01;04;05

Поведение электронной плазмы в тонкой металлической пластине в переменном электрическом поле

© С.В. Березкина, И.А. Кузнецова, А.А. Юшканов

Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова,
150000 Ярославль, Россия
e-mail: kuz@uniyar.ac.ru

(Поступило в Редакцию 23 августа 2005 г.)

В рамках кинетической теории исследован отклик электронной плазмы в тонком металлическом слое на внешнее поперечное к поверхности переменное электрическое поле. Рассчитана поглощаемая на единицу площади мощность излучения. Рассмотрены частоты электрического поля, малые по сравнению с плазменной частотой. Предполагается, что рассеяние электронов на поверхности металла носит чисто диффузный характер.

PACS: 71.10.-w, 52.20.-j

Кинетические явления в тонких металлических слоях или малых проводящих частицах при наличии внешних электромагнитных полей вызывают большой интерес как с теоретической точки зрения, так и в связи с широкими возможностями практического применения [1–6]. Кинетическое описание отклика электронов в тонком слое металла на внешнее электромагнитное излучение необходимо в ряде задач микроэлектроники, поскольку развитие современных технологий приводит к уменьшению характерных размеров деталей микроэлектронных устройств, и рассматриваемые пленки становятся субмикронной толщины.

Исследование кинетических процессов необходимо и в задачах о взаимодействии электромагнитного излучения с аэрозольными системами, состоящими из мелких частиц (сферических, плоских и т.д.), которые используются для экранировки электромагнитного излучения. Когда толщина пленок или размеры частиц становятся субмикронными, обычное макроскопическое описание отклика электронной плазмы металла на переменное (периодическое) электрическое поле становится неадекватным [2,7]. Проблема осложняется тем, что кинетический отклик электронов на внешнее электромагнитное поле приводит к обратному воздействию на это поле; таким образом, требуется решать самосогласованную задачу о поведении электронов и характере изменения (затухания) электромагнитного поля в металле. Следует отметить, что в случае, когда отношение длины свободного пробега электронов к другим характерным размерам задачи (толщине слоя металла и т.д.) становится порядка единицы, взаимодействие носителей заряда с границей образца оказывает значительное влияние на электромагнитные и оптические свойства металла.

В данной работе рассмотрен отклик электронов проводимости в тонком слое металла (плоской частице) на внешнее переменное нормальное к поверхности электрическое поле при заданных соотношениях между толщиной слоя, длиной свободного пробега электронов и дебаевским радиусом экранирования. Отметим, что задача о поведении электронной плазмы, занимающей полупространство, во внешнем переменном поперечном электрическом поле была впервые аналитически решена Ландау [8] для чисто зеркального отражения электронов от границы образца. Общий случай граничных условий был рассмотрен в [7]. Подобная задача о поведении плазмы в ограниченном объеме (тонком слое) была решена аналитически с помощью метода Кейза в [5] для чисто зеркальных граничных условий. В настоящей работе данная задача решается для случая диффузного рассеяния носителей заряда на поверхности пластины.

Постановка задачи

Рассмотрим плоскую металлическую пластину в поперечном (перпендикулярном поверхности) переменном электрическом поле

$$E = E_0 e^{(-i\omega t)}. \tag{1}$$

Предположим, что толщина пластины $2a_0$ много меньше характерного продольного размера, при выполнении этого условия пластину можно считать бесконечной.

В настоящей работе исследуется отклик электронов в металле на внешнее переменное электрическое поле (1), поведение электрического поля внутри слоя, а также определяется поглощаемая мощность излучения. Отношение длины свободного пробега электронов λ к толщине пластины $2a_0$ считается произвольным. Рассматривается случай, когда частота внешнего поля много меньше частоты плазменного резонанса

$$\omega^2 \ll \omega_r^2 = 4\pi e^2 n/m, \tag{2}$$

где e и m — заряд и эффективная масса электрона соответственно, n — концентрация электронов проводимости, ω_r^2 — плазменная частота (в металлах имеет характерное значение $10^{16}\,\mathrm{s}^{-1}$).

Введем декартову систему координат с центром в середине слоя металла. Ось x направим перпендикулярно поверхности слоя. Внешнее электрическое поле будем считать достаточно слабым для возможности применения линейного приближения. Функцию распределения $f(\mathbf{r};\mathbf{v})$ будем искать в виде

$$f(\mathbf{r},\mathbf{v}) = f_0(\varepsilon) + f_1(\mathbf{r},\mathbf{v}), \tag{3}$$

где f_1 — поправка к функции распределения Ферми f_0;

$$f_0 = \frac{1}{\exp\big((\varepsilon-\varepsilon_F)/k_0T\big)+1}, \tag{4}$$

где $\varepsilon_F = mv_F^2/2$ — энергия Ферми, ε — кинетическая энергия электронов (поверхность Ферми будем считать сферической).

При этом функцию f_1 можно представить в виде [9–11]

$$f_1 = -\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon}\,\psi\exp(-i\omega t). \tag{5}$$

Будем считать, что температура пластины T много меньше температуры вырождения электронного газа T_F, т.е. $k_0T \ll \varepsilon_F$. Тогда электроны проводимости можно рассматривать как почти идеальный вырожденный ферми-газ, а производную функции распределения Ферми f_0 по энергии ε представить в следующем виде:

$$\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} = -\delta(\varepsilon-\varepsilon_F), \tag{6}$$

где $\delta(x)$ — дельта-функция Дирака. В данном случае функция ψ зависит от координаты x и скорости электронов $\mathbf{v}$. При этом она удовлетворяет уравнению [9–11]

$$-i\omega\psi + v_x\frac{\partial\psi}{\partial x} = ev_xE - \nu(\psi - g\overline{\psi}). \tag{7}$$

Здесь $\overline{\psi}$ — избыточная (по сравнению с равновесной) концентрация электронов, т.е. плотность заряда

$$\overline{\psi} = 2\int\frac{d^3(m\mathbf{v})}{h^3}\,(f-f_0), \tag{8}$$

ν — эффективная частота столкновений, $g = h^3/(8\pi m^2v_F)$. Электрическое поле удовлетворяет следующему уравнению [12]:

$$\frac{dE}{dx} = 4\pi e\overline{\psi}. \tag{9}$$

Компоненту скорости v_x можно представить в виде: $v_x = v_F\cos\theta$ (6), где θ — угол между вектором скорости $\mathbf{v}$ и осью x, поэтому удобно ввести переменную $\eta = \cos\theta$, изменяющуюся от -1 до 1. Перейдем также к следующим безразмерным параметрам:

$$x' = x/a_0, \qquad y_0 = a_0\omega/v_F, \qquad x_0 = a_0\nu/v_F,$$

$$k^2 = \frac{6\pi e^2a_0^2n}{\varepsilon_F}, \qquad \tilde{E} = E/E_0.$$

Здесь параметр k имеет вид $k = a_0^2/r_D^2$, где r_D — радиус Дебая [10]. Вместо ψ введем функцию φ

$$\varphi(x;\eta) = \psi/(ea_0E_0).$$

В дальнейшем штрих у переменной x' будем опускать. Функции φ и $\tilde{E}$ удовлетворяют следующей системе уравнений:

$$\begin{cases} -iy_0\varphi + \eta\dfrac{\partial\varphi}{\partial x} = \eta\tilde{E} - x_0(\varphi-\tilde{\varphi}), \\ \dfrac{d\tilde{E}}{dx} = k^2\overline{\varphi}. \end{cases} \tag{10}$$

Здесь

$$\overline{\varphi} = \frac{1}{2}\int\limits_{-1}^{1}\varphi(x;\eta)\,d\eta. \tag{11}$$

Для однозначного определения неравновесной функции распределения φ необходимо задать для нее граничные условия на поверхности металлической пластины. В [5] в качестве таковых принимались условия чисто зеркального рассеяния электронов. В настоящей работе рассмотрим случай диффузного рассеяния электронов на поверхности металла. Отметим, что ввиду симметрии задачи справедливы соотношения

$$\tilde{E}(-x) = \tilde{E}(x),$$

$$\varphi(-x,-\eta) = -\varphi(x,\eta).$$

Тогда граничные условия для функции распределения $\varphi(x;\eta)$ при $x=\pm1$ принимают следующий вид:

$$\varphi(+1;\eta<0) = -C_1;$$

$$\varphi(-1;\eta>0) = C_1, \tag{12}$$

где C_1 — произвольная константа. Граничные условия для поля $\tilde{E}(x)$ имеют вид

$$\tilde{E}(\pm1) = 1. \tag{13}$$

Метод решения и математические расчеты

Решение второго уравнения системы (10) для поля $\tilde{E}(x)$ с учетом граничных условий (13) имеет вид

$$\tilde{E}(x) = 1 + k^2\int\limits_{-1}^{x}\overline{\varphi}(s)\,ds. \tag{14}$$

Преобразуем первое уравнение системы (10)

$$z_0\varphi + \eta\frac{\partial\varphi}{\partial x} = \Phi(x), \tag{15}$$

где $\Phi(x) = \eta\tilde{E}(x) + x_0\overline{\varphi}(x)$ и $z_0 = x_0 - iy_0$. Решение однородного уравнения

$$z_0\varphi + \eta\frac{\partial\varphi}{\partial x} = 0 \tag{16}$$

представим в виде

$$\varphi(x;\eta) = C_1 e^{-\frac{z_0(x+1)}{\eta}} \xi(\eta) - C_1 e^{-\frac{z_0(x-1)}{\eta}} \xi(-\eta), \qquad (17)$$

$$\xi(\eta) = 0.5\big(\operatorname{sign}(\eta) + 1\big),$$

где функция $\operatorname{sign}(\eta)$ определена следующим образом:

$$\operatorname{sign}(\eta) = \begin{cases} -1 & \text{при} \quad \eta < 0, \\ 0 & \text{при} \quad \eta = 0, \\ -1 & \text{при} \quad \eta > 0. \end{cases}$$

Решением неоднородного уравнения (15), удовлетворяющим граничным условиям (12), является следующее выражение:

$$\varphi(x;\eta) = C_1 e^{-\frac{z_0}{\eta}(x+1)} \xi(\eta) + \eta^{-1} \int\limits_{-1}^{x} \Phi(s) e^{\frac{z_0}{\eta}(s-x)} ds\, \xi(\eta) - C_1 e^{-\frac{z_0}{\eta}(x-1)} \xi(-\eta) - \eta^{-1} \int\limits_{x}^{1} \Phi(s) e^{\frac{z_0}{\eta}(s-x)} ds\, \xi(-\eta). \qquad (18)$$

Константа C_1 находится из условия непротекания (равенства нулю тока) на границе $x = 1$ (или $x = -1$)

$$\int\limits_{-1}^{1} \varphi(1;\eta)\eta\, d\eta = 0, \qquad (19)$$

которое с учетом граничных условий (12) преобразуется к виду

$$C_1 = -2 \int\limits_{0}^{1} \varphi(1;\eta)\eta\, d\eta. \qquad (20)$$

Подставив в (20) функцию $\varphi(x = 1;\eta)$ (18), для C_1 получим следующее выражение:

$$C_1 = -\frac{2}{B} \left[\frac{1}{z_0} \int\limits_{0}^{1} \eta^2 e^{-\frac{2z_0}{\eta}} d\eta - \frac{1}{3z_0} + \int\limits_{0}^{1} \int\limits_{-1}^{1} \left(\eta k^2 \int\limits_{-1}^{s} \overline{\varphi}(t)\, dt + x_0 \overline{\varphi}(s) \right) e^{\frac{z_0(s-1)}{\eta}} ds\, d\eta \right], \qquad (21)$$

где

$$B = 1 + 2 \int\limits_{0}^{1} e^{-2\frac{z_0}{\eta}} \eta\, d\eta.$$

Функцию распределения $\varphi(x;\eta)$ (18) подставим в уравнение (11) и преобразуем его к виду

$$\overline{\varphi}(x) = \frac{C_1}{2} \int\limits_{0}^{1} e^{-\frac{z_0}{\eta}(x+1)} d\eta + \frac{1}{2} \int\limits_{0}^{1} \int\limits_{-1}^{x} \eta^{-1} \Phi(s) e^{\frac{z_0}{\eta}(s-x)} ds\, d\eta - \frac{C_1}{2} \int\limits_{-1}^{0} e^{-\frac{z_0}{\eta}(x-1)} d\eta - \frac{1}{2} \int\limits_{-1}^{0} \int\limits_{x}^{1} \eta^{-1} \Phi(s) e^{\frac{z_0}{\eta}(s-x)} ds\, d\eta, \qquad (22)$$

где $\Phi(s) = \eta + \eta k^2 \int\limits_{-1}^{s} \overline{\varphi}(t) dt + x_0 \overline{\varphi}(s)$ (14–15), а константа C_1 определена выражением (21).

Таким образом, решение системы уравнений (10) сводится к решению интегрального уравнения (22) для функции $\overline{\varphi}$. Точного решения уравнения (22) получить не удается, поэтому для нахождения приближенного решения воспользуемся методом Галеркина [13,14].

Одно из частных решений системы (10) имеет вид [5]

$$\varphi = \operatorname{sh}\left(\frac{z_0 x}{t_0} \right) F(\eta). \qquad (23)$$

Это решение удовлетворяет кинетическому уравнению, но не удовлетворяет граничным условиям (12).

Решению (23) соответствует следующее распределение плотности заряда:

$$\overline{\varphi} = A \operatorname{sh}\left(\frac{z_0 x}{t_0} \right), \qquad (24)$$

где A — неизвестная константа, а параметр t_0 является решением дисперсионного уравнения [5]

$$h(t) \equiv \frac{c^2}{t} - \frac{1}{2} t \int\limits_{-1}^{1} \frac{\eta^2 - ac}{\eta^2 - t^2} d\eta = 0. \qquad (25)$$

Здесь введены следующие обозначения: $a = x_0/k$, $c = z_0/k$, $|c| = |a - ib|$, где $b = y_0/k$. Отметим, что в статическом пределе ($c = a$) корень дисперсионного уравнения (25) ($t_0^2 = a^2$) дает экранирующее решение [5].

С учетом вышесказанного „пробную" функцию в методе Галеркина берем в том же виде (24). Подставив в (21) „пробную" функцию (24), получим следующее выражение для C_1:

$$C_1 = 2C_2 + 2AC_3, \qquad (26)$$

$$C_2 = B^{-1} z_0^{-1} \left(\int_0^1 \eta^2 e^{-\frac{2z_0}{\eta}} d\eta - \frac{1}{3} \right),$$

$$C_3 = B^{-1} \frac{t_0}{z_0} \int_0^1 \frac{\eta}{\eta^2 - t_0^2}$$

$$\times \left[-(t_0 x_0 z_0 + t_0 \eta^2 k^2) \operatorname{sh}\left(\frac{z_0}{t_0}\right) e^{-\frac{2z_0}{\eta}} \right.$$

$$+ (\eta^2 k^2 - x_0 z_0) \left(\eta \operatorname{ch}\left(\frac{z_0}{t_0}\right) + t_0 \operatorname{sh}\left(\frac{z_0}{t_0}\right) \right.$$

$$\left. \left. - \eta \operatorname{sh}\left(\frac{z_0}{t_0}\right) e^{-\frac{2z_0}{\eta}} \right) \right] d\eta.$$

В соответствии с методом Галеркина „пробную“ функцию (24) подставим в (22), домножим полученное уравнение на базисную функцию $\operatorname{sh}\left(\frac{z_0 x}{t_0}\right)$ и проинтегрируем каждое слагаемое по x в пределах от -1 до 1. Таким образом получим уравнение для неизвестной константы A, решение которого имеет следующий вид:

$$A = \frac{C_2 I_1 + I_2}{I_0 - C_3 I_1 - I_3}, \tag{27}$$

$$I_0 = \int_{-1}^{1} \left[\operatorname{sh}\left(\frac{z_0 x}{t_0}\right) \right]^2 dx = \frac{1}{2z_0} \left[t_0 \operatorname{sh}\left(\frac{2z_0}{t_0}\right) - 2z_0 \right],$$

$$I_1 = \int_{-1}^{1} \int_0^1 e^{-\frac{z_0(x+1)}{\eta}} \operatorname{sh}\left(\frac{z_0 x}{t_0}\right) d\eta\, dx$$

$$= \frac{t_0}{z_0} \int_0^1 \frac{\eta}{\eta^2 - t_0^2} \left[\eta \operatorname{ch}\left(\frac{z_0}{t_0}\right) \left(e^{-\frac{2z_0}{t_0}} - 1 \right) \right.$$

$$\left. + t_0 \operatorname{sh}\left(\frac{z_0}{t_0}\right) \left(e^{-\frac{2z_0}{t_0}} + 1 \right) \right] d\eta.$$

$$I_2 = \frac{1}{2} \int_{-1}^{1} \int_0^1 \int_{-1}^{x} \operatorname{sh}\left(\frac{z_0 x}{t_0}\right) e^{-\frac{z_0(s-x)}{\eta}} ds\, d\eta\, dx$$

$$= -\frac{t_0 e^{-\frac{z_0}{t_0}}}{2z_0^2} \int_0^1 \frac{\eta^2}{\eta^2 - t_0^2} \left[(t_0 + \eta) \left(e^{2\frac{z_0}{t_0}} - e^{2\frac{z_0}{\eta}} \right. \right.$$

$$\left. \left. - e^{2\frac{z_0(\eta + t_0)}{t_0 \eta}} \right) - (t_0 - \eta) \right] d\eta.$$

$$I_3 = \frac{1}{2} \int_{-1}^{1} \int_0^1 \left[\int_{-1}^{x} \left(k^2 \int_{-1}^{s} \operatorname{sh}\left(\frac{z_0 t}{t_0}\right) dt \right. \right.$$

$$\left. \left. + \eta^{-1} x_0 \operatorname{sh}\left(\frac{z_0 s}{t_0}\right) \right) e^{\frac{z_0(s-x)}{\eta}} ds \right] \operatorname{sh}\left(\frac{z_0 x}{t_0}\right) d\eta\, dx$$

$$= -\frac{1}{2} \int_0^1 \left(\frac{k^2 \eta^2}{4z_0^2 (4\eta^2 - t_0^2)} \left[\left(e^{-2\frac{z_0}{\eta}} - 1 \right) \right. \right.$$

$$\times \left(2t_0^2 \eta \operatorname{ch}\left(\frac{2z_0}{t_0}\right) + 8\eta^3 \right) + 2t_0^2 \eta \operatorname{sh}\left(\frac{2z_0}{t_0}\right)$$

$$\times \left(2\eta^2 e^{-\frac{2z_0}{\eta}} - 2\eta + t_0^2 \right) + 4z_0 (4\eta^2 - t_0^2)$$

$$\left. - 2t_0^2 \eta \left(1 + e^{-\frac{2z_0}{\eta}} \right) \right] + \frac{t_0^2 \eta x_0}{z_0^2 (\eta^2 - t_0^2)^2}$$

$$\times \left[(\eta^2 + t_0^2) \left(\operatorname{ch}\left(\frac{2z_0}{t_0}\right) \left(e^{\frac{2z_0}{\eta}} + 2e^{-\frac{z_0}{\eta}} + 4 \right) - 4 \right) \right.$$

$$+ 4t_0 \eta \left(\operatorname{ch}\left(\frac{2z_0(\eta - t_0)}{t_0 \eta}\right) - \operatorname{ch}\left(\frac{-2z_0(\eta + t_0)}{t_0 \eta}\right) \right)$$

$$\left. \left. -2 \left(\eta^2 \operatorname{ch}\left(\frac{2z_0}{t_0}\right) + t_0^2 \operatorname{ch}\left(\frac{-2z_0}{\eta}\right) \right) \right] \right) d\eta,$$

здесь x_0, y_0, k — заданные параметры.

Электрическое поле $\tilde{E}(x)$ (14), (24) принимает вид

$$\tilde{E}(x) = 1 + \frac{k^2 t_0 A}{z_0} \left(\operatorname{ch}\left(\frac{x z_0}{t_0}\right) - ch\left(\frac{z_0}{t_0}\right) \right). \tag{28}$$

Найдем безразмерную плотность тока

$$j(x) = \frac{1}{2} \int_{-1}^{1} \eta \varphi(x; \eta)\, d\eta. \tag{29}$$

Используя выражения (18), (26), запишем (29) в виде

$$j(x) = \frac{1}{2} \Big(J_1(x) + J_2(x) - J_3(x) - J_4(x) \Big), \tag{30}$$

где

$$J_1(x) = C_1 \int_0^1 \eta e^{-\frac{z_0(x+1)}{\eta}} d\eta,$$

$$J_2(x) = \int_0^1 \eta e^{-\frac{z_0(x-1)}{\eta}} \big[G_1(x;\eta) + G_2(x;\eta) \big] d\eta,$$

$$J_3(x) = C_1 \int_{-1}^{0} \eta e^{-\frac{z_0(x-1)}{\eta}} d\eta,$$

$$J_4(x) = \int_{-1}^{0} \eta e^{-\frac{z_0(x-1)}{\eta}} \big[G_3(x;\eta) + G_4(x;\eta) \big] d\eta,$$

$$G_1(x;\eta) = \int\limits_{-1}^{x} e^{\frac{z_0(s-1)}{\eta}} ds = \frac{\eta}{z_0}\left(e^{\frac{z_0(x-1)}{\eta}} - e^{-2\frac{z_0}{\eta}}\right),$$

$$G_2(x;\eta) = \int\limits_{-1}^{x}\left[k^2\int\limits_{-1}^{s}\operatorname{sh}\left(\frac{z_0 t}{t_0}\right)dt\right.$$

$$\left.+\eta^{-1}x_0\operatorname{sh}\left(\frac{z_0 s}{t_0}\right)\right]e^{\frac{z_0(s-1)}{\eta}}ds = \frac{t_0}{z_0^2(\eta^2-t_0^2)}$$

$$\times\left[e^{-\frac{z_0(x+1)}{\eta}}(k^2\eta^2 - x_0 z_0)\left(\eta\operatorname{ch}\left(\frac{z_0}{t_0}\right) - t_0\operatorname{sh}\left(\frac{z_0}{t_0}\right)\right)\right.$$

$$+(k^2\eta^2 - x_0 z_0)\left(-\eta\operatorname{ch}\left(\frac{z_0 x}{t_0}\right) + t_0\operatorname{sh}\left(\frac{z_0 x}{t_0}\right)\right)$$

$$\left.+k^2\eta\operatorname{ch}\left(\frac{z_0}{t_0}\right)(\eta^2+t_0^2)\right],$$

$$G_3(x;\eta) = \int\limits_{x}^{1} e^{\frac{z_0(s-1)}{\eta}} ds = -\frac{\eta}{z_0}\left(e^{\frac{z_0(x-1)}{\eta}} - 1\right),$$

$$G_4(x;\eta) = \int\limits_{x}^{1}\left[k^2\int\limits_{-1}^{s}\operatorname{sh}\left(\frac{z_0 t}{t_0}\right)dt\right.$$

$$\left.+\eta^{-1}x_0\operatorname{sh}\left(\frac{z_0 s}{t_0}\right)\right]e^{\frac{z_0(s-1)}{\eta}}ds = \frac{t_0}{z_0^2(\eta^2-t_0^2)}$$

$$\times\left[e^{\frac{z_0(x-1)}{\eta}}k^2\eta^2\left(\eta\operatorname{ch}\left(\frac{z_0}{t_0}\right) + t_0\operatorname{sh}\left(\frac{z_0}{t_0}\right)\right)\right.$$

$$+e^{\frac{z_0(1-x)}{\eta}}x_0 z_0\left(\eta\operatorname{ch}\left(\frac{z_0}{t_0}\right) - t_0\operatorname{sh}\left(\frac{z_0}{t_0}\right)\right)$$

$$+k^2\eta\operatorname{ch}\left(\frac{z_0}{t_0}\right)(\eta^2-t_0^2)$$

$$+k^2\eta t_0\left(\eta\operatorname{sh}\left(\frac{z_0 x}{t_0}\right) + t_0\operatorname{ch}\left(\frac{z_0 x}{t_0}\right)\right)$$

$$\left.+x_0 z_0\left(-\eta\operatorname{ch}\left(\frac{z_0 x}{t_0}\right) + t_0\operatorname{sh}\left(\frac{z_0 x}{t_0}\right)\right)\right].$$

Поглощаемую на единицу площади пластины мощность электромагнитного излучения Q можно определить, используя соотношение (28), (30) и (31) [12]

$$Q = \frac{1}{2}\operatorname{Re}\int\limits_{-1}^{1}\tilde{E}(x)j(x)\,dx. \qquad (31)$$

Предельные случаи

Предположим, что параметр $k = a_0^2/r_D^2 \gg 1$. Рассмотрим низкочастотное приближение в том смысле, что $|c| = |a - ib| \ll 1$ $(a = x_0/k,\ b = y_0/k)$. Соответствующие оценки показывают, что в этом случае корень

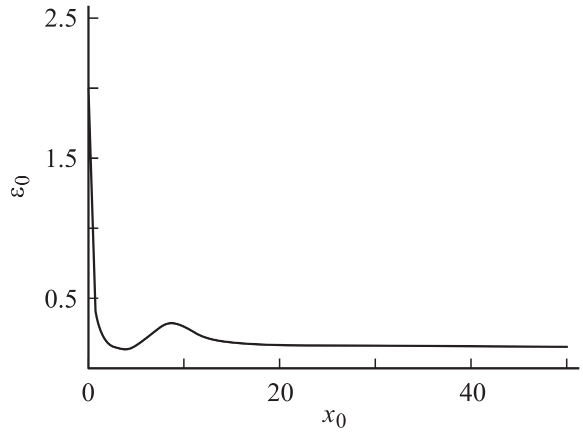

Рис. 1. Зависимость относительной погрешности $\varepsilon_D = |Q - Q_D|/Q_D$ от безразмерной обратной длины свободного пробега $x_0 = a_0/\lambda$ при $k = 10$ и безразмерной частоте внешнего поля $y_0 = 0.02$.

дисперсионного уравнения (25) $|t_0| \ll 1$, что позволяет существенно упростить (25) и привести его к виду

$$h(t) = \frac{c^2}{t} - t + \frac{\pi}{2}i(t^2 - ac). \qquad (32)$$

Разложение решения уравнения (32) по малому параметру $|c| \ll 1$ имеет вид

$$t_0 = \left(1 + \frac{\pi}{4}a\right)c. \qquad (33)$$

Поскольку в рассматриваемом случае a также малый параметр $(a \ll 1)$, то в первом приближении по c получим $t_0 \approx c$. Тогда отношение $z_0/t_0 \approx k$, и „пробная" функция представима в виде $\overline{\varphi} = A\operatorname{sh}(kx)$. При этом вычисление интегралов, входящих в (31), с учетом допущенных приближений, существенно упрощается.

В случае, когда длина свободного пробега электронов в металле значительно меньше толщины пластины $(x_0 \gg 1)$, в низкочастотной области $y_0 \ll 1$ результаты расчетов поглощаемой на единицу площади пластины безразмерной мощности Q (31) согласуются с соответствующими результатами расчетов безразмерной мощности Q_D, следующими из макроскопической теории Друде: $Q_D = 3x_0k^{-4}y_0^2$ [12]. На рис. 1 в качестве примера представлена зависимость относительной погрешности $\varepsilon_D = |Q - Q_D|/Q_D$ от безразмерной обратной длины свободного пробега x_0 при $k = 10$ и безразмерной частоте внешнего поля $y_0 = 0.02$. Из рис. 1 видно, что при $x_0 > 10$ относительная погрешность ε_D с увеличением x_0 монотонно уменьшается, составляя 17% при $x = 20$ и 15% при $x_0 = 50$.

В предельном случае $z_0 \to 0$ электрическое поле в объеме пластины определяется выражением

$$\tilde{E}(x) = 1 + \left(\frac{\operatorname{ch}(kx)}{\operatorname{ch}(k)} - 1\right), \qquad (34)$$

а поглощаемая на единицу площади пластины мощность излучения Q (31) стремится к нулю.

Обсуждение результатов

На рис. 2 приведен график зависимости безразмерного электрического поля $|\tilde{E}| = |E/E_0|$ (E_0 — электрическое поле на поверхности) от безразмерной координаты $x' = x/a_0$. Из рис. 2 видно, что с увеличением безразмерной толщины слоя и соответственно параметра $k = a_0^2/r_D^2$ электрическое поле очень резко затухает и практически полностью экранируется пластиной.

На рис. 3 и 4 представлены графики зависимости поглощаемой на единицу площади пластины безразмерной мощности излучения Q от безразмерной частоты внешнего поля y_0 при различных значениях $x_0 = a_0/\lambda$, т.е. различном соотношении между толщиной пластины a_0 и длиной свободного пробега λ. Из графиков видно, что при малых значениях y_0 ($y_0 < 2$) зависимость $Q(y_0)$ при всех x_0 близка к квадратичной $Q \sim y_0^2$. При $x_0 \to 0$ (т.е. при отсутствии объемных столкновений электронов, когда имеется только их поверхностное рассеяние) квадратичный характер зависимости $Q(y_0)$ сохраняется (рис. 3, штриховая кривая). Из рис. 4 видно, что при малых значениях x_0 (кривые *1* и *2*) и частотах внешнего поля $y_0 \geq 2$ характер зависимости $Q(y_0)$ существенно меняется. Причина такого поведения кривых *1* и *2* состоит в том, что время пролета электрона между пластинами при значениях y_0, отвечающих максимуму кривых, соответствует периоду изменения электрического поля внутри слоя. При этом электрон в своем движении попеременно то ускоряется, то замедляется. Соответственно уменьшаются средняя энергия, приобретаемая электроном, и поглощаемая мощность.

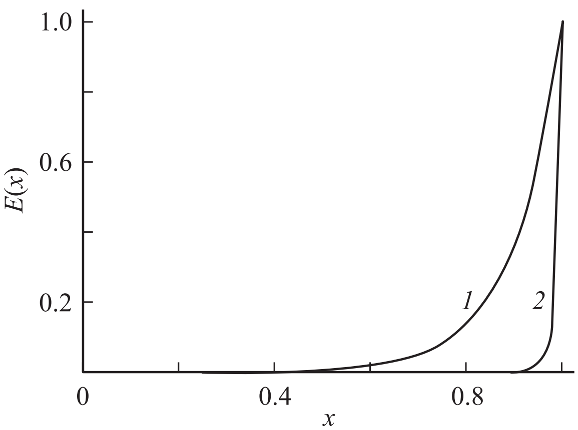

Рис. 2. Зависимость безразмерного электрического поля $|\tilde{E}|$ от безразмерной координаты $x' = x/a_0$ (кривая *1* — $x_0 = 0.1$; $y_0 = 0.01$; $k = 10$; кривая *2* — $x_0 = 0.1$; $y_0 = 0.01$; $k = 100$).

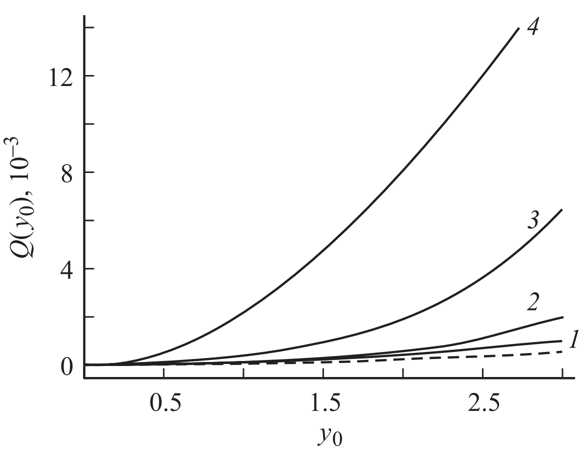

Рис. 3. Зависимости поглощаемой на единицу площади пластины безразмерной мощности излучения Q от безразмерной частоты внешнего поля y_0 при различных значениях $x_0 = a_0/\lambda$ и параметре $k = 10$ (кривые *1, 2, 3, 4* — $x_0 = 0.01$; 0.1; 1; 10 соответственно; штриховая кривая — $x_0 \to 0$).

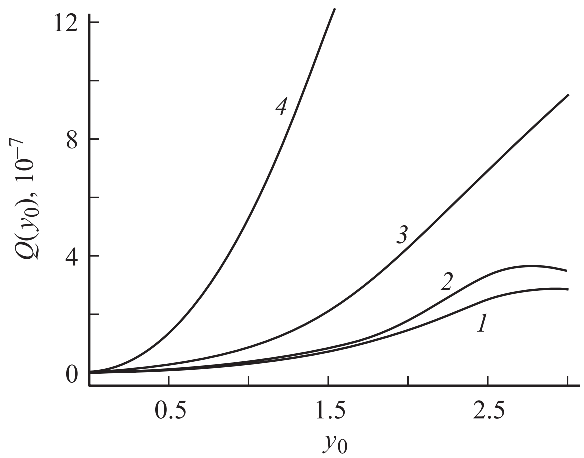

Рис. 4. Зависимости поглощаемой на единицу площади пластины безразмерной мощности излучения Q от безразмерной частоты внешнего поля y_0 при различных значениях $x_0 = a_0/\lambda$ и параметре $k = 100$ (кривые *1, 2, 3, 4* — $x_0 = 0.01$; 0.1; 1; 10 соответственно).

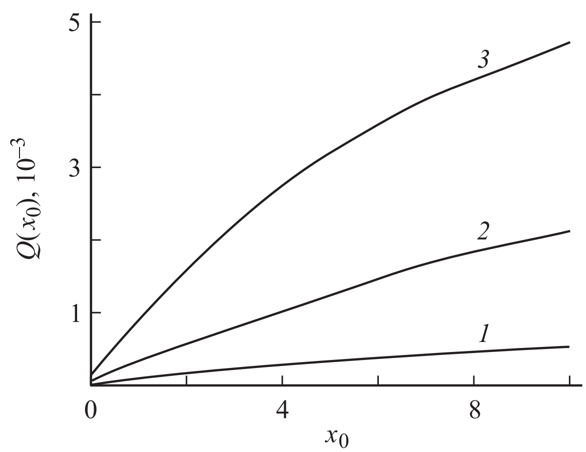

Рис. 5. Зависимости поглощаемой на единицу площади пластины безразмерной мощности излучения Q от безразмерной обратной длины свободного пробега $x_0 = a_0/\lambda$ при параметре $k = 10$ для различных значений безразмерной частоты внешнего поля y_0 (кривые *1, 2, 3* — $y_0 = 0.5$; 1; 1.5 соответственно).

На рис. 5 построены зависимости $Q(x_0)$ при различных значениях y_0. Из графиков видно, что при заданной безразмерной частоте внешнего поля y_0 поглощаемая на единицу площади мощность Q возрастает с увеличением x_0 (уменьшением длины свободного пробега λ), т.е. рост диссипации энергии электрического поля связан с увеличением частоты объемных столкновений электронов.

Список литературы

[1] *Морохов И.Д., Петинов В.И., Трусов Л.И., Петрунин В.Ф.* // УФН. 1981. Т. 133. С. 653–692.
[2] *Лесскис А.Г., Пастернак В.Е., Юшканов А.А.* // ЖЭТФ. 1982. Т. 83. Вып. 1 (7). С. 310–317.
[3] *Томчук П.М., Томчук Б.П.* // ЖЭТФ. 1997. Т. 112. Вып. 2 (8). С. 661–678.
[4] *Завитаев Э.В., Юшканов А.А., Яламов Ю.И.* // ЖТФ. 2001. Т. 71. Вып. 11. С. 114–118.
[5] *Латышев А.В., Лесскис А.Г., Юшканов А.А.* // Теорет. и матем. физика. 1992. Т. 90. № 2. С. 179–189.
[6] *Березкина С.В., Кузнецова И.А., Юшканов А.А.* // ЖТФ. 2004. Т. 74. Вып. 12. С. 67–71.
[7] *Forsmann F., Steschke H.* // Phys. Rev. Lett. 1977. Vol. 38. N 23. P. 1365–1368.
[8] *Ландау Л.Д.* Сборник трудов. М.: Наука, 1969. Т. 1. 512 с.
[9] *Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П.* Физическая кинетика. Теор. физика. Т. 10. М.: Наука, 1979. 527 с.
[10] *Займан Дж.* Электроны и фононы. М.: ИЛ, 1962. 488 с.
[11] *Лифшиц Е.М., Азбель М.Я., Каганов М.И.* Электронная теория металлов. М.: Наука, 1971.
[12] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теор. физика. Электродинамика сплошных сред. Т. 8. М.: Наука, 1992. 735 с.
[13] *Кунцман Ж.* Численные методы. М.: Наука, 1979. 159 с.
[14] *Волков Е.А.* Численные методы. М.: Наука, 1982. 254 с.