

01;10

Аналитический расчет характеристик релятивистского ленточного потока заряженных частиц при формировании в однородных скрещенных полях без учета пространственного заряда

© А.Г. Насачев, А.Г. Шеин

Волгоградский государственный технический университет,
400131 Волгоград, Россия
e-mail: physics@vstu.ru

(Поступило в Редакцию 4 апреля 2005 г.)

Рассмотрено движение релятивистской заряженной частицы в однородных скрещенных полях, и показано, что в релятивистском случае при тепловых начальных скоростях траекторией является растянутая циклоида. Получены аналитические формулы для расчета характеристик релятивистского ленточного потока (разброса скоростей, амплитуды пульсаций, временного и пространственного периодов) при его формировании в однородных скрещенных полях без учета полей пространственного заряда. Все характеристики можно найти, задавшись тремя начальными параметрами (скоростью потока, магнитным полем и площадью эмиссии).

PACS: 41.75.-i

1. Постановка задачи

Формирование релятивистских потоков заданной формы и с заданными параметрами представляет несомненный интерес как в связи с возможностью их использования в научных исследованиях, так и в электронике сверхвысоких частот (СВЧ) для создания сверхмощных генераторов и усилителей. Особенно интересно создание мощных приборов миллиметрового и субмиллиметрового диапазонов длин волн, поскольку в миллиметровом диапазоне удается получить лишь уровень мощности около 10 MW, в субмиллиметровом — еще меньше, в то время как у сигналов сантиметровых длин волн

мощность достигает 15 GW. Для приборов СВЧ высокой мощности миллиметрового и субмиллиметрового диапазонов длин волн необходимы мощные электронные потоки с толщиной, сравнимой с длиной волны.

В последнее время возрос интерес к ленточным потокам, что связано с возможностью получения больших токов при малой толщине потока за счет увеличения его ширины. В работе рассматриваются ленточные релятивистские электронные потоки, сформированные магнетронной пушкой, состоящей из двух областей с разными по величине электрическими и магнитными полями. Область формирования потока I (рис. 1) представляет собой две параллельные плоскости, на одной из которых расположена эмитирующая поверхность. Область 2 — пространство взаимодействия, в которое инжектируется электронный поток; \mathbf{E}_{01} и \mathbf{B}_{01} — векторы напряженности электростатического поля и магнитной индукции в области 1, \mathbf{E}_{02} , \mathbf{B}_{02} — в области 2. Поля в каждой области однородны. Площадка $S_E = \Delta x \Delta y$ — область катода, с которой происходит эмиссия.

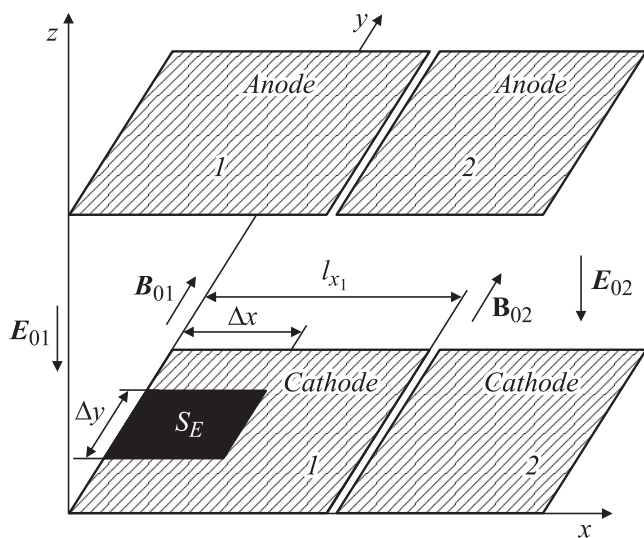


Рис. 1. Схема электронной пушки.

2. Движение релятивистской заряженной частицы в скрещенных полях

Хотя методика решения уравнения движения для отдельной частицы в скрещенных полях изложена в работе [1], само решение для случая, когда отношение величин напряженности электрического поля и магнитной индукции меньше скорости света, приведено в работе [2], где получены аналитические выражения для

скоростей и координат релятивистской частицы

$$v_x = \frac{u_0 + v_{t0} \cos\left(\omega \frac{t - \frac{u_0}{c^2}(x-x_0)}{\beta_0} + \alpha\right)}{1 + \frac{u_0 v_{t0}}{c^2} \cos\left(\omega \frac{t - \frac{u_0}{c^2}(x-x_0)}{\beta_0} + \alpha\right)},$$

$$v_y = \frac{v_{y0} \left(1 - \frac{u_0 v_x}{c^2}\right)}{1 - \frac{u_0 v_{x0}}{c^2}},$$

$$v_z = \frac{v_{t0} \beta_0 \sin\left(\omega \frac{t - \frac{u_0}{c^2}(x-x_0)}{\beta_0} + \alpha\right)}{1 + \frac{u_0 v_{t0}}{c^2} \cos\left(\omega \frac{t - \frac{u_0}{c^2}(x-x_0)}{\beta_0} + \alpha\right)}, \quad (1)$$

$$\frac{(x-x_0) - u_0 t}{\beta_0} = \frac{v_{t0}}{\omega} \left[\sin\left(\omega \frac{t - \frac{u_0}{c^2}(x-x_0)}{\beta_0} + \alpha\right) - \sin \alpha \right],$$

$$y - y_0 = \frac{v_{y0} \left(t - \frac{u_0}{c^2}(x-x_0)\right)}{1 - \frac{u_0 v_{x0}}{c^2}}, \quad (2)$$

$$z - z_0 = -\frac{v_{t0}}{\omega} \left[\cos\left(\omega \frac{t - \frac{u_0}{c^2}(x-x_0)}{\beta_0} + \alpha\right) - \cos \alpha \right],$$

$$u_0 = \frac{E_0}{B_0} < c; \quad \beta_0 = \sqrt{1 - \frac{u_0^2}{c^2}};$$

$$v_{t0} = \frac{\sqrt{(v_{x0} - u_0)^2 + v_{z0}^2 \beta_0^2}}{1 - \frac{u_0 v_{x0}}{c^2}};$$

$$\omega = -\omega_{c0} \frac{\beta_0^2 \sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}}{1 - \frac{u_0 v_{x0}}{c^2}}; \quad \omega_{c0} = \left| \frac{e}{m} \right| B_0;$$

$$v_0 = \sqrt{v_{x0}^2 + v_{y0}^2 + v_{z0}^2}; \quad (3)$$

$$\alpha = \begin{cases} \text{при } v_{x0} > u_0, & \arctg \frac{v_{z0} \beta_0}{v_{x0} - u_0}; \\ \text{при } v_{x0} < u_0, & \arctg \frac{v_{z0} \beta_0}{v_{x0} - u_0} + \pi; \end{cases}$$

где E_0 — напряженность статического электрического поля; B_0 — величина магнитной индукции; t — текущее время; v_{x0}, v_{y0}, v_{z0} — компоненты начальной скорости частицы; c — скорость света; e, m — заряд и масса покоя частицы (в данном случае электрона).

Поскольку координата x связана со временем t трансцендентно, то, решая численно уравнения (2), можно графически получить траекторию релятивистской частицы. Однако можно узнать вид траектории, не прибегая к численному решению.

Обозначив

$$\theta = |\omega| \frac{t - \frac{u_0}{c^2}(x-x_0)}{\beta_0}, \quad (4)$$

выразив отсюда время и подставив в (1) и (2), получим для координат

$$\beta_0(x-x_0) = \frac{u_0}{|\omega|} \theta - \frac{v_{t0}}{|\omega|} [\sin(\alpha - \theta) - \sin \alpha],$$

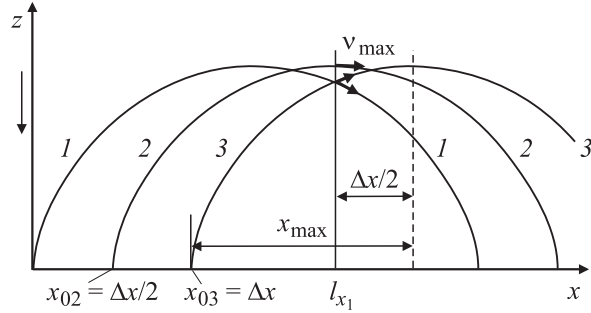


Рис. 2. Структура потока в плоскости влета в пространство взаимодействия.

$$y - y_0 = \frac{v_{y0} \theta \beta_0}{|\omega| \left(1 - \frac{u_0 v_{x0}}{c^2}\right)}, \quad z - z_0 = \frac{v_{t0}}{|\omega|} [\cos(\alpha - \theta) - \cos \alpha] \quad (5)$$

и для скоростей

$$v_x = \frac{u_0 + v_{t0} \cos(\alpha - \theta)}{1 + \frac{u_0 v_{t0}}{c^2} \cos(\alpha - \theta)},$$

$$v_y = \frac{v_{y0} \beta_0^2}{\left(1 - \frac{u_0 v_{x0}}{c^2}\right) \left(1 + \frac{u_0 v_{t0}}{c^2} \cos(\alpha - \theta)\right)},$$

$$v_z = \frac{v_{t0} \beta_0 \sin(\alpha - \theta)}{1 + \frac{u_0 v_{t0}}{c^2} \cos(\alpha - \theta)}. \quad (6)$$

Используя (4) и первое уравнение в (5), можно найти связь между θ и t

$$\theta - \frac{u_0 v_{t0}}{c^2} [\sin(\alpha - \theta) - \sin \alpha] = \beta_0 |\omega| t. \quad (7)$$

Выражения (5) параметрически задают траекторию релятивистской частицы в скрещенных полях в общем случае. Но если начальные скорости электрона $v_{x0} = v_{y0} = v_{z0} = 0$, то выражения (5)–(7) преобразуются. Учитывая, что при нулевых скоростях $v_{t0} = u_0$, $\omega = -\omega_{c0} \beta_0^2$, $\alpha = \pi$, получим

$$\beta_0(x-x_0) = R(\theta - \sin \theta),$$

$$z - z_0 = R(1 - \cos \theta),$$

$$y = y_0, \quad (8)$$

$$v_x = \frac{u_0(1 - \cos \theta)}{1 - \frac{u_0^2}{c^2} \cos \theta}, \quad v_y = 0, \quad v_z = \frac{u_0 \beta_0 \sin \theta}{1 - \frac{u_0^2}{c^2} \cos \theta}, \quad (9)$$

$$\theta - \frac{u_0^2}{c^2} \sin \theta = \beta_0 |\omega| t, \quad (10)$$

где $R = \frac{u_0}{|\omega|}$.

Уравнения (8), как известно, описывают циклоиду в координатах $\beta_0 x$ и z , но в координатах x и z это циклоида растянута вдоль оси x с коэффициентом растяжения $\frac{1}{\beta_0}$ (рис. 2). Положение вершины этой циклоиды

находится в точке с координатами

$$x_{\max} = \frac{\pi R}{\beta_0} = \frac{\pi u_0}{|\omega| \beta_0} = \frac{\pi u_0}{\omega_{c0} \beta_0^3},$$

$$z_{\max} = 2R = \frac{2u_0}{|\omega|} = \frac{2u_0}{\omega_{c0} \beta_0^3}. \quad (11)$$

Параметр θ монотонно изменяется от 0 до π при движении частицы от начала до вершины траектории ($\theta_{\max} = \pi$). Поэтому, подставляя $\theta_{\max} = \pi$ в выражения для скорости на вершине (9), получим

$$v_{\max} = v_{x \max} = \frac{2u_0}{1 + \frac{u_0^2}{c^2}}. \quad (12)$$

В классическом случае, когда $u_0 \ll c$, а $\beta_0 = 1$, $\omega = -\omega_{c0} = -\left|\frac{e}{m}\right| B_0$, $\theta = |\omega_{c0}| t$ и $R = \frac{u_0}{\omega_{c0}}$, будем иметь

$$x - x_0 = R(\omega_{c0} t - \sin \omega_{c0} t),$$

$$z - z_0 = R(1 - \cos \omega_{c0} t),$$

$$y = y_0. \quad (13)$$

Траектория классической частицы в скрещенных полях, как известно, представляет собой „обыкновенную“ циклоиду с параметром $\omega_{c0} t$ (см., например, [1]).

Так как с катода частицы вылетают с разными начальными координатами x_0 (от 0 до Δx), на нем удобно выбрать некоторую „базовую“ траекторию. В качестве таковой берется траектория частицы с начальной координатой $x_0 = \Delta x/2$. Тогда плоскость влета в пространство взаимодействия (область 2) будет лежать на расстоянии

$$l_{x1} = \frac{\Delta x}{2} + \frac{\pi u_0}{\left|\frac{e}{m}\right| B_0 \left(1 - \frac{u_0^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}}, \quad \left(u_0 = \frac{E_{01}}{B_0}\right) \quad (14)$$

от начала координат, то есть там, где частица достигает вершины своей траектории. Таким образом, область формирования электронного потока ограничивается длиной l_{x1} (рис. 1).

Чтобы частица в пространстве взаимодействия двигалась прямолинейно, поля в этой области нужно выбрать в соответствии с равенством

$$u_{02} = \frac{E_{02}}{B_0} = v_{\max}, \quad (15)$$

где u_{02} — скорость потока в пространстве взаимодействия.

В выражениях (14) и (15) полагается, что магнитное поле в различных областях одинаково, то есть $B_{01} = B_{02} = B_0$. Это равенство упрощает техническую реализацию конструкции системы формирования, и в дальнейшем выполнение данного равенства будет подразумеваться.

3. Аналитический расчет характеристик потока

3.1. Разброс скоростей

Одной из основных характеристик потока является разброс скоростей, от этой характеристики зависит форма потока в пространстве взаимодействия. Относительные разбросы скоростей частиц потока по x и по z можно задать следующим образом:

$$\frac{\delta v_x}{v^{mq}} = \frac{|v_{x \max} - v_{x \min}|}{v^{mq}}, \quad \frac{\delta v_z}{v^{mq}} = \frac{|v_{z \max} - v_{z \min}|}{v^{mq}} \quad (16)$$

где $v_{x \max}$, $v_{x \min}$, $v_{z \max}$, $v_{z \min}$ — максимальные и минимальные компоненты скорости потока при влете в пространство взаимодействия, v^{mq} — среднее значение скорости потока в пространстве взаимодействия.

На рис. 2 представлены три траектории двух крайних и средней частиц потока в скрещенных полях (все траектории можно получить сдвигом одной относительно другой). Вследствие симметрии траектории релятивистской частицы относительно координаты вершины в плоскости $x = l_{x1}$ x -компоненты скорости будут одинаковыми для линий 1 и 3: $v_{x1} = v_{x3}$, а для z -компонент — $v_{z1} = -v_{z3}$. Учитывая, что $v_{z \max} = v_{z3}$, $v_{z \min} = v_{z1}$, $v_{x \max} = v_{x2} = u_{02}$, $v_{x \min} = v_{x3}$, получим

$$\frac{\delta v_z}{v^{mq}} = \frac{2v_{z3}}{v^{mq}}, \quad \frac{\delta v_x}{v^{mq}} = \frac{u_{02} - v_{x3}}{v^{mq}}.$$

Так как $\delta v_x \ll v^{mq}$, то $v^{mq} \cong u_{02}$. Следовательно,

$$\frac{\delta v_x}{v^{mq}} = 1 - \frac{v_{x3}}{u_{02}}, \quad \frac{\delta v_z}{v^{mq}} = \frac{2v_{z3}}{u_{02}}. \quad (17)$$

Скорости v_{x3} , v_{z3} можно найти из (9).

Так как в формулах (17) получена зависимость относительного разброса скоростей от компонент скоростей для траектории 3, учитывая (11), рассмотрим первое уравнение в (8) при $x = l_{x1} = x_{03} + x_{\max} - \frac{\Delta x}{2}$ применительно к той же траектории:

$$\frac{1}{2} \left| \frac{e}{m} \right| \Delta x \frac{\beta_0^3}{u_0} B_{01} = \pi - \theta + \sin(\pi - \theta). \quad (18)$$

Так как траектория 3-й частицы в плоскости $x = l_{x1}$ достигает точки, близкой к вершине, то θ будет очень близким к π , и тогда $\sin(\pi - \theta)$, $\cos(\pi - \theta)$ можно разложить в ряд по степеням $(\pi - \theta)$, ограничившись членами второго порядка

$$\sin(\pi - \theta) \cong \pi - \theta,$$

$$\cos(\pi - \theta) \cong 1 - \frac{(\pi - \theta)^2}{2}. \quad (19)$$

Тогда (18) преобразуется

$$\pi - \theta = \frac{1}{4} \left| \frac{e}{m} \right| \Delta x \frac{\beta_0^3}{u_0} B_0.$$

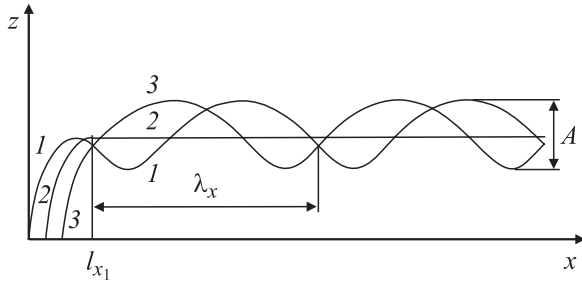


Рис. 3. Структура потока в пространстве взаимодействия.

Принимая во внимание выражения (19) и (20), а также (9), (12) и (15), получим для величин разбросов скоростей из (17)

$$\frac{\delta v_z}{v^{mq}} = \frac{\left| \frac{e}{m} \right| \beta_{02}^2 (1 - \beta_{02}) \Delta x}{\left(\frac{u_{02}}{c} \right)^2 u_{02}} B_0,$$

$$\frac{\delta v_x}{v^{mq}} = \frac{\left| \frac{e}{m} \right|^2 \beta_{02}^4 (1 - \beta_{02}) \Delta x^2}{8 \left(\frac{u_{02}}{c} \right)^2 u_{02}^2} B_0^2, \quad (21)$$

где $\beta_{02} = \sqrt{1 - \frac{u_{02}^2}{c^2}}$. Выражения (21) устанавливают связь разброса скоростей с тремя параметрами: скоростью потока u_{02} , магнитным полем B_0 и длиной площади эмиссии Δx .

3.2. Амплитуда пульсаций потока

На рис. 3 представлена структура потока при движении в двух областях и показаны амплитуда A и пространственный период λ_x пульсаций потока, для которых также можно получить аналитические выражения.

Из выражения (5) следует, что z будет наибольшим в случае $\cos(\alpha - \theta) = 1$ и наименьшим в случае $\cos(\alpha - \theta) = -1$. Таким образом, максимальные отклонения частицы от положения $z = z_0$ вверх и вниз будут определяться следующим образом:

$$|A_{\text{up}}| = \frac{v_{i02}}{|\omega_2|} (1 - \cos \alpha_2),$$

$$|A_{\text{down}}| = \frac{v_{i02}}{|\omega_2|} (1 + \cos \alpha_2), \quad (22)$$

где величины v_{i02} , ω_2 , α_2 вычисляются по (3), только для пространства взаимодействия. Суммируя отклонения в выражении (22), можно оценить максимальную толщину (или амплитуду пульсаций) потока

$$A = \frac{2v_{i02}}{|\omega_2|} = \frac{2\sqrt{(v_{x0} - u_{02})^2 + v_{z0}^2 \beta_{02}^2}}{\omega_{c0} \beta_{02}^2 \sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}}. \quad (23)$$

Очевидно, что максимальные пульсации создаются крайними частицами 1 и 3 (см. рис. 3), поэтому параметры v_{i02} , ω_2 , α_2 берутся для какой-либо из них, где (23) будет давать одинаковые значения.

Учитывая (17), амплитуду пульсаций можно выразить из (23) через относительные разбросы скоростей по x и по z на влете в пространство взаимодействия

$$A = \frac{2u_{02} \sqrt{\left(\frac{\delta v_x}{v^{mq}} \right)^2 + \frac{\beta_{02}^2}{4} \left(\frac{\delta v_z}{v^{mq}} \right)^2}}{\omega_{c0} \beta_{02}^2 \sqrt{1 - \frac{u_{02}^2}{c^2} \left[\left(1 - \frac{\delta v_x}{v^{mq}} \right)^2 + \frac{1}{4} \left(\frac{\delta v_z}{v^{mq}} \right)^2 \right]}}$$

$$= \frac{2u_{02} \sqrt{\left(\frac{\delta v_x}{v^{mq}} \right)^2 + \frac{\beta_{02}^2}{4} \left(\frac{\delta v_z}{v^{mq}} \right)^2}}{\omega_{c0} \beta_{02}^2 \sqrt{\beta_{02}^2 + \frac{u_{02}^2}{c^2} \left[2 \frac{\delta v_x}{v^{mq}} - \left(\frac{\delta v_x}{v^{mq}} \right)^2 - \frac{1}{4} \left(\frac{\delta v_z}{v^{mq}} \right)^2 \right]}}$$

$$= \frac{2u_{02} \sqrt{\left(\frac{\delta v_x}{v^{mq}} \right)^2 + \frac{\beta_{02}^2}{4} \left(\frac{\delta v_z}{v^{mq}} \right)^2}}{\omega_{c0} \beta_{02}^3 \sqrt{1 + \frac{u_{02}^2}{c^2 \beta_{02}^2} \left[2 \frac{\delta v_x}{v^{mq}} - \left(\frac{\delta v_x}{v^{mq}} \right)^2 - \frac{1}{4} \left(\frac{\delta v_z}{v^{mq}} \right)^2 \right]}}, \quad (24)$$

полагалось, что $v_{y0} = 0$.

Если

$$\frac{\delta v_x}{v^{mq}} \ll \frac{c^2 \beta_{02}^2}{2u_{02}^2}, \quad \left(\frac{\delta v_z}{v^{mq}} \right)^2 \ll \frac{4c^2 \beta_{02}^2}{u_{02}^2}, \quad (25)$$

то, пренебрегая в знаменателе (24) членами, малыми по сравнению с единицей, можно записать

$$A \cong \frac{2u_{02} \sqrt{\left(\frac{\delta v_x}{v^{mq}} \right)^2 + \frac{\beta_{02}^2}{4} \left(\frac{\delta v_z}{v^{mq}} \right)^2}}{\omega_{c0} \beta_{02}^3}. \quad (26)$$

Например, при скорости потока $u_{02} = 0.8 \text{ s} \frac{\delta v_x}{v^{mq}} \ll 0.28$; $\left(\frac{\delta v_z}{v^{mq}} \right)^2 \ll 2.24$, то есть условия (25) почти всегда выполняются, так как разброс скоростей обычно мал.

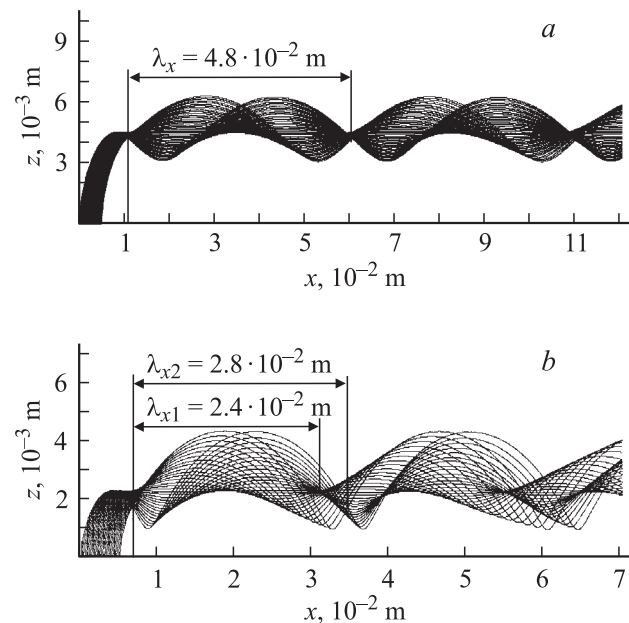


Рис. 4. *a* — поток с единым для всех частиц пространственным периодом. *b* — поток с неоднозначным пространственным периодом.

Подставляя выражения для разброса скоростей (21) в (26), найдем связь амплитуды и параметров $u_{0,2}$, B_0 , Δx :

$$A \cong \Delta x \frac{1 - \beta_{02}}{\left(\frac{u_{02}}{c}\right)^2} \sqrt{1 + \frac{\left(\frac{e}{m}\right)^2 \beta_{02}^2 \Delta x^2}{16u_{02}^2}} B_0^2 \cong \Delta x \frac{1 - \beta_{02}}{\left(\frac{u_{02}}{c}\right)^2}. \quad (27)$$

Из (27) следует, что амплитуда пульсаций потока слабо зависит от магнитного поля B_0 , и этой зависимостью часто можно пренебречь. Например, для потока на рис. 4, а с параметрами $u_{02} = 0.8$ s, $\Delta x = 5 \cdot 10^{-3}$ m и $B_0 = 0.5$ T слагаемое

$$\frac{\left(\frac{e}{m}\right)^2 \beta_{02}^2 \Delta x^2}{16u_{02}^2} B_0^2 = 0.076.$$

Для потока на рис. 4, а расчеты дают $A = 3.1 \cdot 10^{-3}$ m.

3.3. Временной и пространственный периоды пульсаций потока

Из выражений (5), (6) видно, что $v_x, v_z, z = f(\cos \theta, \sin \theta)$, то есть v_x, v_z, z являются периодическими функциями с периодом $\theta = 2\pi$. Учитывая связь между параметром θ и временем t (7), получим временной период для отдельной частицы в потоке во второй области

$$T = \frac{2\pi}{|\omega_2| \beta_{02}} = \frac{2\pi \left(1 - \frac{u_{02} v_{x0}}{c^2}\right)}{\omega_{c0} \beta_{02}^3 \sqrt{1 - \frac{v_{x0}^2 + v_{z0}^2}{c^2}}}. \quad (28)$$

Выражая начальные компоненты скорости частицы через отклонения $\delta v_x, \delta v_z$ от средней скорости потока по формулам (17), получим

$$T = \frac{2\pi \left[1 - \frac{u_{02}^2}{c^2} \left(1 - \frac{\delta v_x}{v_{mq}}\right)\right]}{\omega_{c0} \beta_{02}^3 \sqrt{1 - \frac{u_{02}^2}{c^2} \left[\left(1 - \frac{\delta v_x}{v_{mq}}\right)^2 + \frac{1}{4} \left(\frac{\delta v_z}{v_{mq}}\right)^2\right]}} = \frac{2\pi \left[1 + \frac{u_{02}^2}{c^2 \beta_{02}^2} \frac{\delta v_x}{v_{mq}}\right]}{\omega_{c0} \beta_{02}^2 \sqrt{1 + \frac{u_{02}^2}{c^2 \beta_{02}^2} \left[2 \frac{\delta v_x}{v_{mq}} - \left(\frac{\delta v_x}{v_{mq}}\right)^2 - \frac{1}{4} \left(\frac{\delta v_z}{v_{mq}}\right)^2\right]}}. \quad (29)$$

При выполнении условий (25), если в (29) пренебречь членами, малыми по сравнению с единицей, выражение для временного периода принимает вид

$$T \cong \frac{2\pi}{\omega_{c0} \beta_{02}^2}. \quad (30)$$

Для вычисления пространственного периода пульсаций потока необходимо найти среднюю скорость частицы по $x \langle v_x \rangle_T$ за период T . Тогда, принимая во внимание (6) и (7), найдем

$$\langle v_x \rangle_T = \frac{1}{T} \int_0^T v_x dt = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} [u_0 + v_{r0} \cos(\alpha - \theta)] d\theta = u_0. \quad (31)$$

Аналогичным образом можно найти

$$\langle v_z \rangle_T = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} v_{r0} \beta_0 \sin(\alpha - \theta) d\theta = 0.$$

Если для потока будут выполняться условия (25), то, как видно из (30) и (31), для всех частиц потока временной и пространственный периоды будут одинаковыми и равными

$$T_{\text{flow}} = \frac{2\pi}{\omega_{c0} \beta_{02}^2}, \quad \lambda_{x\text{flow}} = \frac{2\pi u_{02}}{\omega_{c0} \beta_{02}^2}. \quad (32)$$

Таким образом, (32) определяет временной и пространственный периоды пульсаций потока.

Для потока на рис. 4, а условия (25) выполняются достаточно хорошо, и поэтому просматривается один пространственный период. А на рис. 4, б представлен поток, у которого периоды разных частиц существенно отличаются. Пространственные периоды частиц данного потока заключены в диапазоне от λ_{x1} до λ_{x2} .

Заключение

Таким образом, любую характеристику потока (разброс скоростей, амплитуду, период пульсаций) можно аналитически рассчитать, зная три начальных параметра: $u_{02}, B_0, \Delta x$. Через те же параметры можно рассчитать и толщину потока на влете в пространство взаимодействия:

$$\Delta d = \frac{\left|\frac{e}{m}\right| \beta_{02}^2 (1 - \beta_{02}) \Delta x^2}{8 \left(\frac{u_{02}}{c}\right)^2 u_{02}} B_0. \quad (33)$$

Однако все характеристики потока вычисляются без учета пространственного заряда, а его наличие, безусловно, будет сказываться на характеристиках потока. Учет влияния сил пространственного заряда аналитически произвести не удастся и придется прибегать к численным расчетам, на основании которых можно сделать вывод о применимости полученных формул. Выражение (32) для пространственного и временного периодов выполняются с хорошей точностью практически всегда, то есть плотность тока потока на влете в пространство взаимодействия j_{flow} может достигать значений 10^8 A/m². Соотношения для амплитуды пульсаций (27) и разброса скоростей по z (первое выражение (21)) ограничены значениями $j_{\text{flow}} \leq 10^7$ A/m². Что касается разброса скоростей по x (второе выражение (21)) и толщины потока на влете в пространство взаимодействия (33), то они справедливы лишь для низкоинтенсивных потоков: $j_{\text{flow}} \leq 10^5$ A/m².

Список литературы

- [1] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. Изд. 6-е испр. и доп. М.: Наука, 1973. 504 с.
- [2] Шейн А.Г., Насачев А.Г., Ковтун Д.Г. // Электромагнитные волны и электронные системы. 2004. Т. 9. № 2. С. 32–42.