

## Краткие сообщения

09

### Структура пространства управляющих параметров неавтономного кусочно-линейного осциллятора

© Е.П. Селезнев, А.М. Захаревич

Саратовское отделение института радиотехники и электроники РАН,  
410019 Саратов, Россия  
e-mail: seleznev@sgu.ru

(Поступило в Редакцию 13 мая 2005 г.)

Экспериментально на примере гармонически возбуждаемого неавтономного колебательного контура с кусочно-линейной емкостью исследуется изменение структуры пространства управляющих параметров неавтономного нелинейного осциллятора при изменении профиля потенциальной функции.

PACS: 84.30.Ng

Осцилляторам с кусочно-линейными характеристиками принадлежит заметное место в коллекции эталонных маломерных объектов с хаотической динамикой. Это определяется тем, что, с одной стороны, нелинейные характеристики многих реальных систем близки к линейным, что позволяет использовать для их (систем) анализа представления, сформированные на классических линейных моделях, а с другой — возможностью управлять их нелинейными свойствами. К этому классу систем относится и рассматриваемая в данной работе цепь, состоящая из катушки индуктивности  $L$ , резистора  $R$  и конденсатора  $C$  с кусочно-линейной емкостью, возбуждаемая гармоническим напряжением (рис. 1, *a*). Реализация нелинейности емкости осуществляется подключением к конденсатору  $C_1$  или отключением от него, при значениях напряжения на нем равных  $U_1$  и  $U_2$ , дополнительного конденсатора  $C_2$ . Подключение конденсатора  $C_2$  осуществлялось с помощью электронного ключа  $K$ , управляемого цепью, содержащей два компаратора и логический сумматор. Регулируя значения  $U_1$  и  $U_2$ , можно сформировать различные кусочно-линейные вольт-фарадные характеристики. Возможные варианты и соответствующие им зависимости потенциальной энергии от заряда конденсатора  $E(q)$  приведены на рис. 1, *b–e*. При  $U_1 = -U_2$  формируется симметричная вольт-фарадная характеристика, высокая степень симметрии осуществляется за счет отклонения и подключения одного и того же конденсатора одним и тем же ключом.

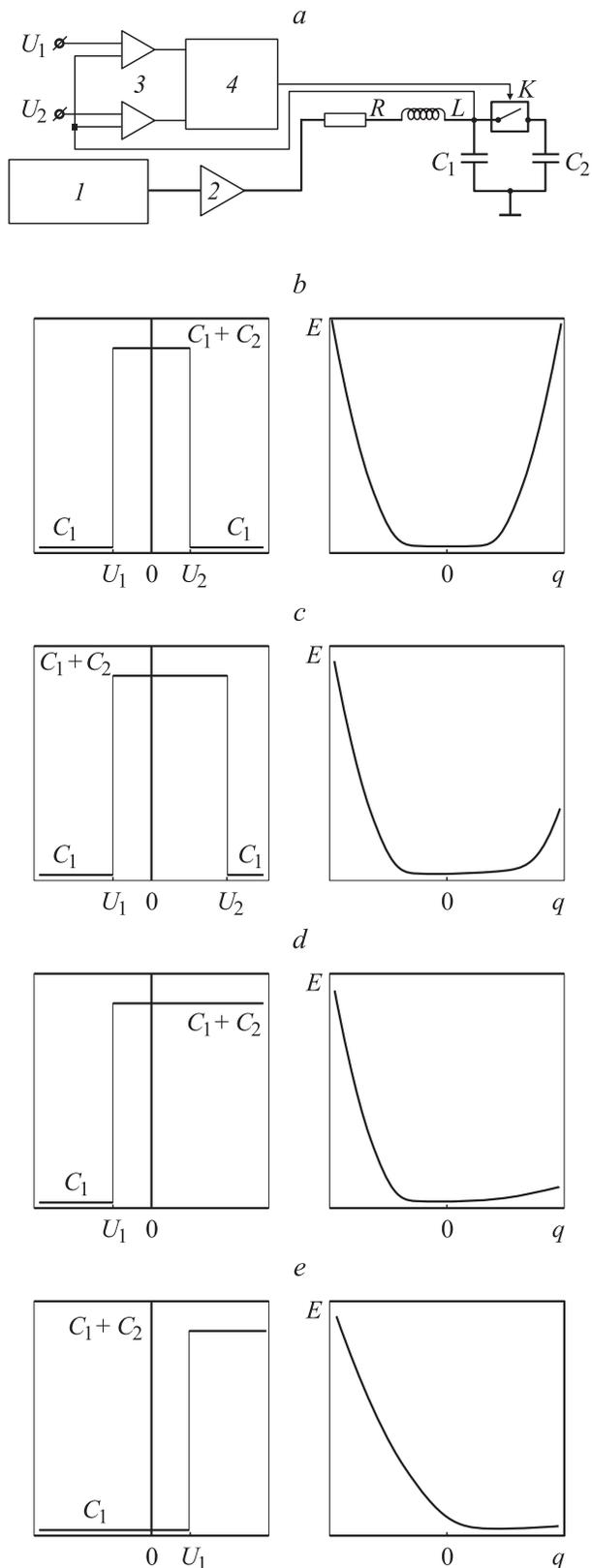
Целью данной работы является исследование трансформаций структуры разбиения пространства параметров внешнего воздействия на области существования различных режимов колебаний при последовательном изменении характеристики нелинейного элемента.

Качественно динамика, т.е. типы бифуркаций и сценарии перехода к хаосу при изменении управляющих параметров, осцилляторов с представленными характеристиками одинакова, различие состоит в форме областей существования сложных режимов колебаний.

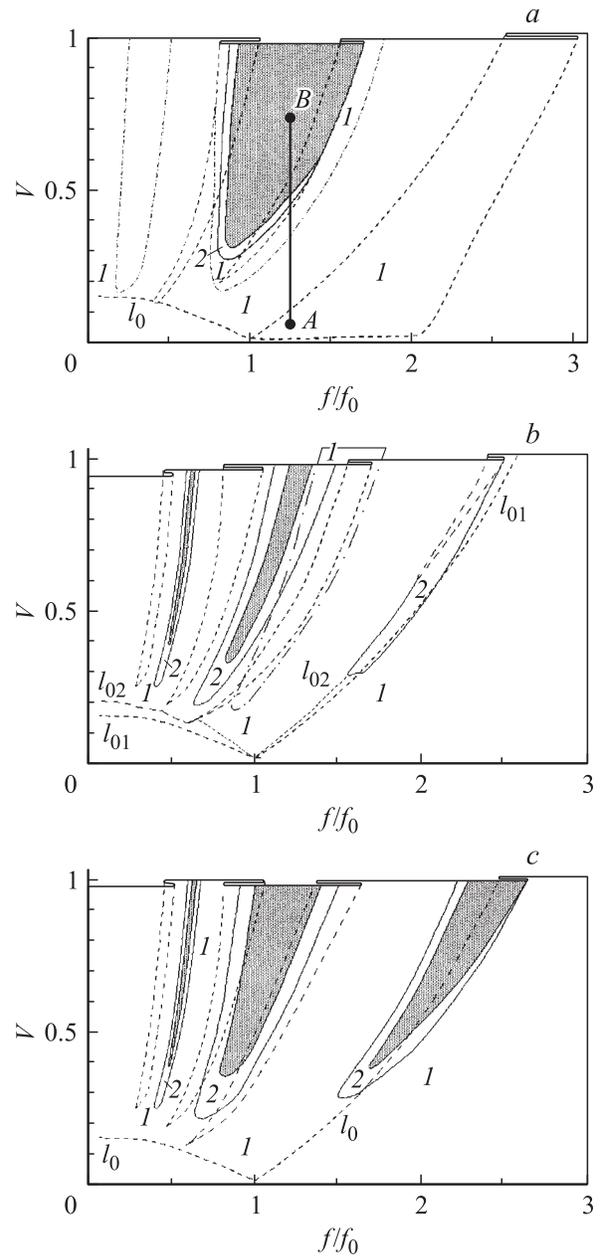
Начнем их рассмотрение с неавтономного осциллятора с характеристикой кусочно-линейного элемента близкой симметричной (рис. 1, *b, d*). Известно, что в осцилляторах с симметричной потенциальной ямой каскаду удвоений периода колебаний предшествует бифуркация потери симметрии [1–9]. Следует отметить, что эта бифуркация не является грубой, в реальной системе ей соответствует седло-узловая модификация. Однако в эксперименте можно реализовать ситуацию, когда величина асимметрии меньше уровня шумов в системе, и особенности бифуркационного перехода скрыты в шумах. Поэтому все же будем далее называть такой переход бифуркацией потери симметрии.

На рис. 2, *a* для осциллятора характеристикой близкой к симметричной (см. рис. 1, *b*) представлена „карта“ колебательных режимов на плоскости параметров  $V - f/f_0$  (где  $f_0 = 1/(2\pi\sqrt{LC_1})$  — частота линейного резонанса контура). Сплошными кривыми обозначены линии мягких бифуркаций, пунктирными — жестких, штрих-пунктирными — линии бифуркации потери симметрии,  $l_0$  отмечена линия, соответствующая значениям параметров, при которых размах колебаний напряжения на конденсаторе достигает уровня переключения коммутаторов  $|U_1| = |U_2|$  (порог нелинейности), штриховой кривой отмечены области существования хаотических колебаний, цифры 1, 2 — период колебаний, выраженный в единицах периода внешнего воздействия  $T = 1/f$ . На „карте“ приведены не все бифуркационные линии.

Рассмотрим эволюцию осциллятора, двигаясь по плоскости параметров внешнего воздействия вдоль отрезка  $AB$ . При малых амплитудах внешнего воздействия колебания осциллятора линейны, а проекция фазового портрета на плоскость  $U-I$  (напряжение–ток) представляет собой эллипс. При достижении линии  $l_0$  в системе формируется симметричный цикл, при этом на фазовом портрете симметрично относительно начала координат появляются две пары изломов, связанные с отключением и подключением конденсатора  $C_2$ . При



**Рис. 1.** Блок-схема экспериментальной установки (*a*) (*1* — генератор гармонических сигналов, *2* — усилитель, *3* — компараторы напряжений, *4* — логический сумматор), зависимости емкости от напряжения (левая колонка) и потенциальной энергии осциллятора от заряда конденсатора (правая колонка), реализуемые в эксперименте (*b-e*).



**Рис. 2.** Структура плоскости параметров амплитуда–частота внешнего воздействия: *a* —  $U_1 = -0.2$ ,  $U_2 = 0.2$  В; *b* —  $U_1 = -0.2$ ,  $U_2 = 0.25$  В; *c* —  $U_1 = -0.2$  В.

увеличении параметра  $V_0$  на линии бифуркации потери симметрии цикл становится неустойчивым, а в его окрестности рождается пара асимметричных, но зеркально симметричных друг другу циклов. С дальнейшим увеличением параметра внешнего воздействия наблюдается последовательность бифуркаций удвоения периода асимметричных циклов, завершающаяся переходом к хаосу. Проекция фазового портрета хаотического аттрактора представляет собой „многопетлевую“ замкнутую ленту. Число петель определяет связность аттрактора, и с ростом амплитуды внешнего воздействия связность аттрактора уменьшается до 1.

Линии жестких (седло-узловых) бифуркаций образуют сборки и делят плоскость параметров на области существования базовых колебательных режимов. Каждый из этих режимов ассоциируется с резонансом на соответствующей гармонике колебаний. Для симметричных режимов колебаний характерно отсутствие в спектре четных гармоник (в эксперименте их уровень не превышал 50 db), поэтому наблюдаются в первую очередь резонансы на нечетных гармониках. С потерей симметрии появляются резонансы на четных гармониках, а в области существования асимметричных циклов имеют место сборки, границы которых разделяют области существования циклов, сформировавшихся в результате резонанса на четных гармониках. В целом следует отметить, что область хаоса при увеличении параметра  $V$  смещается в сторону более высоких частот воздействия. Такое смещение связано с тем, что резонансная характеристика такого осциллятора с увеличением параметра  $V$  имеет загиб в область высоких частот.

С введением асимметрии  $|U_1| \neq |U_2|$  (характеристика, приведенная на рис. 1, *c*) на плоскости управляющих параметров (рис. 2, *b*) отсутствует линия бифуркации потери симметрии, но наблюдаются две —  $l_{01}$  и  $l_{02}$ , на которых напряжение в контуре достигает  $U_1$  и  $U_2$ , соответственно. Введение асимметрии приводит к доминированию одного из двух асимметричных циклов, имевших место в предыдущем случае. Однако второй асимметричный цикл не исчезает, а существует на отдельном „листе“ (его границы на рис. 2, *b* обозначены штрих-пунктиром), однако удвоенный период и перехода к хаосу не наблюдается. Сравнение с рис. 2, *a* показывает, что с введением асимметрии на плоскости параметров появляется область колебаний периода 2, берущая начало вблизи  $f/f_0 \approx 2$ .

С последовательным увеличением асимметрии линия  $l_{02}$  поднимается вверх, при некотором критическом значении  $U_2$  исчезает и лист, на котором существовал второй асимметричный цикл, и тогда  $U_2$  превышает допустимые значения  $l_{02}$ . Область сложных колебаний, берущая начало вблизи удвоенной резонансной частоты расширяется, и внутри нее формируется область хаотических колебаний (рис. 2, *c*). С увеличением порогового напряжения  $U_1$  и приближением к 0 линия  $l_0$  опускается к оси абсцисс. При  $U_1 = 0$  исследование затруднено из-за сравнительно высоких шумов и неопределенности резонансной частоты контура, а при  $U_1 > 0$  динамика системы была подробно изучена в [10].

Можно предположить, что подобные изменения в структуре пространства параметров воздействия при изменении профиля потенциальной функции будут иметь место и в осцилляторах с гладкой нелинейностью.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 05-02-16305), гранта Министерства образования РФ для аспирантов, при поддержке U.S. Civilian Research Development Foundation for the Independent States of the Former Soviet Union, Award No REC-006.

## Список литературы

- [1] *Li T.Y., Yorke J.A.* // Am. Math. Monthly. 1975. Vol. 82. P. 985.
- [2] *Holmes P.* // Phyllos. Trans. 1979. Vol. 292. P. 419–448.
- [3] *Humieres D.D., Beasley M.R., Huberman B.A., Libhaber A.* // Phys. Rev. A. 1982. Vol. 26. N 6. P. 3484–3496.
- [4] *Holmes P., Whitley D.* // Physica. 1983. Vol. 7D. P. 111–123.
- [5] *Sato S., Sano M., Sawada Y.* // Phys. Rev. A. 1983. Vol. 28. N 3. P. 1654–1658.
- [6] *Афраймович В.С., Рабинович М.И., Узодников А.Д.* // Письма в ЖЭТФ. 1983. Т. 38. Вып. 2. С. 64–67.
- [7] *Parlitz U., Lauterborn W.* // Phys. Lett. 1985. Vol. 107A. N 8. P. 351–355.
- [8] *Miles J.* // Physica. 1988. Vol. 31D. N 2. P. 252–268.
- [9] *Scheffczyk C., Parlitz U., Kurz T., Knop W., Lauterborn W.* // Phys. Rev. A. 1991. Vol. 43. N 12. P. 6495–6502.
- [10] *Безручко Б.П., Селезнев Е.П.* // Письма в ЖТФ. 1994. Т. 20. Вып. 19. С. 75–79.