić D.D., Ebert U., Rafatov I. // Phys. Rev. E. 2005. Vol. 71. P. 066402.
- [11] Никандров Д.С., Цендин Л.Д. // ЖТФ. 2005. Т. 75. Вып. 10. С. 34–43.
- [12] Strümpel C., Astrov Yu.A., Purwins H.-G. // Phys. Rev. E. 2000. Vol. 62. N 4. P. 4889–4897.
- [13] Гуревич Е.Л., Райзер Ю.П., Пурвинс Х.-Г. // ЖТФ. Т. 76. Вып. 2. С. 36–39.
- [14] Мелехин В.Н., Наумов Н.Ю., Ткаченко Н.П. // ЖТФ. 1987. Т. 57. Вып. 3. С. 454–462.
- [15] Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э. // Теория колебаний, М.: Физматлит, 1959. 915 с.
- [16] Sijačić D.D., Ebert U. // Phys. Rev. E. 2002. Vol. 66. P. 066410.