Журнал технической физики, 2006, том 76, вып. 3

01;07

Метод граничных интегральных уравнений для расчета рассеяния света на двумерных наночастицах

© С.В. Зимовец,[1] П.И. Гешев[2]

[1] Новосибирский государственный университет,
630090 Новосибирск, Россия
[2] Институт теплофизики СО РАН,
630090 Новосибирск, Россия
e-mail: geshev@itp.nsc.ru

(Поступило в Редакцию 16 мая 2005 г.)

В работе численно моделируется рассеяние плоской электромагнитной волны на двумерных наночастицах. Для решения задачи используется метод граничных интегральных уравнений. Чтобы повысить точность и гладкость решения, при дискретизации используются эрмитовы интерполянты. Численный метод демонстрирует высокую точность в сравнении с классическим решением Ми для рассеяния на круговом цилиндре. Показано, что при облучении серебряных наночастиц лазерным излучением в них возникают плазмонные резонансы, приводящие к пиковым значениям сечения экстинкции и многократному усилению локального электромагнитного поля на их поверхности.

PACS: 03.65.Nk, 73.63.Fg

Введение

Свободный электронный газ, находящийся внутри металлической наночастицы, может быть вовлечен в интенсивное колебательное движение при рассеянии на частице электромагнитной волны. Для наночастиц благородных и щелочных металлов с размерами 10–300 nm резонансно усиленные колебания, называемые плазмонными резонансами (ПР)[1], наблюдаются в видимой части спектра и в ближней ИК зоне.

Гигантское комбинационное рассеяние (ГКР) успешно объясняется электромагнитной моделью на основе поверхностных плазмонов [2]. В этой модели большой коэффициент усиления (КУ) в ГКР объясняется многократным усилением локального электромагнитного поля. Обычно КУГКР достигает 10^6 [2] (для микрошероховатых металлических поверхностей). Для коллоидных растворов металлических наночастиц неожиданно были обнаружены отдельные наночастицы, которые демонстрировали КУГКР, равный 10^{14} [3,4]. Это оказались димеры, т. е. пары наночастиц, „склеенные“ большой молекулой (например, молекулой гемоглобина [5]). Обнаруженное сверх усиление КР в системе частица + молекула + частица позволяет регистрировать излучение отдельной молекулы, что может стать основой новых чувствительных методов детектирования и спектрального анализа сверхмалых количеств вещества.

Рассмотрим вопрос о применимости приближения Рэлея к рассеянию на наночастицах. Внутри частицы электромагнитная волна распространяется по среде с комплексным показателем преломления $n + i\gamma = \sqrt{\varepsilon}$. Для рэлеевского приближения необходимо, чтобы на размерах тела (d) фаза электромагнитных колебаний не изменялась существенно, т. е. $\exp(i\sqrt{\varepsilon}\,kd) \approx 1$ или

$$d \ll \frac{R_*}{n}, \qquad d \ll \frac{R_*}{\gamma}, \tag{1}$$

где $R_* = 1/k = \lambda/2\pi$ — рэлеевский масштаб, k — волновое число, λ — длина волны. Оказывается, что для благородных (Ag, Au) и для щелочных (Li, Na, K) металлов $n \le 1$, но γ велико ($\gamma = 3{-}10$) и увеличивается с ростом λ. Для $\lambda = 630$ nm ($R_* = 100$ nm, $\gamma = 4$) второе неравенство дает $d \ll 25$ nm. В данной работе будут рассматриваться частицы с размерами больше чем 30 nm, поэтому рэлеевское приближение не применимо, и требуется использовать полные уравнения Максвелла.

Для наночастиц, размер которых превосходит 30 nm, можно игнорировать влияние дополнительного затухания, связанного с рассеянием электронов на поверхности тела [1,6]. Поэтому в расчетах будет использоваться объемная комплексная диэлектрическая проницаемость вещества наночастицы, полученная в оптических экспериментах и приведенная в книге [7].

Для построения полной электромагнитной теории рассеяния света на наночастицах необходимо сначала изучить двумерные модели и затем перейти к значительно более сложным трехмерным задачам. Надо отметить, что двумерные задачи рассеяния рассматривались в работах [8,9] на основе объемного интегрального уравнения (уравнение Липмана–Швингера). При таком подходе приходиться определять поля в большом количестве точек, расположенных внутри тела (несколько тысяч контрольных точек в теле [9]). Метод, использованный в нашей статье, — метод граничных интегральных уравнений (ГИУ) — позволяет свести эту задачу к одномерной и требует размещения контрольных точек только на поверхности наночастицы. Количество этих точек относительно невелико — всего несколько сотен. Метод ГИУ успешно применялся в расчетах дифракции на осесимметричных макротелах [10,11] и осесимметричных наночастицах [12], а также при моделировании двумерных задач электромагнитного зондирования земной коры [13]. Этот метод еще не применялся к задаче рассеяния на двумерных наночастицах (нанопроволоках). В данной работе методом ГИУ будет построено полное решение двумерных уравнений Максвелла и рассчитаны ПР для наноцилиндров с различными эллиптическими сечениями: будут получены сечения экстинкции, коэффициенты усиления напряженности электрического поля на границе наночастицы и индикатрисы рассеяния.

Приведение двумерной задачи рассеяния к системе ГИУ

Рассмотрим двумерное тело, помещенное в непоглощающую среду, для которой диэлектрическая проницаемость (ε_e) — действительная величина $(\mathrm{Im}(\varepsilon_e) = 0)$. Диэлектрическая проницаемость тела (ε_p) может принимать произвольное комплексное значение. Рассматриваются только магнитно-неактивные среды ($\mu_e = \mu_p = 1$, μ — магнитная проницаемость).

Выберем систему координат так, чтобы ось z была параллельна образующим границы тела.

Тело освещается плоской монохроматической волной. Волновой вектор падающей волны $(\mathbf{k})$ лежит в плоскости xy, перпендикулярной оси z.

Поведение монохроматического излучения в среде с произвольными ε и μ описывается уравнениями Максвелла:

$$\begin{cases} \nabla \times \mathbf{E} = i\omega\mu\mu_0\mathbf{H} \\ \nabla \times \mathbf{E} = -i\omega\varepsilon\varepsilon_0\mathbf{E} \end{cases}, \tag{2}$$

где $\mathbf{E}$ — напряженность электрического и $\mathbf{H}$ — магнитного полей, ω — частота света, ε_0 и μ_0 — диэлектрическая и магнитная константы вакуума.

В дальнейшем $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$ будем называть просто, электрическим и магнитным полем.

Возможны две линейно независимые поляризации падающей волны. Рассмотрим одну из них, когда вектор $\mathbf{E}$ лежит в плоскости xy (TE волна). Тогда поле $\mathbf{H}$ имеет только одну составляющую, $H_z = H$, перпендикулярную плоскости xy. Решение для второй поляризации (есть только E_z) получается аналогично, заменой $\mathbf{E} \leftrightarrow \mathbf{H}$, $\varepsilon_0 \leftrightarrow \mu_0$, а $\varepsilon \leftrightarrow -\mu$.

В такой постановке задача рассеяния света на двумерном теле сводится к отысканию скалярной величины H в плоскости xy. Электрическое поле выражается через магнитное с помощью уравнений Максвелла (2)

$$E_x = \frac{i}{\omega\varepsilon\varepsilon_0}\frac{\partial H}{\partial y}, \quad E_y = -\frac{i}{\omega\varepsilon\varepsilon_0}\frac{\partial H}{\partial x}. \tag{3}$$

Контур Γ, образованный пересечением границы тела с плоскостью xy, разбивает ее на внешнюю (среда) и внутреннюю (тело) области. Далее под границей тела будем подразумевать контур Γ.

Будем обозначать величины, относящиеся к внешней и внутренней областям нижними индексами e и p соответственно. Если уравнение может быть записано для любой из областей, индексы не пишутся.

Используя уравнения Максвелла (2), можно получить скалярное уравнение Гельмгольца для H

$$\Delta_2 H + \varepsilon k^2 H = 0, \tag{4}$$

здесь Δ_2 — двумерный оператор Лапласа, $k = \sqrt{\varepsilon_0\mu_0}\,\omega = 2\pi/\lambda$ — волновое число, λ — длина волны света в вакууме и учтено, что $\mu = 1$. С помощью тождества Грина уравнение Гельмгольца (4) преобразуется к интегральному виду

$$H(P) = \oint_{\Gamma} \left[G\,\frac{\partial H(M)}{\partial n} - H(M)\,\frac{\partial G}{\partial n} \right] d\Gamma, \tag{5}$$

здесь $G = G(P, M)$ — функция Грина, $P = (x_0, y_0)$, $M = (x, y)$ — точки наблюдения и интегрирования, соответственно, n — внешняя нормаль по отношению к области, в которой лежит точка P. Функция Грина двумерного уравнения Гельмгольца [13,14] хорошо известна:

$$G = \frac{i}{4} H_0^{(1)}\left(\sqrt{\varepsilon}\, k|P - M|\right), \tag{6}$$

где $H_0^{(1)}$ — функция Ганкеля первого рода нулевого порядка.

Положив в (4) $P \in \Gamma$, получим граничное интегральное уравнение (ГИУ)

$$\oint_{\Gamma} \left[H\left(\frac{\partial G}{\partial n} + \frac{\delta}{2}\right) - \frac{\partial H}{\partial n}\, G \right] d\Gamma = 0. \tag{7}$$

Здесь $\delta = \delta(M - P)$ — дельта функция Дирака, а множитель $1/2$ при ней обусловлен тем, что $P \in \Gamma$.

На границе должны оставаться непрерывными тангенциальные составляющие электрического и магнитного полей. Выражения для нормальной и тангенциальной составляющей электрического поля на границе получаются из (3):

$$E_n = \frac{i}{\omega\varepsilon\varepsilon_0}\frac{\partial H}{\partial \tau}, \qquad E_\tau = -\frac{1}{\omega\varepsilon\varepsilon_0}\frac{\partial H}{\partial n}, \tag{8}$$

где τ — касательный к Γ вектор. Используя (8), граничные условия на контуре Γ можно записать следующим образом:

$$\begin{cases} H_p = H_e \\ \dfrac{\partial H_p}{\partial n} = \dfrac{\varepsilon_p}{\varepsilon_e}\dfrac{\partial H_e}{\partial n} \end{cases}. \tag{9}$$

Записав уравнение (7) для внешней и внутренней областей и применив граничные условия (9) получим систему ГИУ

$$\begin{cases} \oint\limits_{\Gamma} \left[H_s \left(\frac{\partial G_e}{\partial n} - \frac{\delta}{2} \right) - \frac{\partial H_s}{\partial n} G_e \right] d\Gamma = 0 \\ \oint\limits_{\Gamma} \left[H_s \left(\frac{\partial G_p}{\partial n} + \frac{\delta}{2} \right) - \frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_e} \frac{\partial H_s}{\partial n} G_p \right] d\Gamma \\ \qquad = -\oint\limits_{\Gamma} \left[H_0 \left(\frac{\partial G_p}{\partial n} + \frac{\delta}{2} \right) - \frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_e} \frac{\partial H_0}{\partial n} G_p \right] d\Gamma, \end{cases} \tag{10}$$

где внешнее поле H_e представлено в виде суперпозиции падающей H_0 и рассеянной H_s волн, через n обозначена внешняя к телу нормаль и учтено, что для поля H_0 уравнение (7), записанное для внешней области, выполняется тождественно.

Полученная систему ГИУ (10) является, вообще говоря, математически некорректной, так как содержит уравнение Фредгольма 1-го рода. Однако, как показано в [15], если ядро такого уравнения содержит логарифмическую особенность (6), то устойчивое решение существует и может быть найдено (явление саморегуляризации).

Система (10) позволяет найти граничные значения рассеянного магнитного поля и его нормальной производной. После чего, используя уравнение (5), можно определить поле в любой точке пространства.

Метод граничных элементов с применением эрмитовых интерполянтов

Система (10) решается с помощью метода граничных элементов [16]. Для этого граница Γ разбивается на интервалы: $\Gamma = \cup_{i=1}^{N} h_i$, где N — количество интервалов разбиения. На каждом из интервалов обе из искомых функций апроксимируются с помощью эрмитовых интерполянтов (ЭИ). ЭИ являются кусочно-кубическими интерполянтами, которые обеспечивают непрерывность функции и ее первой производной в узлах разбиения. Непрерывности второй производной, в отличии от кубических сплайнов, ЭИ не требуют. Из-за этого остаются неопределенными значения первых производных в узлах. Для апроксимации этих производных была использована 3-точечная разностная формула. Тогда искомые функции представляются в виде

$$\left. \begin{aligned} H_s(M) &= H_{i-2} p^i_{-2} + H_{i-1} p^i_{-1} + H_i p^i_0 + H_{i+1} p^i_{+1} \\ \frac{\partial H_s}{\partial n}(M) &= F_{i-2} p^i_{-2} + F_{i-1} p^i_{-1} + F_i p^i_0 + F_{i+1} p^i_{+1} \end{aligned} \right\} M \in h_i, \tag{11}$$

где через H_i, F_i обозначены, соответственно, магнитное поле и его нормальная производная в точках разбиения, а p^i_{-2}, p^i_{-1}, p^i_0, p^i_{+1} — заданные полиномы третей степени. Переписав граничные интегралы в системе (10) в виде суммы интегралов по h_i и использовав (11), получим систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)

$$\begin{pmatrix} Q^e_{ij} & G^e_{ij} \\ Q^p_{ij} & G^p_{ij} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H_j \\ F_j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ B_i \end{pmatrix}, \tag{12}$$

где смысл верхних индексов (e, p) остался прежним, нижние индексы (i, j) пробегают значения от 1 до N, $G^{e,p}_{ij}$ — некоторые матрицы, составленные из интегралов от функции Грина с полиномами p^i по интервалам разбиения, $Q^{e,p}_{ij}$ — такие же матрицы, составленные для нормальной производной функции Грина, а B_i — вектор правых частей. Все интегралы считаются численно с помощью 6-точечного метода Гаусса [16]. Следует заметить, что применение вместо ЭИ кубических сплайнов привело бы к удвоению размерности СЛАУ. Более подробное описание ЭИ можно найти в книге [17].

Также, для повышения точности метода, в местах, где граница имеет большую кривизну, используется сгущение интервалов разбиения.

Для реализации алгоритма использовался язык программирования Fortran90. СЛАУ (11) решалась с помощью модифицированных подпрограмм DECOMP и SOLVE, описание которых можно найти в [18].

Результаты численных расчетов

Все расчеты проводились для различных эллиптических цилиндров из серебра, помещенных в вакуум ($\varepsilon_e = 1$). Падающая волна имеет TE поляризацию. Другая поляризация (TM) представляет гораздо меньший интерес, так как она не приводит к возбуждению в объеме наночастицы плазмонных резонансов.

Для проверки и сравнения, представленного выше численного метода с применением ЭИ и без, численное решение сравнивалось с классическим решением Ми для кругового цилиндра. При этом использовалась подпрограмма CALCYL из книги [1].

На рис. 1 приведены значения относительного отклонения (δ) от точного решения Ми для двух цилиндров различного радиуса. Длина волны в падающей волне $\lambda = 300\,\text{nm}$. При этом диэлектрическая проницаемость серебра $\varepsilon_p = (1.4 + i2.8)$.

Погрешность вычисляется по следующей формуле:

$$\delta = \frac{1}{N} \operatorname{Max} \left(\sum_{i=1}^{N} \frac{|H_i - H_i^{\text{Mie}}|}{|H_i^{\text{Mie}}|}, \sum_{i=1}^{N} \frac{|F_i - F_i^{\text{Mie}}|}{|F_i^{\text{Mie}}|} \right), \tag{13}$$

где H_i^{Mie}, F_i^{Mie} — граничные значения магнитного поля и его нормальной производной, вычисленные с помощью решения Ми.

Ясно, что для определения физических величин повышение точности, начиная с 10^{-2}–10^{-3}, само по себе ценности не представляет. Важно то, что повышение точности позволяет уменьшить число N, требуемое для удовлетворительного расчета задачи рассеяния на теле определенного размера. На рис. 1 видно, что

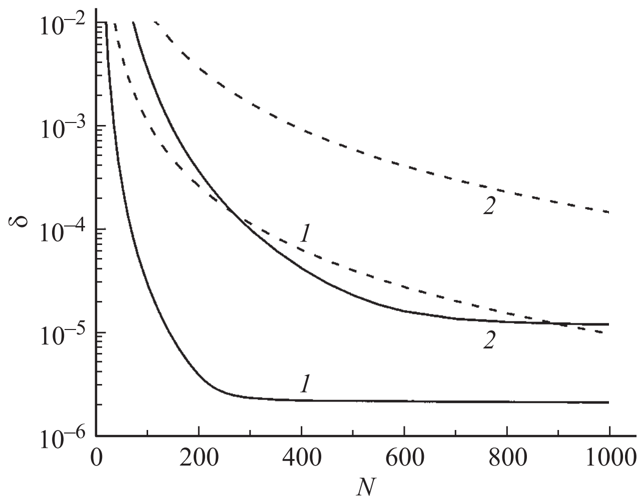

Рис. 1. Зависимость относительной погрешности методов от количества интервалов разбиения. Сплошная линия — метод с применением ЭИ, пунктир — без применения ЭИ. Приведены расчеты для двух радиусов цилиндра: *1* — $R = 50$ и *2* — 500 nm.

применение ЭИ позволяет, для заданной точности счета существенно, в 2–6 раз уменьшить N. При этом для заданного N время счета метода с ЭИ увеличивается всего на 20–30% по сравнению с обычным методом (для $N = 500$, на ПК с процессором AMD Athlon XP 2000+, эти времена составляют 44 и 33 s соответственно). Более того, при достаточно большом N начинает преобладать время, требуемое на решение системы линейных уравнений, так как это время растет пропорционально третьей степени N, а время рачета матрицы пропорционально второй степени N. При таких N время, требуемое разными алгоритмами, будет практически одинаковым, а точность метода с применением ЭИ будет значительно выше.

Важнейшей величиной для ГКР является локальное электромагнитное поле на наночастицах. Ниже будет приведено значение максимального коэффициента усиления электрического поля на границе тела FEF (field enhancement factor), который, определен следующим образом:

$$FEF = \operatorname*{Max}_{P\in\Gamma} \frac{|\mathbf{E}_e(P)|}{|\mathbf{E}_0|}. \tag{14}$$

Кроме этого, величинами, наглядно характеризующими процесс рассеяния, являются сечения рассеяния C_s, поглощения C_a и их сумма C_{ext} — сечение экстинкции, которые определяются следующим образом:

$$C_{\text{ext}} = -\frac{1}{I_0} \oint\limits_A (\mathbf{S}_{\text{ext}} \cdot \mathbf{e}_r)\, dA,$$

$$C_s = \frac{1}{I_0} \oint\limits_A (\mathbf{S}_s \cdot \mathbf{e}_r)\, dA,$$

$$C_a = C_{\text{ext}} - C_s. \tag{15}$$

Здесь I_0 — интенсивность падающей волны, A — окружность произвольного радиуса, охватывающая частицу, $\mathbf{S}_s = \operatorname{Re}[\mathbf{E}_s \times \mathbf{H}_s^*]$ — вектор Пойнтинга рассеянного поля (* означает комплексное сопряжение), а величину $\mathbf{S}_{\text{ext}} = \operatorname{Re}[\mathbf{E}_0 \times \mathbf{H}_s^* + \mathbf{E}_s \times \mathbf{H}_0^*]$ можно интерпретировать как поток энергии взаимодействия рассеянного поля с падающим [1].

При вычислении величин (15) удобно устремить радиус окружности A к бесконечности и пользоваться асимптотическим представлением рассеянного поля, которое легко получается из (5):

$$H_s(R,\varphi) = \frac{\exp\left\{i\left(\sqrt{\varepsilon_e}\,R + \pi/4\right)\right\}}{\sqrt{8\pi\sqrt{\varepsilon_e}R}} \times \oint\limits_\Gamma \left[H_s(M)\,\frac{i\sqrt{\varepsilon_e}(P\cdot\mathbf{n})}{R} + \frac{\partial H_s(M)}{\partial n}\right] \times \exp\left\{-\frac{i\sqrt{\varepsilon_e}(P\cdot M)}{R}\right\} d\Gamma. \tag{16}$$

Здесь $P = (R,\varphi)$ — цилиндрические координаты и $R \gg \operatorname*{Max}_{M\in\Gamma}|M|$.

В качестве величины, характеризующей угловую зависимость рассеяния, приводится индикатриса рассеяния

$$p(\varphi) = \left.\frac{R\left(\mathbf{S}_s(R,\varphi)\cdot\mathbf{e}_r\right)}{I_0 C_s}\right|_{R\to\infty}, \tag{17}$$

которая определяет долю энергии, рассеянной в направлении полярного угла φ.

На рис. 2 представлены результаты расчетов для эллиптического цилиндра с $a = 60$, $b = 20$ nm (большая и малая полуось эллипса, соответственно). Цилиндр освещался под тремя различными углами θ к оси x. Большая полуось эллипса параллельна оси x. На длинах волн $\lambda = 330$, 360 и 450 nm (длины волн соответствуют максимумам FEF) отчетливо видны плазмонные резонансы (ПР). Пики $\lambda = 330$ и 450 nm, по всей видимости, соответствуют возбуждающимся в объеме наночастицы продольным и поперечным по отношению к большой полуоси ПР [9]. Резонанс на длине волны $\lambda = 360$ nm присущ только случаям с наклонным падением волны на эллипс и вызван взаимодействием продольного и поперечного ПР.

Распределение двух компонент электрического поля $\mathbf{E}_e$ на границе этого эллиптического цилиндра для различных углов освещения представлено на рис. 3. Падающее поле имеет резонансную длину волны $\lambda = 450$ nm. Полярный угол (φ) на графиках отложен от оси x. Видно, что для всех углов освещения максимальное поле достигается в точках с максимальной кривизной ($\varphi = 0°$, $180°$). Структура нормальной составляющей электрического поля (E_n, рис. 3, *a*), для углов освещения 90 и 135° меняется незначительно. Фактически E_n меняется в основном по амплитуде. Это

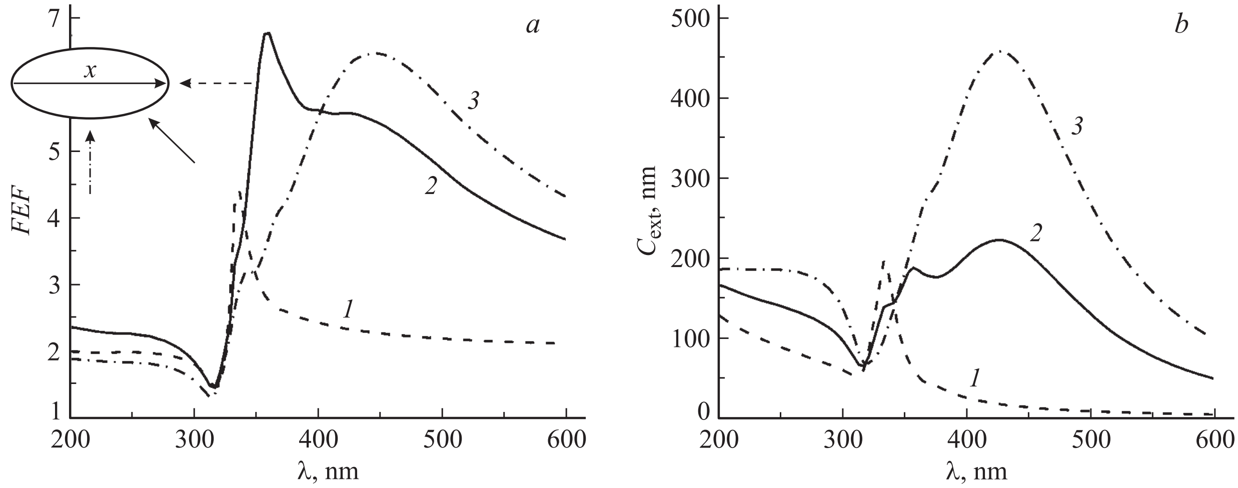

Рис. 2. Зависимости FEF — максимальный коэффициент усиления электрического поля на границе (a) и C_{ext} — сечение экстинкции (b) от длины волны (см. 14, 15). Для различных углов освещения: *1* — $\theta = 90°$, *2* — $135°$, *3* — $180°$.

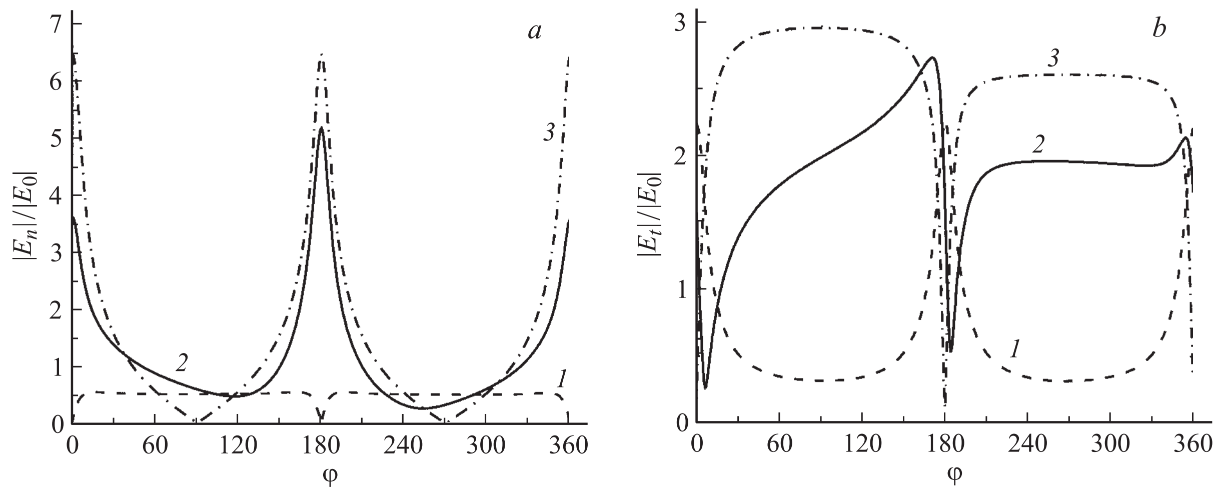

Рис. 3. Распределение нормальной (a) и тангенциальной (b) составляющих электрического поля на границе эллиптического цилиндра. Обозначения те же, что и на рис. 2.

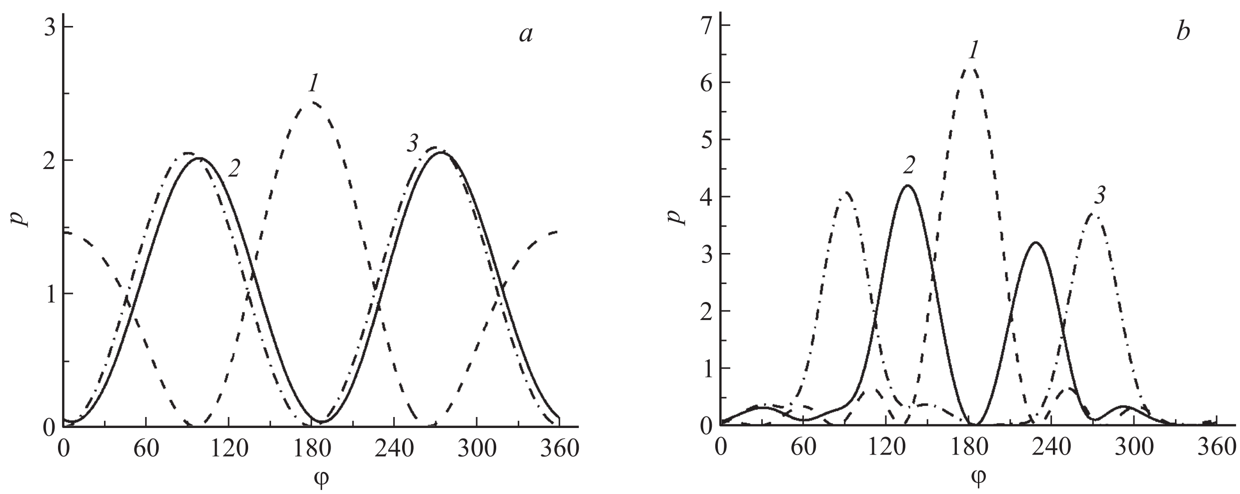

Рис. 4. Индикатрисы рассеяния на эллиптических цилиндрах с $a/b = 3$, $a = 60$ nm (a) и $a = 240$ nm (b). Обозначения те же, что и на рис. 2.

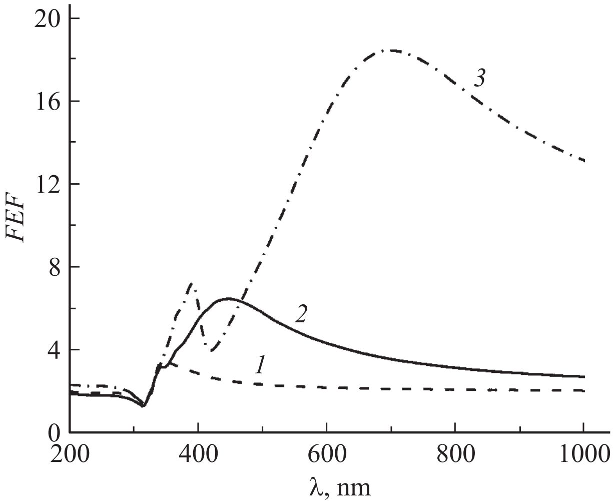

Рис. 5. Зависимости FEF для эллиптических цилиндров с одинаковой площадью сечения $S = \pi 60 \cdot 20\,\mathrm{nm}^2$ и различным отношением полуосей: *1* — $a/b = 1$, *2* — 3, *3* — 9.

связано с преобладающим влиянием продольного ПР на процесс рассеяния. Изменение же интенсивности связано с тем, что часть электромагнитной энергии тратится на возбуждение поперечного ПР.

На рис. 4 приведены индикатрисы рассеяния для двух различных эллиптических цилиндров, вычисленные по формуле (17). Свет имеет резонансную длину волны $\lambda = 450\,\mathrm{nm}$ для первой частицы. Именно поэтому на рис. 4,a индикатрисы для углов освещения $\theta = 90$ и 135° практически совпадают. В этих двух случаях, так же как и для распределения E_n, главным является возбуждение продольного ПР. Существенные отличия в индикатрисе от случая $\theta = 90^\circ$ наблюдаются только для углов освещения близких к 180° ($\theta > 160^\circ$). Видно, что для частиц больших размеров (рис. 4,b) индикатрисы имеют более сложную структуру. Это связано с тем, что освещение для этой частицы не является резонансным.

На рис. 5 приведены коэффициенты усиления поля для различных отношений полуосей эллиптического цилиндра. При этом площадь сечения $S = \pi ab = \pi 60 \cdot 20\,\mathrm{nm}^2$ остается постоянной. Угол освещения $\theta = 90^\circ$.

Видно, что при увеличении продольных по отношению к электрическому полю размеров частицы, на длине волны $\lambda = 390\,\mathrm{nm}$ появляется мода более высокого порядка. Также при увеличении размеров происходит сдвиг ПР в сторону больших длин волн. Максимальное значение FEF достигается для эллиптического цилиндра с $a/b = 9$ и равно 18. Это связано с „эффектом острия“, т.е. резонансное усиление концентрируется в меньшем объеме.

Заключение

В работе представлен метод граничных элементов с эрмитовой интерполяцией для решения задач рассеяния света на двумерных наночастицах.

Показано, что в случае кругового цилиндра результаты численных расчетов отлично согласуются с классическим решением Ми (относительное отклонение порядка 10^{-5}–10^{-6}). При незначительном увеличении времени счета в сравнении с обычным методом граничных элементов точность метода повышена н 1–2 порядка. Таким образом, метод позволяет существенно снизить время, требуемое для проведения вычислений, и рассчитывать с высокой точностью достаточно крупные микронные частицы.

При рассеянии света на серебряных эллиптических цилиндрах наблюдаются плазмонные резонансы (ПР). Показано, что ПР играют определяющую роль в процессе рассеяния и приводят к пиковым значениям экстинкции, а также к многократному усилению электрического поля (10–20 раз) на полюсах эллиптических цилиндров. Важно подчеркнуть, что в области частот, где наблюдаются ПР, диэлектрическая проницаемость серебра не имеет каких-либо особенностей. Таким образом, резонансное поведение FEF и сечений связаны только с пространственными колебаниями свободного электронного газа в объеме наночастицы, то есть с возбужденными в ней поверхностными плазмонами.

Список литературы

[1] *Борен К., Хафмен Д.* Поглощение и рассеяние света малыми частицами. М.: Мир, 1986. 664 с.
[2] *Moskovits M.* // Rev. Mod. Phys. 1985. Vol. 57. N 3. Part 1. P. 783–826.
[3] *Kneipp K., Wang Y., Kneipp H.* // Phys. Rev. Lett. 1996. Vol. 76. N 14. P. 2444–2447.
[4] *Nie S., Emory S.R.* // Science. 1997. Vol. 257. P. 1102–1106.
[5] *Xu H., Bjerneld E.J.* et al. // Phys. Rev. Lett. 1999. Vol. 83. N 21. P. 4357–4360.
[6] *Quinten M.* // Z. Phys. B. 1996. Vol. 101. P. 211–217.
[7] *Palik E.* Handbook of Optical Constants of Solids. New York: Academic Press, 1985. P. 637.
[8] *Kottman J.P., Martin O.J.F.* // IEEE Trans. Antennas Propagat. 2000. Vol. 48. N 11. P. 1719–1726.
[9] *Kottman J.P., Martin O.J.F.* et al. // New Journal of Phys. 2000. Vol. 2. P. 27.
[10] *Захаров Е.В., Несмеянова Н.И.* // ЖВММФ. 1978. Т. 18. № 2. С. 512–516.
[11] *Захаров Е.В., Ерёмин Ю.А.* // ЖВММФ. 1979. Т. 19. № 5. С. 1344–1348.
[12] *Geshev P.I., Klein S.* et al. // Phys. Rev. B. 2004. Vol. 70. P. 75402.
[13] *Захаров Е.В.* // Физика Земли. 1969. № 1. С. 57–62.
[14] *Тихонов А.Н., Самарский А.А.* Уравнения математической физики. М.: Наука, 1972. 736 с.
[15] *Дмитриев В.И., Захаров Е.В.* // Выч. методы и программирование. 1968. Вып. 10. С. 49–51.
[16] *Brebbia C., Telles J., Wrobel L.* Boundary Element Techniques: Theory and Applications in Engineering. Berlin: Springer-Verlag, 1984. P. 430.
[17] *Каханер Д., Моулер К., Неш С.* Численные методы и программное обеспечение. М.: Мир, 2001. 575 с.
[18] *Форсайт Д., Малькольм М., Моулер К.* Машинные методы математических вычислений. М.: Мир, 1980. 280 с.