

01;03

Течение пленки охладителя по кромке сопла под действием разреженного газового потока

© Б.И. Резников,¹ Ю.П. Головачев,¹ А.А. Шмидт,¹ М.С. Иванов,² А.Н. Кудрявцев²

¹ Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН,
194021 Санкт-Петербург, Россия
e-mail: boris.reznikov@mail.ioffe.ru

² Институт теоретической и прикладной механики СО РАН,
630090 Новосибирск, Россия
e-mail: alex@itam.nsc.ru

(Поступило в Редакцию 20 июля 2005 г.)

Рассмотрено течение тонкой жидкой пленки вдоль стенки сопла под действием касательного трения и градиента давления. Для медленного течения пленки с постоянными теплофизическими свойствами получены аналитические зависимости толщины пленки и температуры границы раздела фаз от координаты вдоль контура сопла. Рассмотрен случай затекания пленки на кромку сопла переменной кривизны при истечении газа в вакуум. Показано, что вблизи начала кромки толщина пленки возрастает по закону обратной пропорциональности корню из напряжения трения на границе раздела фаз. Вблизи точки поворота кромки из-за уменьшения трения толщина пленки резко растет, вследствие чего кривизна поверхности границы раздела фаз уменьшается. Это ослабляет ускорение жидкости градиентом лапласовского давления и дополнительно стимулирует катастрофический рост толщины пленки, возможность ее динамической и тепловой дезинтеграции, вызывающей загрязнение поверхности космического аппарата.

PACS: 47.10.-g

1. Введение

Известно, что вокруг космического корабля, пребывающего на околоземной орбите существует собственная внешняя атмосфера, отличающаяся от окружающего вакуума большим давлением и плотностью газовых компонентов, а также наличием жидких и твердых частиц. Одним из основных источников создания собственной атмосферы является реактивная система управления, использующая набор двигателей малой тяги. Экспериментальные исследования структуры выхлопного факела этих двигателей показали, что вне сопла образуются обратные потоки дисперсной фазы, загрязняющие поверхность аппарата двухфазным газокапельным потоком [1,2]. Предотвращение или существенное уменьшение таких потоков весьма актуально для нормального функционирования космических аппаратов и интерпретации научных исследований. Поэтому механизм возникновения обратных потоков дисперсной фазы явился предметом экспериментальных и теоретических исследований [3–8].

Моделирование движения капель внутри сопла [3] установило, что независимо от начальных условий, размера капель и формы сопла траектории первичных капель не попадают в область обратных потоков газа. Это связано с энергией движения капель в направлении оси сопла, максимальным падением плотности газа и способности к увлечению капель жидкости в направлениях, близких к нормали к оси сопла, и малостью обратных потоков газа. При этом логично предположить, что капли в обратных потоках газа — продукт разрушения жид-

кой пленки, затекающей на кромку сопла. Эксперименты обнаружили сильную зависимость структуры течения жидкой фазы вне сопла от давления газа на выходе из сопла. В частности, было замечено, что при истечении в вакуум на внешнем контуре канала, независимо от его формы появляется пленка жидкости [4,5]. Затекание жидкости на кромку имеет пороговый характер и прекращается при давлениях в окружающем пространстве свыше 10 Па, а высота подъема жидкости зависит от давления и увеличивается с уменьшением давления. Качественное понимание газодинамических процессов вне сопла может быть достигнуто на основании аналогии с течением газа, огибающем внешность угла (течение Прандтля–Майера). При низких давлениях среды угол поворота вектора скорости газового потока вблизи выходной кромки сопла превышает 90°. Обратный поток газа способствует развороту пленки жидкости и выталкивает ее на внешний контур сопла [4]. Предельно упрощенная модель течения пленки вдоль кромки сопла под действием градиента лапласовского давления показала возможность значительного увеличения толщины пленки и ее последующей тепловой дезинтеграции [8]. Детали затекания пленки жидкости на кромку сопла все еще остаются недостаточно проясненными.

Цель работы — рассмотреть течение пленки жидкости вдоль кромки сопла под действием разреженного газового потока, определить параметры пленки и условия, при которых вероятно ее разрушение и распад на отдельные капли. Данная задача является одной из вариаций классической задачи о течении пленки жидкости, образованной аэродинамическим нагревом поверхности [9].

2. Простейшие математические модели течения пленки

1. Для понимания наиболее существенных особенностей затекания пленки на кромку сопла исследуем достаточно простую модель. Рассмотрим течение изотермического слоя жидкости вдоль искривленного контура $r_n(s)$ при низком давлении окружающей среды и отсутствии сил тяжести. Основное предположение теории связано с тем, что скорости течения пленки малы, и в уравнениях Навье-Стокса можно пренебречь инерционными членами. Соответствующие оценки приводятся ниже. В ортогональных координатах $\{s, n\}$, направленных вдоль поверхности тела и по нормали к ней, течение слоя жидкости с малыми скоростями описывается уравнением

$$\frac{1}{H_s} \frac{\partial p}{\partial s} = \frac{\partial}{\partial n} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial n} \right), \quad u(0) = 0, \quad \left(\mu \frac{\partial u}{\partial n} \right) (\delta) = \tau_{ig}(s), \quad H_s = 1 - \kappa n, \quad (1)$$

где $\kappa = 1/r_n$ — кривизна меридионального сечения сопла, τ_{ig} — трение на границе раздела фаз, давление в жидкости есть сумма газового и лапласовского $p = p_g + p_{Lap}$, δ — толщина слоя жидкости. Интегрируя (1) поперек слоя при $\mu \approx \text{const}$ и $\delta/r_n \ll 1$, получаем выражения для трения и продольной скорости жидкости

$$\tau = \tau_{ig} + \frac{\partial p}{\partial s} (n - \delta), \quad u = \frac{\tau_{ig} n - \frac{\partial p}{\partial s} (\delta n - n^2/2)}{\mu}. \quad (2)$$

Средняя скорость жидкости равна

$$v_3 = \frac{1}{\delta} \int_0^\delta u dn = \frac{\delta}{2\mu} \left[\tau_{ig} - \frac{\partial p}{\partial s} \frac{\delta}{3} \right]. \quad (3)$$

С учетом определения расхода $m_3 = 2\pi r_n \delta \rho_L v_3$ из выражения (3) находим, что толщина пленки удовлетворяет уравнению

$$\delta^2 - \frac{1}{3\tau_{ig}} \frac{\partial p}{\partial s} \delta^3 = \frac{m_3 v_3}{\pi r_n \tau_{ig}}, \quad p = p_g + p_{Lap}. \quad (4)$$

Данное уравнение представляет интеграл уравнений гидродинамики медленно текущего слоя жидкости. Из него следует, что характер зависимости $\delta(s)$ определяется двумя масштабами длины:

$$-\frac{3\tau_{ig}}{\frac{\partial p}{\partial s}} = \delta_p, \quad \left(\frac{m_3 v_3}{\pi r_n \tau_{ig}} \right)^{1/2} = \delta_\tau, \quad (5)$$

которые зависят от трения на границе раздела фаз $\tau_{ig}(s)$, градиента давления $\partial p/\partial s(s)$, формы контура сопла (кромки) $r_n(s)$, кинематической вязкости жидкости $\nu_3 = \mu/\rho_L \approx \text{const}$ и расхода охладителя $m_3(s)$, который примерно постоянен и в общем случае изменяется из-за испарения с поверхности пленки, а также эффектов

увлечения жидкости и осаждения капель. Существенно, что выражения (4) и (5) содержат градиент суммарного давления, который состоит из двух слагаемых, имеющих различную величину и скорость изменения.

Нормировка толщины δ на масштаб δ_τ приводит к уравнению с одним параметром

$$\Delta^2 + \frac{\delta_\tau}{\delta_p} \Delta^3 = 1, \quad \Delta = \frac{\delta}{\delta_\tau}, \quad (6)$$

из которого следует пропорциональность толщины пленки величине $\delta_\tau(x)$ с коэффициентом пропорциональности Δ , зависящим только от отношения δ_τ/δ_p . При отрицательном градиенте давления величина $\delta_\tau/\delta_p > 0$, отношение $\Delta(\delta_\tau/\delta_p)$ всегда меньше 1 и убывающая функция δ_τ/δ_p . При малых $\delta_\tau/\delta_p \rightarrow 0$ значение $\Delta \rightarrow 1$ и

$$\delta = \delta_\tau \sqrt{1 - \frac{\delta_\tau}{\delta_p}}. \quad (7)$$

В предельном случае $\delta_\tau/\delta_p = 0$ толщина $\delta = \delta_\tau$, что совпадает с оценкой, предложенной в работе [10] и использованной в работе [3] для определения δ и v_3 вблизи выхода из сопла, где $\partial p/\partial s \ll \tau_{ig}$. Заметим, что случай медленного стационарного течения пленки при постоянном касательном напряжении на поверхности пленки рассмотрен в монографии [11].

При умеренных значениях отношения $\delta_\tau/\delta_p \leq 1$ аппроксимация решения уравнения (6) методом наименьших квадратов дает

$$\Delta = 0.992 - 0.382 \frac{\delta_\tau}{\delta_p} + 0.149 \left(\frac{\delta_\tau}{\delta_p} \right)^2. \quad (8)$$

Для внутренней части сопла $p = p_g$, пленка достаточно тонкая. Напряжение трения и градиент давления задаются из расчета внешнего течения и не зависят от δ . Для течения молекулярного азота в сопле, форма которого близка к конусу с углом полураствора 7° , радиус критического сечения $r_n = 0.5$ см, длина сверхзвуковой части $x_f = 0.0375$ м и давление на входе $p_0 = 0.93 \cdot 10^5$ Па, зависимости толщины $\delta_\tau(x)$ и отношения $\delta_\tau/\delta_p(x)$ при $m_3 = 1$ г/с, $T_w = 293$ К представлены на рис. 1 и 2. В значительной части сверхзвуковой области внутри сопла и особенно вблизи выходного сечения отношение $\delta_\tau/\delta_p \ll 1$ (рис. 2) и $\delta \approx \delta_\tau$. Зависимости $\delta(x)$ и $v_3(x)$, рассчитанные аналитически по формулам (5), (6), отклоняются от решения, полученного интегральным методом [8], не более чем на 20%, при этом наибольшая погрешность имеет место вблизи выходного сечения и связана с использованием приближения $m_3 = m_{30}$ и $\nu_3 = \text{const}$.

2. Уравнение (4) применимо для описания течения пленки как внутри конической части сопла, так и на кромке сопла, если пленка достаточно тонкая, т.е. является пограничным слоем. Отличие этих областей определяется величиной отношения δ_τ/δ_p и соотношением между p_g и p_{Lap} . Внутри сопла $p_{Lap} \ll p_g$,

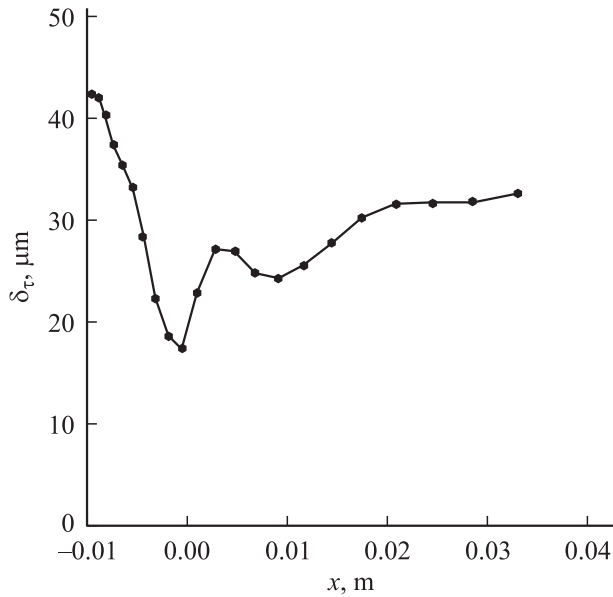


Рис. 1. Распределение толщины $\delta_\tau(x)$ вдоль сопла. Координата x отсчитывается от критического сечения вдоль оси сопла.

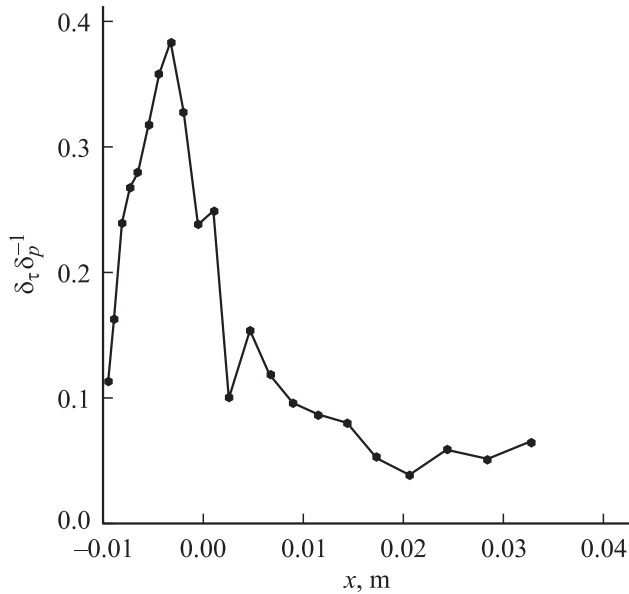


Рис. 2. Распределение отношения масштабов δ_τ/δ_p вдоль сопла.

градиент давления в жидкости и трение на межфазной границе — известные функции координаты, заданные внешним течением и не зависящие от толщины пленки. При $\delta_\tau/\delta_p \ll 1$ градиент давления не существует, толщина пленки изменяется по закону

$$\delta(s) \approx \delta_\tau = \delta_0 (\tau_{ig}(s)/\tau_{ig}^0)^{-1/2} \quad (9)$$

и возрастает с удалением от начальной точки по мере уменьшения трения на границе раздела фаз. В качестве начальной точки может быть выбрана любая точка области, где выполняется неравенство $\delta_\tau/\delta_p \ll 1$. Заметим, что полученное решение справедливо как внутри сопла,

так и на кромке за исключением области, где трение близко к нулю или отрицательно.

3. Рассмотрим теперь затекание жидкости на тонкую кромку сопла при $p_g \lesssim p_{Lap}$, когда плотность среды быстро убывает в малой окрестности вблизи выхода из сопла. В этом случае уже при небольшом удалении от начала закругления основной движущей силой становятся не трение и градиент давления внешнего течения, а физические эффекты, проявляющиеся при затекании жидкости на искривленную поверхность (градиент лапласовского давления). Согласно формуле Лапласа

$$p_{Lap} = \sigma(K_1 + K_2), \quad K_1 = \frac{1}{R_i}, \quad K_2 = \frac{1}{y_i}, \quad (10)$$

где R_i — радиус кривизны границы раздела фаз в точке пересечения нормали к контуру из точки s , n с поверхностью пленки и y_i — расстояние этой точки от оси сопла (радиус меридионального сечения поверхности пленки). Обе величины зависят от толщины δ и координаты s . Основное уравнение (4) при $\sigma \approx \text{const}$ может быть записано в виде

$$\frac{m_3 v_3}{\pi r_n \tau_{ig}^0} - \left(f \delta^2 - \frac{1}{3 \tau_{ig}^0} \frac{dp_g}{ds} \delta^3 \right) = -\frac{1}{3} \frac{\sigma}{\tau_{ig}^0} \frac{dK_1 + K_2}{ds} \delta^3, \quad (11)$$

$$f = \tau_{ig}/\tau_{ig}^0.$$

Данное уравнение содержит ряд малых членов, поскольку $K_2 \ll K_1$, а отношение $1/3(dp_g/ds)/\tau_{ig}^0$, малое вблизи выхода из сопла, на кромке становится еще меньше. Для получения основных качественных эффектов рассмотрен случай круглой кромки $R(s) \approx \text{const}$ и заменим K_1 приближенным выражением $K_1 \approx (R + \delta)^{-1}$. В этом случае уравнение (11) принимает вид

$$\frac{dz}{d\xi} = \Lambda \frac{(1 + \frac{\delta_0}{R} z)^2}{z^3} (1 - f z^2), \quad (12)$$

$$\Lambda = \frac{3 \tau_{ig}^0 R^2 s_m}{\sigma \delta_0^2}, \quad \delta_0^2 = \frac{m_3 v_3}{\pi r_n \tau_{ig}^0},$$

где $z = \delta/\delta_0$, $\xi = s/s_m$, $s_m = \pi R$. Уравнение (12) содержит малый параметр Λ^{-1} при старшей производной. Это означает, что в области, где отношение f не мало, градиент лапласовского давления не существует, и толщина пленки изменяется по закону $z = 1/\sqrt{f}$, что совпадает с (9). В области $s \geq s_0$, где трение близко к нулю, так что $f z^2 \ll 1$, интегрирование (12) при $\Lambda = \text{const}$ и $\delta \ll R$ дает зависимость $\delta(s)$

$$\delta = \left(\delta(0)^4 + \frac{12 m_3 v_3 R^2}{\pi r_n \sigma} (s - s_0) \right)^{1/4}. \quad (13)$$

Из выражения (13) следует, что в окрестности начальной точки s_0 толщина пленки растет по степенному закону, и при малых $\delta(0)$ быстро может стать намного больше начального значения. Она слабо зависит от геометрических параметров r_n , расхода охладителя и

физических свойств жидкости. Наиболее сильно толщина пленки зависит от радиуса кривизны закругления $\delta \sim R^{3/4}$. Численная оценка для верхней точки закругления $s = \pi R$ при $m_3 = 1 \text{ g/s}$, $v_3 = 2.25 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$, $\sigma = 0.025 \text{ N/m}$, $R = 0.5 \text{ mm}$, $r_n = 1 \text{ cm}$ дает значение $\delta = 0.35 \text{ mm}$.

В случае не малых $\delta \simeq R$ уравнение (12) также интегрируется в квадратурах. Решение при $r_n \approx \text{const}$ имеет вид

$$\frac{3m_3v_3}{\pi r_n \sigma R^2} (s - s_0) = F(\delta/R) - F(\delta(0)/R),$$

$$F(x) = -2x + x^2/2 + 3 \ln(1+x) + (1+x)^{-1}. \quad (14)$$

При $\delta(0)/R \ll 1$ величина $F(\delta(0)/R) \approx 1$. Аппроксимируя разность $F(x) - 1$ степенной функцией, получаем $F(x) - 1 = 0.09x^{3.56}$ и

$$\delta \approx \delta(0) + 1.95R \left(\frac{m_3v_3}{r_n \sigma R^2} (s - s_0) \right)^{0.28}. \quad (15)$$

Вычисление толщины δ при тех же значениях параметров дает $\delta = 0.43 \text{ mm}$, что отличается от предыдущей оценки всего на 20%. Отметим, что оценка при $\tau_{ig} = 0$ приводит к завышенным значениям толщины пленки, однако, если трение на границе раздела фаз резко уменьшается в ближайшей окрестности начала закругления, это приближение отражает реальную ситуацию.

Численное интегрирование уравнения (12) для модельного закона $\tau_{ig}(s) \sim \exp(-ks)$ показало, что в области, где $fz^2 \sim 1$ решение дифференциального уравнения (12) весьма близко к аналитической зависимости (9). При более резком падении трения область влияния градиента лапласовского давления сдвигается ближе к началу кромки, а толщина пленки при фиксированной координате увеличивается.

Вернемся к основному предположению о малости инерционных членов и оценим отношение $\Omega = \rho_3 v_3^2 / (2p_{\text{Lap}})$. При принятых значениях параметров для $\delta = 200 \mu\text{m}$ средняя скорость течения $v_3 = 0.1 \text{ m/s}$, кинетическая энергия единицы объема $\rho_3 v_3^2 / 2 = 4 \text{ J/m}^2$, давление $p_{\text{Lap}} = 100 \text{ Pa}$ и искомое отношение $\Omega \ll 1$. Нетрудно убедиться, что условие $\Omega \ll 1$ ограничивает расход охладителя при заданных физических свойствах жидкости и геометрических параметрах сопла r_n, R .

4. Оценим пригодность модели изотермического слоя и определим перепад температуры $\Delta T = T_w - T_i$ и изменение температуры границы раздела фаз $T_i(s)$ вблизи выхода из сопла. Будем полагать, что испарение с границы раздела фаз происходит за счет нагрева от стенки потоком q_{Li} и пренебрежем потерями тепла в окружающую среду. Условие $q_{\text{vap}} = q_{Li}$ дает

$$|\dot{m}_i| h_v = \frac{\lambda}{\delta} (T_w - T_i), \quad |\dot{m}_i| = f \sqrt{\frac{M_v}{2\pi R_g T_i}} p_{\text{sat}}(T_i),$$

$$p_{\text{sat}} = p_* \exp\left(-\frac{q}{T}\right). \quad (16)$$

Введением замены $x = q/T_w [T_w/T_i - 1]$ уравнение (16) приводится к виду

$$A = x e^x (1 + x/Q)^{-3/2}, \quad \frac{T_w}{T_i} = 1 + x(A, Q)/Q,$$

$$A = \dot{m}(T_w) h_v \frac{\delta}{\lambda} \frac{q}{T_w^2}, \quad Q = \frac{q}{T_w}, \quad (17)$$

откуда отношение T_w/T_i может быть найдено как функция параметров $A(T_w, \delta)$ и $Q(T_w)$. Поскольку $x/Q \sim \Delta T/T_i \ll 1$, третий сомножитель в уравнении (17) $(1 + x/Q)^{-3/2} \approx 1$, и явная зависимость $x(Q)$ достаточно слабая. Так как $A \sim \dot{m}(T_w)$, отношение T_w/T_i растет с увеличением T_w . При малых $A \ll 1$ имеем $x = A/(1 + A)$.

Оценка T_i проводилась при $p_0 = 0.93 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ для точки $x = 0.0365 \text{ m}$ вблизи выхода из сопла, $\delta = 29.39 \mu\text{m}$, $T_w = 293.15 \text{ K}$, $|\dot{m}(T_w)| = 0.3965 \text{ kg/m}^{-2}\text{s}^{-1}$, $q = 5090.21 \text{ K}$, $h_v = 0.92 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$, $\lambda = 0.185 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}$. В рассматриваемом случае потери в окружающую среду составляют (10–15)% q_{vap} , а численные значения параметров $A = 3.43$, $Q = 17.36$. Вычисления без учета и с учетом члена в правой части $(1 + x/Q)^{-3/2}$ соответственно дают $\Delta T = 17.77 \text{ K}$ и $\Delta T = 18.51 \text{ K}$, что весьма близко к значению $\Delta T = 18.98 \text{ K}$, полученному решением интегральным методом уравнений пограничного слоя [8]. Заметим, что в рассматриваемом случае значение x близко к 1, и переменная x линейна относительно $\ln(A)$.

На рис. 3 при трех значениях T_w представлены зависимости перепада температур $\Delta T = T_w - T_i$ от толщины пленки δ , полученные из решения уравнения (17). Теплофизические параметры, как и в рассмотренном выше примере, соответствуют этанолу. Разность ΔT логарифмически растет с увеличением δ , при этом

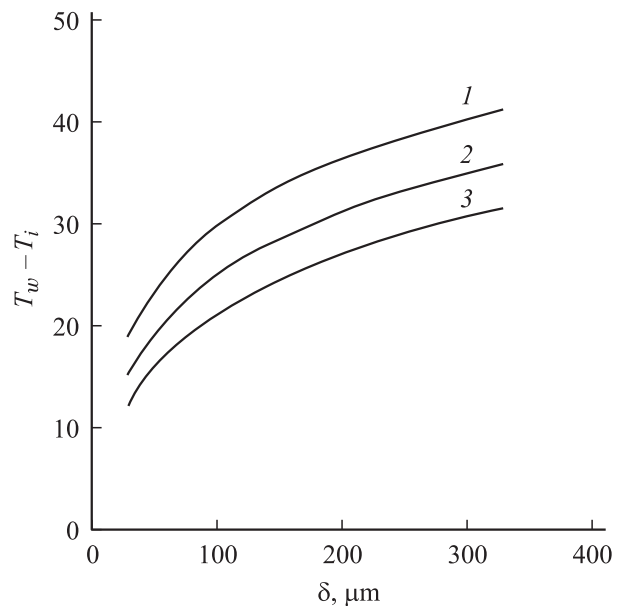


Рис. 3. Зависимость перепада температур $T_w - T_i$ от толщины пленки δ при различных температурах стенки T_w , К: 1 — 293.15, 2 — 286, 3 — 280.

большим значениям температуры стенки соответствуют большие перепады ΔT . При умеренных толщинах пленки $\delta \lesssim 200 \mu\text{m}$ и относительно слабой зависимости теплофизических параметров $\mu(T)$ и $\lambda(T)$ модель изотермического слоя не приводит к значительным погрешностям.

3. Течение пленки вдоль кромки сопла переменной кривизны

1. Рассмотрим задачу о течении пленки жидкости вдоль кромки сопла переменной кривизны под действием силы трения от газового потока, истекающего в вакуум, и градиента давления $p_g + p_{\text{Lap}}$. Задача является самосогласованной, так как толщина пленки δ , зависящая от изменения кривизны границы раздела фаз и форма этой границы, в свою очередь, зависящая от δ , определяются при совместном решении уравнения динамики жидкости (11) и геометрического соотношения для кривизны границы раздела. Будем считать, что форма кромки сопла задана аналитической зависимостью $x_n(y)$, где $y \in [y_b, y_f]$, ось абсцисс направлена вдоль оси сопла в направлении выхода, ось y направлена перпендикулярно вверх. Форма границы раздела фаз описывается уравнениями

$$x_i = x_n + \delta \sin \alpha, \quad y_i = y_n + \delta \cos \alpha, \quad (18)$$

где α — угол между положительным направлением касательной к контуру кромки в точке (x_n, y_n) и осью абсцисс

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha &= \frac{dy_n}{dx_n}, \quad \cos \alpha = \frac{dx_n}{ds}, \\ \sin \alpha &= \frac{dy_n}{ds}, \quad \frac{ds}{dy} = \sqrt{1 + x_n'^2} \end{aligned} \quad (19)$$

(штрих соответствует дифференцированию по переменной y , так что $x_n' \equiv dx_n/dy$). Аппроксимируем форму кромки параболой $x_n(y_n) = a_0 + a_1 y_n + a_2 y_n^2$ и будем считать y независимой переменной, поскольку вдоль кромки ордината монотонно растет. Дифференцируя дважды выражение для $x_i(x_n(y), \delta(y), \alpha(y))$ и используя определение кривизны поверхности раздела фаз

$$x_i = x_n + \frac{\delta}{s'}, \quad K_1 = -\frac{d^2 x_i}{dy^2} \left[1 + \frac{dx_i^2}{dy} \right]^{-3/2}, \quad (20)$$

получаем уравнение второго порядка для δ в нормальной форме Коши

$$\frac{d^2 \delta}{dy^2} = a(y, \delta, \delta') K_1 + b(y) \frac{d\delta}{dy} + c(y) \delta + d(y), \quad (21)$$

$$a = -(1 + x_i'^2)^{3/2} s', \quad x_i' = x_n' + \frac{\delta'}{s'} - \delta \frac{s''}{s'^2},$$

$$b = 2 \frac{s''}{s'}, \quad c = \frac{s''' - b s''}{s'}, \quad d = -x_n'' s'. \quad (22)$$

Величины $x_n', x_n'', s', s'', s'''$ — явные функции переменной y . Уравнение (11) при $\sigma = \text{const}$ принимает вид

$$\begin{aligned} \frac{dK_1}{dy} &= - \left[\frac{1 - f z^2}{z^3} s' - \frac{\delta_0}{3\tau_{ig}^0} \frac{dp_g}{dy} \right] \frac{3\tau_{ig}^0}{\sigma \delta_0} \\ &+ \frac{1}{y_i^2} \frac{dy_i}{dy} (\delta', \delta, y), \end{aligned} \quad (23)$$

где dy_i/dy находится дифференцированием выражения (18). Начальные условия для системы (21), (23) следующие:

$$\begin{aligned} y = y_b, \quad \delta = \delta_0, \quad \frac{d\delta}{dy} &= -\frac{\delta_0}{2\tau_{ig}^0} \frac{d\tau_{ig}}{dy}, \\ K_1 &= R_i^{-1} = (R + \delta_0)^{-1}. \end{aligned} \quad (24)$$

Условие для $d\delta/dy$ предполагает, что в начальной точке кромки $\delta \sim \tau_{ig}^{-1/2}$.

2. Уже в малой окрестности начала кромки течение становится свободномолекулярным. Расчет распределения трения на стенке и давления в газе методом Монте-Карло из-за весьма большой трудоемкости проводился для относительно небольшого количества отрезков ломаных, аппроксимирующих контур кромки. Это приводило к небольшим скачкам углов наклона образующей сопла в окрестностях точек сопряжения отрезков, погрешности в определении τ_{ig} и p_g и необходимости сглаживания расчетных данных. Контур кромки как и логарифм трения и давления газа аппроксимировались параболой

$$\begin{aligned} x_n(y) &= a_0 + a_1 y + a_2 y^2, \quad \tau_{ig} = \exp(a_{0\tau} + a_{1\tau} y + a_{2\tau} y^2), \\ p_g &= \exp(a_{0p} + a_{1p} y + a_{2p} y^2). \end{aligned} \quad (25)$$

Результаты расчета сглаженных значений $f_1 = \tau_{ig}/\tau_{ig}^0$, $f_2 = p_g/p_g^0$ и отношения $f_3 = \delta_0/(3\tau_{ig}^0) dp_g/dy$ от безразмерной координаты $l = (y - y_b)/(y_f - y_b)$ представлены на рис. 4, откуда видно, что за выходным сечением трение и газовое давление падают на порядок уже к середине кромки, а градиент давления в газе действует значительно слабее, чем касательное трение. Зависимость $z(l) = \delta/\delta_0$ представлена на рис. 5, из которого видно, что градиент лапласовского давления практически не влияет на толщину пленки в окрестности начала кромки, однако дополнительно ускоряет жидкость и уменьшает толщину пленки в области, где касательное трение становится малым. В рассматриваемом случае происходит достаточно резкое падение касательного трения, толщина пленки возрастает в несколько раз уже к середине кромки и достигает значений, превышающих минимальный радиус кривизны ($\delta \sim 0.3-0.5 \text{ mm}$). Эффект резкого утолщения пленки хорошо виден на рис. 6. В окрестности точки поворота ($l = 0.5, dx_n/dy = 0$) кривые резко расходятся, причем наибольшему утолщению пленки соответствует расчет без учета лапласовского давления $\delta = \delta_0(\tau_{ig}/\tau_{ig}^0)^{-1/2}$ (кривая 3), а неучет

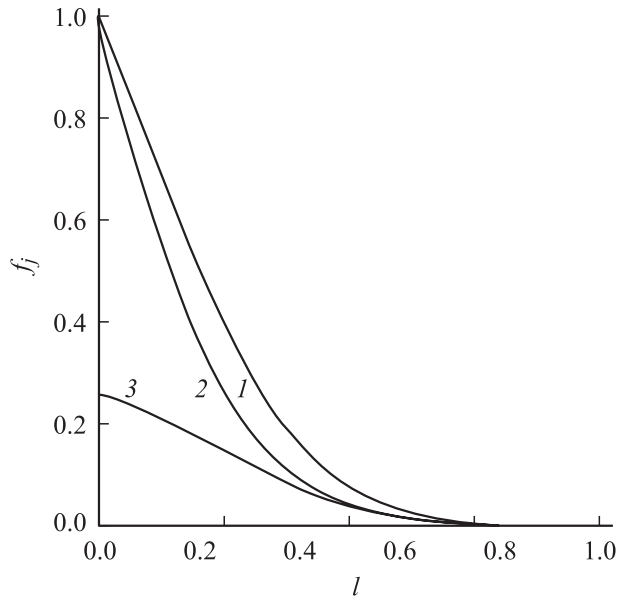


Рис. 4. Зависимость сглаженных значений $f_1 = \tau_{ig}/\tau_{ig}^0 - 1$, $f_2 = p_g/p_g^0 - 2$, $f_3 = \delta_0/(3\tau_{ig}^0)dp_g/dy - 3$ от безразмерной ординаты $l = (y - y_b)/(y_f - y_b)$.

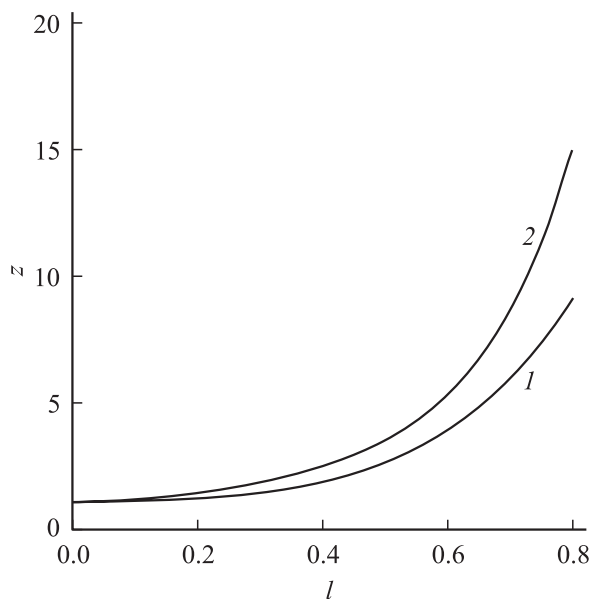


Рис. 5. Распределение $z = \delta/\delta_0(l)$ вдоль кромки сопла — 1. Кривая 2 соответствует аналитической зависимости $z = (\tau_{ig}/\tau_{ig}^0)^{-1/2}$.

градиента газового давления и изменения кривизны K_2 практически не влияют на форму зависимости $x_l(y)$ (кривая 2). Резкое утолщение пленки из-за падения трения с одновременным уменьшением кривизны границы раздела фаз (рис. 7) — два взаимно усиливающих друг друга процесса, приводящих к катастрофически резкому изменению параметров пленки в малой окрестности середины кромки. Это создает возможности для развития неравновесных процессов динамической и тепловой дез-

интеграции пленки, в силу чего расчет параметров при $l > 0.5$ носит иллюстративный характер, и постановка задачи должна существенно усложниться.

3. Тепловая дезинтеграция пленки наиболее сложная проблема, поскольку начало кипения жидкости определяется необходимым, но недостаточным условием, и возможна задержка вскипания жидкости, находящейся в метастабильном состоянии. Согласно современным представлениям кипение есть процесс интенсивного парообразования в объеме жидкости, которое происходит, если жидкость перегрета $p_{sat} > p_e$, и в объеме растут

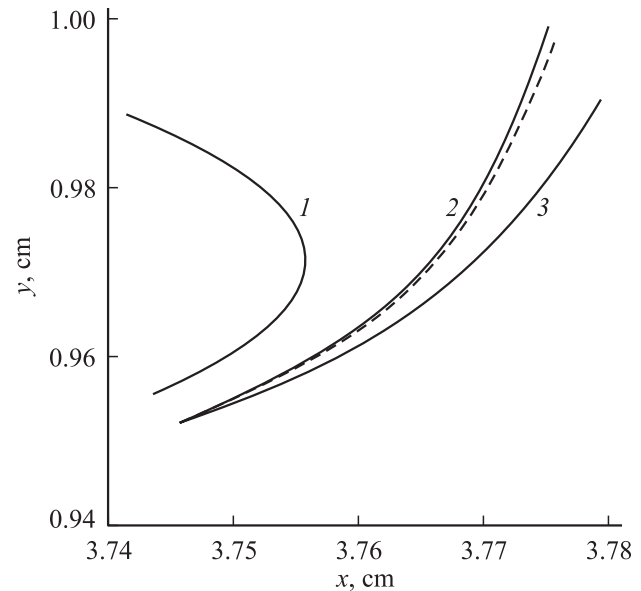


Рис. 6. Форма кромки сопла $x_n(y)$ — 1 и границы раздела фаз $x_i(y)$ — 2, 3. Пунктирная линия — расчет без учета градиента давления в газе и изменения кривизны K_2 .

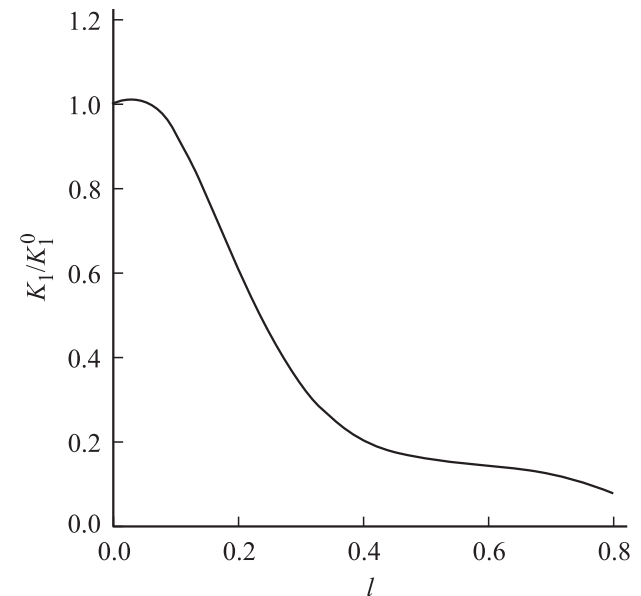


Рис. 7. Распределение кривизны границы раздела фаз K_1 вдоль кромки сопла.

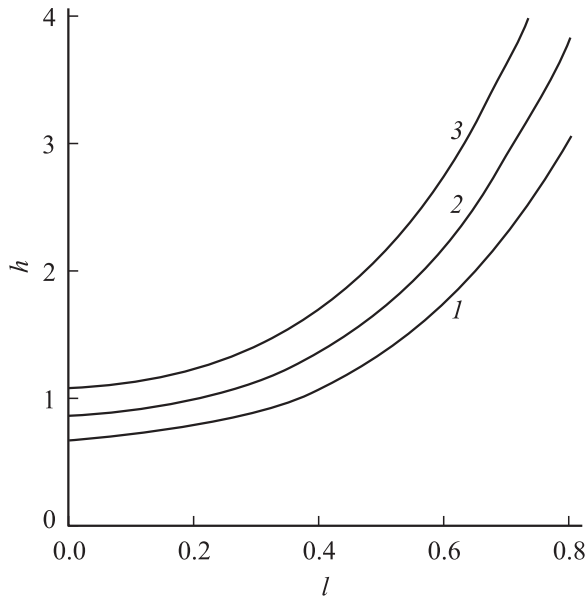


Рис. 8. Изменение отношения $h(l) = \delta/2R_{cr}(T_v)$ для различных температур стенки. Температура T_v принималась равной $T_v = (T_w + T_i(\delta))/2$. T_w , К: 280 — 1, 285 — 2, 290 — 3.

зародышевые пузырьки, радиус которых R превосходит критический размер R_{cr} , соответствующий динамическому и тепловому равновесию пузыря с окружающей жидкостью [12]

$$R > R_{cr}, \quad R_{cr} = \frac{2\sigma}{p_{sat}(T_v) - p_e}. \quad (26)$$

Давление насыщенных паров p_{sat} , локальный коэффициент поверхностного натяжения σ и критический радиус R_{cr} функции температуры пара $T_w > T_v > T_i$, которая зависит от температуры окружающей жидкости, интенсивности теплообмена между фазами и убывает с удалением от стенки из-за охлаждения внешних слоев пленки испарением с поверхности. В тонких слоях жидкости подобный механизм вскипания невозможен, однако при резком утолщении пленки до размеров порядка долей миллиметра, несмотря на охлаждение жидкости, уменьшение $p_{sat} \gg p_e$ и рост R_{cr} , отношение $h = \delta/(2R_{cr})$ независимо от выбора значения T_v , растет с ускорением (рис. 8). Этот результат может трактоваться как увеличение неустойчивости пленки жидкости с удалением от начала кромки. В области $l \gtrsim 1/2$, где $h > 1$ и быстро растет, создаются условия для роста зародышевых пузырьков в перегретой жидкости, взрывного вскипания пленки с последующим разбрызгиванием фрагментов и разлетом капель жидкости.

Весьма существенно, что разлет капель и фрагментов пленки из малой окрестности точки поворота контура кромки ($dx_n/dy = 0$) дает траектории жидких частиц, попадающие в область обратных потоков газа. В то же время область конденсации несущей фазы удалена от области возвратных течений газа. Это означает, что

затекание пленки жидкости на кромку, обусловленное касательным трением и градиентом лапласовского давления, является основным источником жидкой фазы в обратных потоках и должно всячески предотвращаться. Заметим, что угол между касательной к границе раздела фаз в окрестности точки поворота контура кромки и осью сопла примерно постоянен и равен 50° , что близко к углу выделенного направления разлета капельной фазы [3].

4. Выводы и заключение

1. Вблизи начала кромки сопла основной фактор, действующий на пленку, — касательное трение на границе раздела фаз. Толщина пленки растет по закону $\delta = \delta_0(\tau_{ig}/\tau_{ig}^0)^{-1/2}$. При малых значениях отношения $\tau_{ig}/\tau_{ig}^0 \lesssim 0.1$ жидкость выталкивается на внешний контур градиентом лапласовского давления, действие которого прекращается с уменьшением кривизны границы раздела фаз.

2. При приближении к точке поворота кромки сопла касательное трение сильно уменьшается, что вызывает резкий рост толщины пленки, и сопровождается уменьшением кривизны поверхности пленки и прекращением действия градиента лапласовского давления. Резкий рост толщины пленки стимулирует динамическую и тепловую дезинтеграцию пленки.

3. Начальные условия движения капель из окрестности точки поворота кромки сопла благоприятны для попадания жидкой фазы в область обратных газовых потоков.

Полученные результаты позволяют считать принципиально решенной проблему появления жидкой фазы в обратных газовых потоках. В чисто теоретическом аспекте задача выходит на новый уровень сложности. Резкое расширение пленки до размеров, сравнимых с характерными масштабами длины (радиус кривизны кромки, толщина и длина кромки) означает, что течение жидкости перестает быть одномерным и не может быть описано в рамках приближения пограничного слоя, для которого характерно задание величин на внешней границе. Сложная форма границы раздела, ее значительная удаленность от тела и наличие потока испаряющейся массы ставят вопрос об одновременном решении уравнений, описывающих течение и теплообмен жидкой пленки и разреженного газа или реализации последовательных приближений. В области, где трение и градиент давления малы, необходимо корректно учесть инерционные члены. Важность такого параметра, как температура стенки сопла ставит задачу вычисления ее распределения для чего необходима модернизация граничных условий на стенке сопла с учетом теплообмена между стенкой сопла и жидкой пленкой и стенкой с окружающим вакуумом.

Работа поддержана Международным научно-техническим центром, проект № 2298.

Список литературы

- [1] *Trinks H., Kaelsch I.* // AIAA Paper. 1987. N 87-1603.
- [2] *Trinks H.* // AIAA Paper. 1987. N 87-1607.
- [3] *Ярыгин В.Н., Приходько В.Г., Ярыгин И.В.* и др. // Теплофизика и аэромеханика. 2003. Т. 10. № 2. С. 279–296.
- [4] *Приходько В.Г., Ярыгин В.Н.* // Теплофизика и аэромеханика. 2000. Т. 7. № 3. С. 459–462.
- [5] *Приходько В.Г., Чекумарев С.Ф., Ярыгин В.Н.* и др. // ДАН. 2004. Т. 394. № 5. С. 1–3.
- [6] *Golovachov Yu.P., Ivanov M.S., Khotyanovsky D.V.* et. al. // AIAA-2003-3494. 36th AIAA Thermophysics Conference. Orlando, Florida, 23–26 June 2003.
- [7] *Golovachov Yu.P., Ivanov M.S., Khotyanovsky D.V.* et. al. // Proc. ECCOMAS. Jyväskylä, 24–28 July 2004 (on CD).
- [8] *Головачев Ю.П., Резников Б.И., Шмидт А.А.* и др. // Сб. докл. Междун. конф. „Фундаментальные проблемы сверхзвуковых течений“. ЦАГИ. Жуковский, 21–24 сентября 2004. В печати.
- [9] *Турский Г.А.* // ЖВМ и МФ. 1961. Т. 1. № 3. С. 481–498.
- [10] *Nachtsheim P.R., Hagen J.R.* // AIAA J. 1972. Vol. 10. N 12. P. 1637–1640. Пер. на рус. Ракетная техника и космонавтика. 1972. Т. 10. № 12. С. 104–108.
- [11] *Левич В.Г.* Физико-химическая гидродинамика. М.: Изд-во АН СССР, 1952. 538 с.
- [12] *Несис Е.И.* // УФН. 1965. Т. 87. Вып. 4. С. 615–653.