

01;03;05;07;08

Влияние тепловой нелинейности сильнопоглощающих сред на параметры фотоакустического сигнала при газомикрофонной регистрации. Основная и вторая гармоники

© У. Мадвалиев,¹ Т.Х. Салихов,^{2,3} Д.М. Шарифов¹

¹ Физико-технический институт им. С.У. Умарова НАН Республики Таджикистан,
734063 Душанбе, Таджикистан
e-mail: umarkhon@mail.ru

² Таджикский государственный национальный университет,
734025 Душанбе, Таджикистан
e-mail: t_salikhov@rambler.ru

³ Кохатский Университет Науки и Технологии,
Кохат, Пакистан

(Поступило в Редакцию 6 мая 2005 г. В окончательной редакции 10 ноября 2005 г.)

Сформулирована теория возмущения, которая позволила рассчитать влияние тепловой нелинейности (ТН), обусловленной температурной зависимостью теплофизических величин сильнопоглощающих и низкотемпературных систем на параметры фотоакустического (ФА) сигнала при ее газомикрофонной регистрации. Установлено, что зависимость амплитуды ФА-сигнала от интенсивности падающего луча I_0 определяется зависимостью температуры освещенной поверхности образца от I_0 и является достаточно сложной, вместо ожидаемой квадратичной; для предельных случаев ($\mu_s\beta \ll 1$ и $\mu_s\beta \gg 1$) этот вклад в амплитуду ФА-сигнала определяется простыми выражениями, что весьма удобно для определения термических коэффициентов теплофизических параметров исследуемых сред. Обнаружено, что существенное влияние ТН на фазу ФА-сигнала проявляется в области частот, удовлетворяющих условию $\mu_s\beta \sim 1$, а для предельных случаев это влияние незначительно.

Предложена теория генерации второй гармоники ФА-сигнала, обусловленной температурной зависимостью теплофизических величин буферного газа и образца. Показано, что амплитуда этого сигнала квадратично зависит от интенсивности падающего луча, а от частоты зависит как $\omega^{-3/2}$ при $\mu_s\beta \gg 1$ и $\omega^{-5/2}$ при $\mu_s\beta \ll 1$.

PACS: 43.45.Ud

Введение

При исследовании сильнопоглощающих конденсированных сред с низким значением коэффициента теплопроводности κ с помощью фотоакустической (ФА) спектроскопии происходит существенное повышение температуры образцов [1,2], которое приводит к тому, что термодинамические, теплофизические и оптические параметры образцов перестают быть постоянными и становятся зависящими от температуры. Эту зависимость и принято называть тепловой нелинейностью (ТН) [3].

Очевидно, что в реальных экспериментах влияние ТН может играть двоякую роль. Во-первых, она будет существенно осложнять достаточно простые зависимости параметров ФА-сигнала от характеристик среды и параметров излучения, полученные в классических работах [4,5], и тем самым приведет к существенному искажению формы спектра и осложнению ее обработки. Во-вторых, она может существенно расширить информативность результатов ФА-экспериментов и позволит, в частности, получить информацию о термических коэффициентах теплофизических и оптических величин.

В [6–8] теоретически было предсказано и экспериментально обнаружено наличие существенного влияния температурной зависимости коэффициента тепло-

вого расширения жидкостей β_T на форму и параметры оптоакустического (ОА) импульса, а в [9,10] — также на эффективность преобразования лазерной энергии в акустическую, причем объектом исследования в [6–10], в основном, была вода с ее уникальным свойством — изменением знака и стремлением $\beta_T \rightarrow 0$ при $T_0 = 277$ К и значительным поглощением луча CO_2 -лазера. Как было показано в [11], влияние ТН, обусловленное температурной зависимостью величины коэффициента поглощения β на амплитуду ОА-сигнала в металлах, также значительно. Теоретическое и экспериментальное изучение влияния ТН, обусловленной температурной зависимостью κ , и теплоемкости единицы объема $C = \rho C_p$ системы, т. е. только теплофизических величин на параметры нелинейного термоволнового отклика, генерируемого в многослойных системах посредством воздействия лазерного излучения, интенсивность которого смодулирована по гармоническому закону с частотой ω , проводилось в [12,13]. Там, в частности, показана принципиальная возможность определения зависимости термических коэффициентов теплопроводности и теплоемкости от толщины пленок с помощью фотодефлекционного метода.

Между тем известно, что наличие нелинейности всегда порождает возбуждение высших гармоник генериру-

емого сигнала в исследуемой среде, и в первую очередь, второй [14]. Тепловая нелинейность не оказалась исключением. Об этом свидетельствует экспериментальное обнаружение и исследование характеристик сигнала второй гармоники ФА-сигнала „мираж“-эффектом [15], фотодефлекционным [16], газо-микрофонным [17] и инфракрасно-радиометрическим [18] методами и обнаруженная во всех случаях квадратичная зависимость амплитуды этого сигнала от интенсивности падающего луча I_0 . В упомянутых работах дано лишь качественное объяснение полученных результатов. Теоретическое описание результатов [15,16], выполненное в [19], основывалось именно на учете температурной зависимости $C(T)$ и $\kappa(T)$ образца, а решение термоволновой задачи проводилось для безграничной среды, и поэтому, как было справедливо замечено авторами [20], полученные ими выражения не могут быть использованы для вычисления амплитуды и фазы сигнала на частоте 2ω . В [21,22] термоволновая задача, в частности для второй гармоники, решена с учетом физической реальности исследуемых систем, включая тонкие пленки, покрытия и наличие подповерхностных трещин в образце. Возможность диагностики наличия трещин в керамических образцах фотодефлекционным методом и ФА-микроскопом последовательно изучалась в [23,24]. Однако вопрос о теоретическом исследовании влияния ТН на параметры ФА-сигнала на основной гармонике и особенности ее генерации на второй гармонике при газо-микрофонной регистрации сигнала, где существен и вклад ТН буферного газа, оказался нерассмотренным.

Настоящая работа посвящена построению теории нелинейного ФА-отклика, соответствующего случаю газо-микрофонной регистрации сигнала на основной и второй гармониках. Считаем, что исследуемая система обладает значительным коэффициентом поглощения и низким значением коэффициента теплопроводности. Как и в [12], будет рассмотрена ТН, обусловленная только температурной зависимостью теплофизических величин. Оптические величины считаются постоянными.

1. Вывод уравнений для нелинейных вкладов акустического колебания температуры

Следуя [4], рассмотрим классическую трехслойную модель ФА-камеры, состоящей из газового слоя (g), образца (s) и подложки (b). Падающий луч с интенсивностью I_0 смодулирован по гармоническому закону с частотой ω , а R — ее коэффициент отражения от образца (рис. 1). Газ и подложка считаются прозрачными. Тогда систему нелинейных уравнений теплопроводности для соответствующих слоев ФА-камеры можно записать в виде

$$C_i(T_i) \frac{\partial T_i'}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \kappa_i(T_i) \frac{\partial T_i'}{\partial x} + h_i, \quad (i = g, s, b), \quad (1)$$

где $h_g = h_b = 0$, $h_s = 0.5\beta I_0(1 - R) \exp \beta x(1 + \exp i\omega t)$.

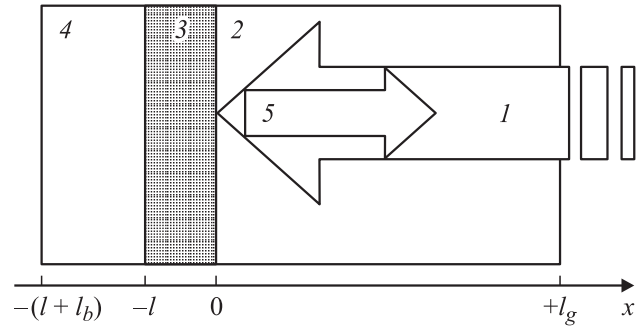


Рис. 1. Геометрия задачи: 1 — падающий луч, смодулированный по частоте, 2 — буферный газ (воздух), 3 — исследуемый образец, 4 — подложка, 5 — отраженная часть луча.

Ограничимся линейной зависимостью теплофизических параметров от температуры, т.е. $C_i(T) = C_i(T_0)(1 + \delta_i T_i')$, $\kappa_i(T) = \kappa_i(T_0)(1 + \delta_{2i} T_i')$, $\delta_i = \delta_{1i} - \beta T_i$, где δ_{1i} и δ_{2i} — температурные коэффициенты C_p и κ соответственно, T_0 — начальное значение температуры, а $T'(t, x)$ — ее приращение. Проведенные в [2] расчеты показали, что нагрев поверхности подложки, контактирующей с низкотеплопроводящим образцом, в 30–50 раз меньше по сравнению с нагревом поверхности образца, контактирующего с газовым слоем, т.е. незначителен. Этот факт позволяет допустить, что в рассматриваемом случае влияние ТН, обусловленной теплофизическими параметрами подложки, на параметры ФА-сигнала пренебрежимо мало. Тогда уравнение теплопроводности для подложки выпадает из рассмотрения, и из (1) получаем

$$\frac{\partial^2 T_i'}{\partial x^2} - \frac{1}{\chi_i^{(0)}} \frac{\partial T_i'}{\partial t} = -\frac{1}{2} \left(\delta_{2i} \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\delta_i}{\chi_i^{(0)}} \frac{\partial}{\partial t} \right) (T_i')^2 - H_i, \quad i = g, s, \quad (2)$$

где $H_g = 0$, $H_s = 0.5\beta(1 - R)I_0(\kappa_s^{(0)})^{-1} \exp \beta x(1 + \exp i\omega t)$, $\chi_i^{(0)} = \kappa^{(0)}/C_i(T_0)$, $\kappa_i^{(0)} = \kappa_i(T_0)$. Величину $T_i'(x, t)$ представим в виде суммы стационарных $T_{0i}(x)$, выражения для которых получены в [2], и акустических $\Phi_i(x, t)$ частей — $T_i'(x, t) = T_{0i}(x) + \Phi_i(x, t)$, подстановка которых в (2), после исключения временно-независимых частей, приводит к уравнениям

$$\frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial x^2} - \frac{1}{\chi_i^{(0)}} \frac{\partial \Phi_i}{\partial t} = -\frac{1}{2} \left(\delta_{2i} \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\delta_i}{\chi_i^{(0)}} \frac{\partial}{\partial t} \right) \times (2T_{0i}(x)\Phi_i + \Phi_i^2) - H_i, \quad i = g, s. \quad (3)$$

Учитывая, что в (3) присутствуют малые параметры δ_g , δ_{2g} , δ_s и δ_{2s} , акустическую часть возмущения температуры представим в виде суммы $\Phi_i(x, t) = \Phi_{Li}(x, t) + \Phi_{Ni}(x, t)$ линейных и нелинейных частей. Тогда, пренебрегая величинами высшего порядка малости, а также принимая во внимание уравнение для

нелинейных частей [4], для нелинейных составляющих будем иметь уравнения

$$\frac{\partial^2 \Phi_{Ni}}{\partial x^2} - \frac{1}{\chi_i^{(0)}} \frac{\partial \Phi_{Ni}}{\partial t} = -\frac{1}{2} \left(\delta_{2i} \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\delta_i}{\chi_i^{(0)}} \frac{\partial}{\partial t} \right) \times (2T_{0i}(x) + \Phi_{Li}(x, t)) \Phi_{Li}(x, t), \quad i = g, s. \quad (4)$$

Теперь величину $\Phi_{Ni}(x, t)$ представим в виде суммы $\Phi_{Ni}(x, t) = \Phi_{1Ni}(x, t) + \Phi_{2Ni}(x, t)$ нелинейных частей на основной $\Phi_{1Ni}(x, t)$ и второй $\Phi_{2Ni}(x, t)$ гармониках. Тогда, пренебрегая величинами высшего порядка малости, получим

$$\frac{\partial^2 \Phi_{1Ni}}{\partial x^2} - \frac{1}{\chi_i^{(0)}} \frac{\partial \Phi_{1Ni}}{\partial t} = - \left(\delta_{2i} \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\delta_i}{\chi_i^{(0)}} \frac{\partial}{\partial t} \right) \times T_{0i}(x) \Phi_{Li}(x, t), \quad i = g, s; \quad (5)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi_{2Ni}}{\partial x^2} - \frac{1}{\chi_i^{(0)}} \frac{\partial \Phi_{2Ni}}{\partial t} = -\frac{1}{2} \left(\delta_{2i} \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\delta_i}{\chi_i^{(0)}} \frac{\partial}{\partial t} \right) \Phi_{Li}^2(x, t), \quad i = g, s. \quad (6)$$

Нетрудно заметить, что на границе газ-образец в рамках рассмотренного приближения справедливы условия

$$\Phi_{1Ns}(t, 0) = \Phi_{1Ng}(t, 0), \quad \frac{\partial \Psi_{1g}}{\partial x} = \frac{\kappa_s^{(0)}}{\kappa_g^{(0)}} \frac{\partial \Psi_{1s}}{\partial x}; \quad (7)$$

$$\Phi_{2Ns}(t, 0) = \Phi_{2Ng}(t, 0), \quad \frac{\partial \Psi_{2g}}{\partial x} = \frac{\kappa_s^{(0)}}{\kappa_g^{(0)}} \frac{\partial \Psi_{2s}}{\partial x}. \quad (8)$$

Здесь использованы следующие обозначения:

$$\Psi_{1i}(x, t) = \Phi_{1Ni}(x, t) + \delta_{2i} T_{i0}(x) \Phi_{Li}(x, t), \quad (9)$$

$$\Psi_{2i}(t, x) = \Phi_{2Ni}(t, x) + 0.5 \delta_{2i} \Phi_{Li}^2(t, x).$$

Уравнения (5) и (6) совместно с граничными условиями (7), (8) являются искомыми и позволяют изучать влияние ТН теплофизических параметров исследуемой среды и газа на параметры нелинейности составляющей ФА-сигнала на основной частоте, а также исследовать основные особенности ее генерации на второй гармонике.

2. Основная гармоника

Уравнение (5) и граничные условия (7) являются исходными для изучения особенности формирования нелинейного ФА-отклика сильнопоглощающих сред. Учитывая [4], что $\Phi_L(x, t) = \Phi_L(x, \omega) \exp i\omega t$, положим $\Phi_{1Ni}(x, t) = \Phi_{1Ni}(x, \omega) \exp i\omega t$, и используя обозначения $\sigma_i^2 = i\omega/\chi_i^{(0)}$, $\sigma_i = (1+i)/\mu_i$, где $\mu_i = (2\chi_i^{(0)}/\omega)^{1/2}$ — длина тепловой диффузии, для функции $\Psi_{1i}(x, \omega)$, из (5) получим уравнения

$$\frac{d^2 \Psi_{1i}}{dx^2} - \sigma_i^2 \Psi_{1i} = \sigma_i^2 (\delta_i - \delta_{2i}) T_{0i}(x) \Phi_{Li}(x, \omega), \quad i = g, s, \quad (10)$$

решения которых можно представить в виде

$$\Psi_{1Ng} = \theta_{1N} e^{-\sigma_g x} + R_{1g} S_{1g}(x) e^{\sigma_g x} - R_{1g} S_{2g}(x) e^{-\sigma_g x}; \quad (11)$$

$$\Psi_{1Ns} = U_{1N} e^{\sigma_s x} + R_{1s} S_{1s}(x) e^{\sigma_s x} - R_{1s} S_{2s}(x) e^{-\sigma_s x}; \quad (12)$$

$$S_{1i}(x) = \int g_{0i}(x) \Phi_{Li}(x, \omega) e^{-\sigma_i x} dx,$$

$$S_{2i}(x) = \int g_{0i}(x) \Phi_{Li}(x, \omega) e^{\sigma_i x} dx. \quad (13)$$

Здесь использованы обозначение $R_{1i} = 0.5 \delta_{2i}^{-1} \sigma_i (\delta_i - \delta_{2i})$ и равенство $T_{0i}(x) = \delta_{2i}^{-1} g_{0i}(x)$. Амплитуды θ_{1N} и U_{1N} находятся из граничных условий (7) и, в частности, используя обозначения $a_i = \mu_i^{-1}$, $g = \kappa_g^{(0)} a_g / \kappa_s^{(0)} a_s$, для θ_{1N} получим

$$\theta_{1N} = [g_{0g}(0) \Phi_{Lg}(0, \omega) - g_{0s}(0) \Phi_{Ls}(0, \omega) - 2R_{1s} S_{2s}(0) - R_{1g} S_{1g}(0)(1-g) + R_{1g} S_{2g}(0)(1+g)](1+g)^{-1}. \quad (14)$$

Для определения параметров ФА-сигнала, регистрируемого газо-микрофонным способом, достаточно определить явный вид функции $\Phi_{1Ng}(x, \omega)$, выражение для которого, с учетом $\Phi_{Lg}(x, \omega) = \theta_L \exp(-\sigma_j x)$, можно записать в виде

$$\Phi_{1Ng}(x, \omega) = [\theta_{1N} - R_{1g} S_{2g}(x) - \theta_L g_{0g}(x)] \times \exp(-\sigma_g x) + R_{1g} S_{1g}(x) \exp(\sigma_g x). \quad (15)$$

Для вычисления интегралов (13) необходимо знать вид функций $\Phi_{Ls}(x, \omega)$, $g_{0g}(x)$ и $g_{0s}(x)$. При пренебрежении влиянием подложки справедливы равенства

$$\Phi_{Ls}(x, \omega) = U e^{\sigma_s x} - E e^{\beta x},$$

$$\theta_L = E(\beta - \sigma_s) \sigma_s^{-1} (1+g)^{-1}, \quad (16)$$

где $E = 0.5 \beta I_0 [\kappa_s(T_0)(\beta^2 - \sigma_s^2)]^{-1}$, $U = \theta_L + E$. Функции

$$g_{0g}(x) = \left[1 + \Theta_0 \delta_{2g} (2 + \Theta_0 \delta_{2g}) \left(1 - \frac{x}{l_g} \right) \right]^{1/2} - 1, \quad (17)$$

$$g_{0s}(x) = \left[1 + \delta_{2s} \left[\left(\Theta_0 (2 + \delta_{2s} \Theta_0) \left(1 + \frac{x}{l} \right) - W_0 (2 + \delta_{2s} W_0) \frac{x}{l} \right) + \frac{AI_0}{\beta \kappa_s^{(0)}} \left(1 + \frac{x}{l} - \exp \beta x - \frac{x}{l} E_1 \right) \right] \right]^{1/2} - 1 \quad (18)$$

получены из решения стационарной задачи с учетом влияния ТН теплофизических величин [2]. Здесь $A = 1 - R$, $E_1 = \exp(-\beta l)$, Θ_0 и W_0 — значения возмущения температуры облучаемой поверхности образца и ее тыльной стороны — границы образец-подложка. Учитывая, что $W_0 \ll \Theta_0$, и при $\beta \sim 10^5 \text{ cm}^{-1}$, $E_1 \ll 1$,

$I_0 = 1 \text{ W/cm}^2$, $\kappa_s^{(0)} \sim 0.5 \text{ W/m} \cdot \text{s}$, $\delta_{2s} \sim 10^{-3} \text{ K}^{-1}$, величина $\delta_{2s} I_0 (\beta \kappa_s (T_0))^{-1} \sim 10^{-5}$ также пренебрежимо мала. Введя обозначение $b_i = \delta_{2i} \Theta_0 (2 + \delta_{2i} \Theta_0)$, выражения (10) можно записать в виде

$$g_{0g}(x) = \left[\left(1 + b_g \left(1 - \frac{x}{l_g} \right) \right)^{1/2} - 1 \right],$$

$$g_{0s}(x) = \left[\left(1 + b_s \left(1 + \frac{x}{l} \right) \right)^{1/2} - 1 \right]. \quad (19)$$

Подстановка $\Phi_{Li}(x, \omega)$ и $g_{0i}(x)$ в подынтегральные выражения в (12) приводит к необходимости вычисления двух типов интегралов, процедура вычисления которых приведена в Приложении. Там же приведены результаты интегрирования (формулы (A1)–(A4)).

Из (15) и выражений для $S_{1g}(x)$ и $S_{2g}(x)$ видно, что нелинейная часть акустического колебания температуры газа, так же как и линейная, затухает в слое с толщиной, равной μ_g . Тогда и нелинейная составляющая возмущения давления, формирующая соответствующий вклад в ФА-сигнал, как и линейная [4], определяется усреднением $\Phi_{1Ng}(x, \omega)$ по длине тепловой диффузии в газе, т. е.

$$\delta p_{1N}(\omega) = \frac{\gamma p_0 2\pi \mu_g}{T_{00} l_g} \overline{\Phi_{1Ng}}(\omega) = \frac{\gamma p_0}{T_{00} l_g} \int_0^{2\pi \mu_g} \Phi_{1Ng}(x, \omega) dx, \quad (20)$$

где p_0 — равновесное значение давления, $T_{00} = T_0 + \theta_0$, а γ — показатель адиабаты. При интегрировании (20) примем во внимание то, что функции $S_{1g}(x)$, $S_{2g}(x)$ и $g_{0g}(x)$ в слое $0 \leq x \leq 2\pi \mu_g$ являются плавными. Это позволяет при интегрировании воспользоваться приближением $\int_0^{2\pi \mu_g} f(x) \exp(-\sigma_g x) dx \approx f(0) \sigma_g^{-1}$, учитывая, что $\mu_i/l_i \ll 1$, получим

$$\delta p_{1N}(\omega) = - \frac{\gamma p_0 \theta_L}{T_{00} l_g (1 + g) \sigma_g} \times \left[(\sqrt{1 + b_g} - 1) F_1 + (\sqrt{1 + b_s} - 1) F_2 \right], \quad (21)$$

где $F_1 = g + (1 + 2g)\Delta_g$, $F_2 = 1 + \Delta_s (\beta^2 - \sigma_s^2)^{-1} \times (\beta^2 - \sigma_s^2 (2 + g) + \beta \sigma_s (1 + g))$, $\Delta_i = (\delta_i - \delta_{2i})/2\delta_{2i}$. Учитывая, что линейная составляющая ФА-сигнала определяется выражением $\delta p_L = \gamma p_0 \theta_L / T_{00} l_g \sigma_g$, для суммарного акустического возмущения давления на основной частоте $\delta p_F = \delta p_L + \delta p_{1N}$ имеем

$$\delta p_{1F} = \delta p_L K_{1N} \exp(-i\psi_{1N}), \quad (22)$$

где K_{1N} и ψ_{1N} являются соответственно коэффициентом нелинейности и сдвигом фазы первой гармоники, связанными с ТН, и определяются выражениями

$$K_{1N} = (U_1^2 + U_2^2)^{1/2}, \quad \psi_{1N} = \arctg U_2/U_1. \quad (23)$$

Здесь использованы следующие обозначения:

$$U_1 = 1 - (\delta_{2s} + \Delta_g \delta_{2g}) \Theta_0 - \Theta_0 \Delta_s \delta_{2s} \varphi_1(\mu_s \beta),$$

$$U_2 = \Theta_0 \Delta_s \delta_{2s} \varphi_2(\mu_s \beta); \quad (24)$$

$$\varphi_1(\beta \mu_s) = \frac{\beta^3 \mu_s^3 (1 + \beta \mu_s) - 2(\beta \mu_s - 4)}{\beta^4 \mu_s^4 + 4},$$

$$\varphi_2(\beta \mu_s) = \frac{\beta \mu_s [\beta^2 \mu_s^2 + 2(1 - \beta \mu_s)]}{\beta^4 \mu_s^4 + 4}. \quad (25)$$

Заметим, что при $\Theta_0 = 0$ (отсутствие нагрева) параметр $K_{1N} = 1$ и тогда $\delta p_F = \delta p_L$, т. е. ФА-сигнал состоит только из линейной составляющей, а вклад ТН отсутствует.

Выражения (23)–(25) показывают, что частотные зависимости амплитуды и фазы исследуемой нелинейной составляющей являются достаточно сложными и могут быть определены лишь численно. В этой связи целесообразно получить выражения из (23), соответствующие низко- и высокочастотным случаям. Для этой цели введем характерную частоту процесса $\omega_c = 2\chi\beta^2$ [3], при которой длина тепловой диффузии μ_s равняется длине оптического поглощения β^{-1} .

Из выражений (24) и (25) следует, что функция $U_1(\beta \mu_s)$ является гладкой функцией $\beta \mu_s$, и с ростом Θ_0 уменьшается, а для предельных случаев справедливы равенства

$$U_1 = 1 - [(\delta_{2s} + \delta_{2g} \Delta_g) + 2\Delta_s \delta_{2s}] \Theta_0$$

при $\mu_s \beta \ll 1$, или $\omega \gg \omega_c$; (26)

$$U_1 = 1 - [(\delta_{2s} + \delta_{2g} \Delta_g + \Delta_s \delta_{2s}) \Theta_0$$

при $\mu_s \beta \gg 1$, или $\omega \ll \omega_c$. (27)

Следовательно, $U_1(\mu_s \beta \gg 1) > U_1(\mu_s \beta \ll 1)$. Функция $U_2(\beta \mu_s)$ является положительной и проходит через максимум при значении $\beta \mu_s \sim 1$.

Неравенство $|\delta p_{1N}| < |\delta p_L|$ позволяет получить условие $\Theta_0 < \Theta_0^*$, которое является критерием применимости предложенной теории, где $\Theta_0^* = |[\delta_{2s} + \delta_{2g} \Delta_g + \Delta_s \delta_{2s} (\varphi_1(\mu_s \beta) - \varphi_2(\mu_s \beta))]^{-1}|$ — температура, при которой $|\delta p_L| = |\delta p_{1N}|$. Расчеты показывают, что величина Θ_0^* слабо зависит от $\beta \mu_s$ (или частоты) и, в основном, определяется термическим коэффициентом, а при $\beta \mu_s \sim 1$ ее численное значение $\Theta_0^* \sim 100$ для эбонита и $\sim 400 \text{ K}$ для оксида циркония соответственно.

С учетом того, что $\sqrt{1 + b_i} - 1 = \delta_{2i} \Theta_0$, из (22) для предельных случаев следуют выражения

$$\frac{\delta p_F}{\delta p_L} = K_{1N(0)} = 1 + \frac{\Theta_0}{2} [(\delta_{2g} + \beta_{Tg} - \delta_{1g}) - (\delta_{1s} - \beta_{Ts} + \delta_{2s})]$$

при $\omega \ll \omega_c$, или $\beta \mu_s \gg 1$; (28)

$$\frac{\delta p_F}{\delta p_L} = K_{1N(\infty)} = 1 + \frac{\Theta_0}{2} [(\delta_{2g} + \beta_{Tg} - \delta_{1g}) - 2(\delta_{1s} - \beta_{Ts})]$$

при $\omega \gg \omega_c$, или $\beta \mu_s \ll 1$, (29)

откуда обнаруживается, что при $\mu_s \beta \ll 1$ (область высоких частот) температурная зависимость коэффициента теплопроводности образца не влияет на амплитуду нелинейной составляющей ФА-сигнала. Здесь $K_{1N(0)}$, $K_{1N(\infty)}$ соответствуют низко- и высокочастотным значениям величины $K_{1N}(\omega)$.

Выражения (22), (28) и (29) показывают, что зависимость амплитуды генерируемого нелинейного ФА-сигнала от интенсивности падающего луча определяется посредством зависимости величины Θ_0 от I_0 , что представляется нам вполне естественным. Как было показано в [2], эта зависимость для непрозрачных и низкотеплопроводящих систем с ростом I_0 переходит от линейной к степенной, с последующим переходом к зависимости $\Theta_0 \sim I_0^{1/2}$. Однако полную информацию можно получить, лишь выполнив соответствующие численные расчеты. На рис. 2, а приведены зависимости

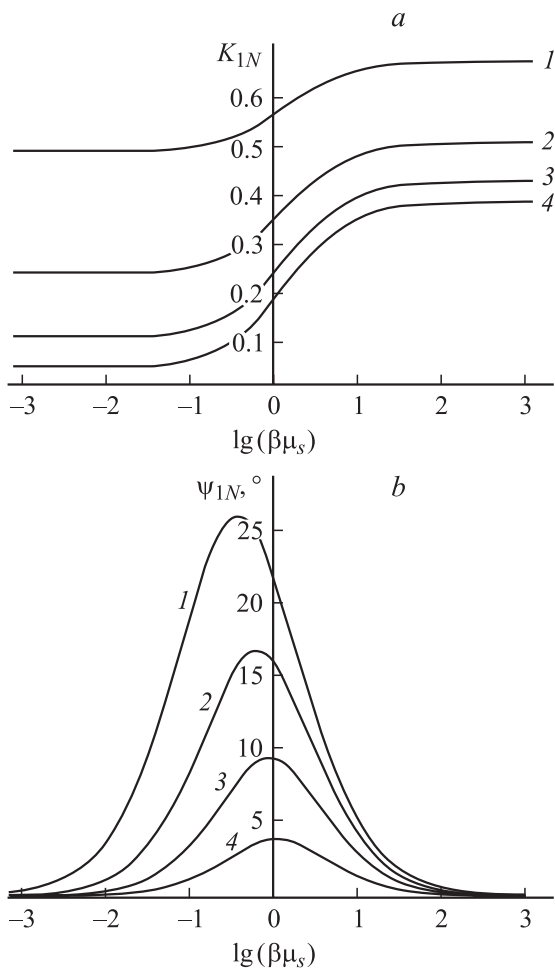


Рис. 2. Зависимости коэффициента тепловой нелинейности K_{1N} (а) и нелинейной составляющей фазы ψ_{1N} (б) от $\beta\mu_s$ для образцов из эбонита при значениях $\Theta_0 = 40$ (кривая 1), 60 (2), 70 (3), 75 (4) ($\delta_{1s} = 15.7 \cdot 10^{-3}$, $\delta_{2s} = 6.41 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$, $\kappa_s^{(0)} = 0.128 \text{ W/m} \cdot \text{K}$, температурный диапазон 293–353 К [25]; $\beta_T = 6 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ [26]); параметры для воздуха ($\delta_{1g} = 0.19 \cdot 10^{-3}$, $\delta_{2g} = 2.39 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$, $\beta_{Tg} = 3.4 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$ [26]).

$K_{1N} = |\delta p_{1F}/\delta p_L|$, т.е. зависимости нормированной к линейной составляющей суммарной амплитуды ФА-сигнала от $\beta\mu_s$ для эбонита. Откуда следует, что с ростом Θ_0 вклад от рассматриваемого вида ТН на амплитуду ФА-сигнала возрастает, а в предельных случаях $\mu_s \beta \gg 1$, $\mu_s \beta \ll 1$ принимает асимптотические значения, описываемые формулами (28) и (29). На частотной зависимости ψ_{1N} (рис. 2, б) обнаруживается наличие максимума в окрестности $\beta\mu_s \sim 1$, ее увеличение с ростом Θ_0 , причем сдвиг фазы, обусловленный наличием ТН, составляет десятки градусов. При этом с ростом Θ_0 максимум сдвига фазы смещается в область высоких частот. Этот факт указывает на то, что фаза ФА-сигнала в области частот, соответствующих условию $\beta\mu_s \sim 1$, является весьма чувствительным параметром к рассматриваемому виду тепловой нелинейности. Тогда, очевидно, измерения нелинейной составляющей фазы ФА-сигнала в этой области частот становятся достаточно информативными, поскольку в предельных случаях $\beta\mu_s \ll 1$ и $\beta\mu_s \gg 1$ величина ψ_{1N} значительно уменьшается и фактически ее вклад пренебрежимо мал.

Подставив из [2] выражение $\Theta_0 = [(4b_1|F| + b_2^2)^{1/2} - b_2]b_1^{-1}$, где $b_1 = 0.5(\delta_{2s} + a_1\delta_{2g})$, $b_2 = 1 + a_1$, $a_1 = l\kappa_g^{(0)}/I_g\kappa_s^{(0)}$, $F = \frac{AI_0}{2\beta\kappa_s^{(0)}}(1 - \beta l - E_1)$ в формулы для U_1 и U_2 , получим зависимости K_{1N} от I_0 . Проведен расчет зависимости K_{1N} от I_0 для некоторых низкотеплопроводящих систем (ПММА, полипропилена и оксида циркония). Результаты такого расчета приведены на рис. 3. Из этих зависимостей видно, что величина K_{1N} для одних сред с ростом I_0 уменьшается, а для других возрастает. Следовательно, в зависимости от теплофизических свойств исследуемых систем возможно, что $K_{1N} < 1$ или $K_{1N} > 1$. Линейная зависимость K_{1N} от I_0 , обнаруженная выше, указывает на то, что в этих системах для умеренных значений интенсивности падающего луча справедлива зависимость $|\delta p_{1N}| \sim I_0^2$. Однако для подробного изучения этого вопроса необходимо рассчитать зависимость $|\delta p_{1N}|/|\delta p_L|$ от I_0 . Учитывая, что $|\delta p_{1N}| = \sqrt{(U_1 - 1)^2 + U_2^2} |\delta p_L|$, для искомой величины получим выражение

$$\frac{|\delta p_{1N}|}{\delta p_L} = 0.5\Theta_0 \left[(2\delta_{2s} + (\delta_{1g} - \beta_{Tg} - \delta_{2g}) - (\delta_{1s} - \beta_{Ts} - \delta_{2s})\varphi_1(\mu_s\beta))^2 + (\delta_{1s} - \beta_{Ts} - \delta_{2s})\varphi_2(\mu_s\beta)^2 \right]^{1/2}, \quad (30)$$

которое показывает, что зависимость $|\delta p_{1N}|/|\delta p_L|$ от величины I_0 определяется функцией $\Theta_0(I_0)$. В выражении для $\Theta_0(I_0)$ параметр $a_1 \sim 10^{-2} \div 10^{-3}$, поэтому $b_2 \approx 1$ и $b_1 \approx 0.5\delta_{2s}$. Тогда $\Theta_0 \approx (0.5\delta_{2s})^{-1}[(\eta + 1)^{1/2} - 1]$, откуда получим, что $\Theta_0 \approx \eta/4\delta_{2s} \sim I_0$ при $\eta \ll 1$ и $\Theta_0 \approx \eta^{1/2}/2\delta_{2s} \sim I_0^{1/2}$ при $\eta \gg 1$, где $\eta = AI_0\delta_{2s}/\kappa_s^{(0)}$. Это означает, что $|\delta p_{1N}| \sim I_0^2$ при $\eta \ll 1$ и $|\delta p_{1N}| \sim I_0^{3/2}$ при $\eta \gg 1$ и, следовательно, отклонение от линейной зависимости $|\delta p_{1N}|/|\delta p_L|$ от I_0 следует ожидать при $\eta \sim 1$. Результаты расчета для эбонита в широком диапазоне

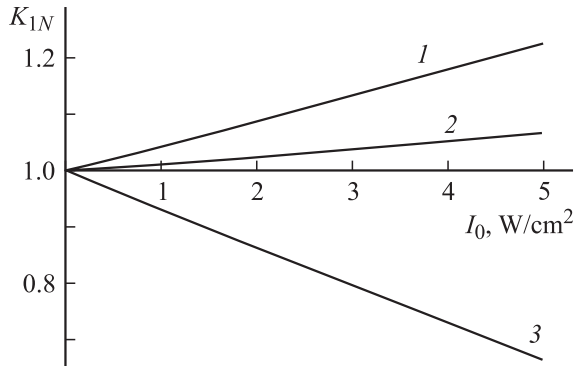


Рис. 3. Зависимость коэффициента тепловой нелинейности ФА-сигнала K_{1N} от интенсивности падающего луча I_0 для ZrO_2 (кривая 1) ($\delta_1 = 0.67 \cdot 10^{-3}$, $\delta_2 = 0.12 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$, температурный диапазон 400–700 К, $\beta_T = 0.45 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$, $\kappa_s^{(0)} = 1.7 \text{ W/m} \cdot \text{K}$ [26]), полипропилена (кривая 2) ($\delta_1 = 6.7 \cdot 10^{-3}$, $\delta_2 = -1.9 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$, температурный диапазон 293–393 К, $\beta_T = 1.1 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$, $\kappa_s^{(0)} = 0.22 \text{ W/m} \cdot \text{K}$ [28]) и ПММА (кривая 3) ($\delta_1 = 6.25 \cdot 10^{-3}$, $\delta_2 = 0.04 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$, температурный диапазон 293–353 К, $\beta_T = 7 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$, $\kappa_s^{(0)} = 0.16 \text{ W/m} \cdot \text{K}$ [27]).

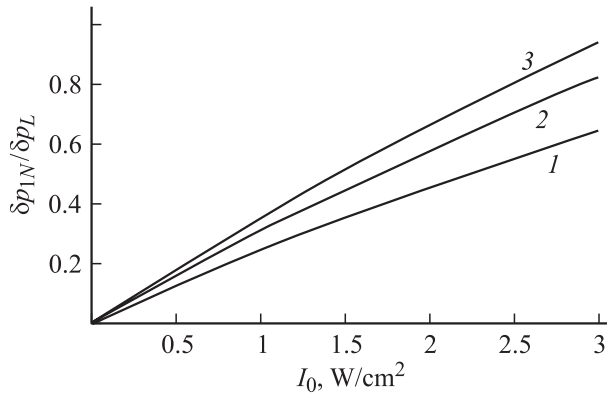


Рис. 4. Зависимость $|\delta p_{1N}/\delta p_L|$ от I_0 для эбонита при значении $\beta_{\mu_s} = 0.1$ (кривая 1), 1 (2) и 10 (3).

изменения частот (или β_{μ_s}), приведенном на рис. 4, полностью согласуются с этими выводами.

Исключив из амплитуды ФА-сигнала, измеряемой на опыте, линейную составляющую $|\delta p_L|$, получим экспериментальное значение величины $|\delta p_{1N}|$. отождествив эту величину с соответствующим теоретическим выражением, зная параметры газа, можно определить термические коэффициенты теплофизических величин исследуемой системы. Причем такие измерения весьма удобно проводить в области низких или высоких частот, где выражениями (28) и (29) установлена простая связь между $|\delta p_{1N}|/|\delta p_L|$ и термическими коэффициентами. Это позволяет сделать вывод, что исследование параметров нелинейного ФА-сигнала может стать независимым источником получения информации и, по-видимому, в некоторых случаях уникальным, о параметрах ТН конденсированных сред.

3. Вторая гармоника

Исходные уравнения для $\Phi_{2N}(x, t)$ — акустических колебаний температуры газа и образца на удвоенной частоте — были получены в разд. 1 и имеют вид

$$\frac{\partial^2 \Phi_{2Ni}}{\partial x^2} - \frac{1}{\chi_i^{(0)}} \frac{\partial \Phi_{2Ni}}{\partial t} = -\frac{1}{2} \left(\delta_{2i} \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\delta_i}{\chi_i^{(0)}} \frac{\partial}{\partial t} \right) \Phi_{Li}^2(x, t),$$

$$i = g, s, \quad (31)$$

из которых для величины $\Psi_{2i}(x, t) = \Phi_{2Ni}(t, x) + 0.5\delta_{2i}\Phi_{Li}^2(t, x)$ имеем

$$\frac{\partial^2 \Psi_{2i}}{\partial x^2} - \frac{1}{\chi_i^{(0)}} \frac{\partial \Psi_{2i}}{\partial t} = \frac{\delta_i - \delta_{2i}}{2\chi_i^{(0)}} \frac{\partial \Phi_{Li}^2}{\partial t}, \quad i = g, s. \quad (32)$$

Учитывая, что $\Phi_L^2 \approx \Phi_L^2(\omega, x) \exp i2\omega t$, положив в (32) $\Psi_{2i}(t, x) = \Psi_{2i}(\omega, x) \exp i2\omega t$ и, используя обозначения $\sigma_{2i}^2 = 2i\omega/\chi_i^{(0)}$, $R_{2i} = 0.5(\delta_i - \delta_{2i})\sigma_{2i}$, получим уравнения

$$\frac{d^2 \Psi_{2i}}{dx^2} - \sigma_{2i}^2 \Psi_{2i} = R_{2i} \sigma_{2i} \Phi_{Li}^2(\omega, x), \quad i = g, s, \quad (33)$$

решения, которых можно представить в виде

$$\Psi_{2g}(\omega, x) = \theta_{2Ng} e^{-\sigma_{2g}x} + e^{\sigma_{2g}x} W_{1g}(\omega, x) - e^{-\sigma_{2g}x} W_{2g}(\omega, x), \quad (34)$$

$$\Psi_{2s}(\omega, x) = U_{2Ns} e^{\sigma_{2s}x} + e^{\sigma_{2s}x} W_{1s}(\omega, x) - e^{-\sigma_{2s}x} W_{2s}(\omega, x). \quad (35)$$

Здесь использованы следующие обозначения:

$$W_{1i}(\omega, x) = \frac{R_{2i}}{2} \int e^{-\sigma_{2i}x} \Phi_{Li}^2(\omega, x) dx,$$

$$W_{2i}(\omega, x) = \frac{R_{2i}}{2} \int e^{\sigma_{2i}x} \Phi_{Li}^2(\omega, x) dx. \quad (36)$$

Вид функций $W_{1i}(\omega, x)$ и $W_{2i}(\omega, x)$ приведен в Приложении. Граничные условия $\Phi_{2Ns}(\omega, 0) = \Phi_{2Ng}(\omega, 0)$, $\frac{\kappa_s^{(0)}}{\kappa_g^{(0)}} \frac{\partial \Psi_{2s}(\omega, x)}{\partial x} = \frac{\partial \Psi_{2g}}{\partial x}$ на границе образец–газ ($x = 0$) позволяют получить систему алгебраических уравнений

$$\begin{aligned} \theta_{2N} + W_{1g}(\omega, 0) - W_{2g}(\omega, 0) \\ = U_{2N} + W_{1s}(\omega, 0) - W_{2s}(\omega, 0) + 0.5\theta_L^2(\delta_{2g} - \delta_{2s}) \\ -\theta_{2N} + W_{1g}(\omega, 0) + W_{2g}(\omega, 0) \\ = g^{-1}(U_{2N} + W_{1s}(\omega, 0) + W_{2s}(\omega, 0)) \end{aligned} \quad (37)$$

для θ_{2N} и U_{2N} . Из решений (37) для θ_{2N} получим

$$\begin{aligned} \theta_{2N} = (1 + g)^{-1} [0.5(\delta_{2g} - \delta_{2s})\theta_L^2 + (1 + g)W_{2g}(0, \omega) \\ - (1 - g)W_{1g}(0, \omega) - 2W_{2s}(0, \omega)]. \end{aligned} \quad (38)$$

Воспользуемся тем, что акустическая часть давления на второй гармонике ФА-сигнала, по аналогии с основной гармоникой, может быть определена равенством

$$\delta p_{2N}(2\omega, t) = \frac{\gamma p_0 2\pi \mu_{2g}(\omega)}{T_0 I_g} \bar{\Phi}_{2N}(\omega), \quad (39)$$

откуда следует необходимость усреднения величины $\Phi_{2N_g}(\omega, x) = \Psi_{2g}(\omega, x) - 0.5 \delta_{2g} \Phi_{2g}^2$ по толщине слоя $2\pi\mu_{2g}$, т.е. вычисление интеграла

$$\bar{\Phi}_{2N}(\omega) = \frac{1}{2\pi\mu_{2g}(\omega)} \int_0^{2\pi\mu_{2g}} \Phi_{2N}(\omega, x) dx, \quad (40)$$

где $\mu_{2g} = (\chi_g^{(0)}/\omega)^{1/2}$ — длина тепловой диффузии на удвоенной частоте. Отметим, что $\mu_2(\omega) = \mu(\omega)/\sqrt{2}$, т.е. длина тепловой диффузии на удвоенной частоте в $\sqrt{2}$ раза меньше, чем на основной частоте. Пользуясь выражениями (A5)–(A8), выполнив интегрирования и проделав алгебраические выкладки, имеем

$$\bar{\Phi}_{2N}(\omega) = \frac{1}{2\pi\mu_{2g}} \left[\frac{\theta_{2N}}{\sigma_{2g}} - \frac{\theta_L^2}{4\sigma_g} \left(\delta_{2g} + \frac{2R_{2g}\sigma_{2g}}{\sigma_{2g}^2 - 4\sigma_g^2} \right) \right]. \quad (41)$$

Учитывая равенства

$$W_{1g}(0, \omega) = -\frac{R_{2g}\theta_L^2}{2(\sigma_g + \sigma_{2g})}, \quad W_{2g}(0, \omega) = \frac{R_{2g}\theta_L^2}{2(\sigma_{2g} - 2\sigma_g)},$$

$$W_{2s}(0, \omega) = \frac{R_{2s}}{2} \left(\frac{U^2}{\sigma_{2s} + 2\sigma_s} - \frac{2UE}{\sigma_{2s} + \sigma_s + \beta} + \frac{E^2}{\sigma_{2s} + 2\beta} \right),$$

$$E = \frac{(1+g)\sigma_s\theta_L}{\beta - \sigma_s}, \quad U = \frac{(g\sigma_s + \beta)\theta_L}{\beta - \sigma_s}$$

для амплитуды θ_{2N} , входящий в (41), получим

$$\theta_{2N} = \frac{\theta_L^2}{2(1+g)} \left[\delta_{2g} - \delta_{2s} + \frac{2R_{2g}(\sigma_{2g} + 2g\sigma_{2g})}{\sigma_{2g}^2 - 4\sigma_g^2} - \frac{2R_{2s}}{(\beta - \sigma_s)^2} \right. \\ \left. \times \left(\frac{(g\sigma_s + \beta)^2}{\sigma_{2s} + 2\sigma_s} - \frac{2\sigma_s(1+g)(g\sigma_s + \beta)}{\sigma_{2s} + \sigma_s + \beta} + \frac{(1+g)^2\sigma_s^2}{\sigma_{2s} + 2\beta} \right) \right]. \quad (42)$$

Тогда, введя функцию

$$F_{2N} = \delta_{2g} - \delta_{2s} - \frac{(\delta_g - \delta_{2g})\sigma_{2g}(2g\sigma_g + \sigma_{2g})}{4\sigma_g^2 - \sigma_{2g}^2} \\ - \frac{(1+g)\sigma_{2g}}{2\sigma_g} \left(\delta_{2g} - \frac{(\delta_g - \delta_{2g})\sigma_{2g}^2}{4\sigma_g^2 - \sigma_{2g}^2} \right) - \frac{\sigma_{2s}(\delta_s - \delta_{2s})}{(\beta - \sigma_s)^2} \\ \times \left[\frac{(g\sigma_s + \beta)^2}{\sigma_{2s} + 2\sigma_s} - \frac{2(1+g)\sigma_s(g\sigma_s + \beta)}{\sigma_{2s} + \beta + \sigma_s} + \frac{(1+g)^2\sigma_s^2}{\sigma_{2s} + 2\beta} \right], \quad (43)$$

определяющую вклады ТН-образца и газа в формирование второй гармоники сигнала, для искомой величины получим

$$\delta p_{2N}(2\omega, t) = \frac{\gamma p_0 \mu_{2g} \theta_L^2 F_{2N}}{2\sqrt{2} l_g T_{00} (1+g)} \exp \left[i \left(\omega t - \frac{\pi}{4} \right) \right]. \quad (44)$$

Учитывая, что $g \ll 1$, и выполнив некоторые алгебраические преобразования, выражение (44) можно

переписать в виде

$$\delta p_{2N}(\omega, t) = \frac{\gamma p_0 \mu_{2g} \beta^2 I_0^2 \mu_s^4 D_1(\omega) D_2(\omega)}{32\sqrt{2} l_g T_{00} (\kappa_s^{(0)})^2} \exp [i(2\omega t - \psi_2)], \quad (45)$$

в котором использованы следующие обозначения:

$$D_1(\omega) = \frac{\beta^2 \mu_s^2 + (\beta \mu_s + 2)^2}{((\beta \mu_2 + 1)^2 + 1)^2},$$

$$D_2(\omega) = \sqrt{F_1^2(\omega) + F_2^2(\omega)},$$

$$F_1(\omega) = \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2}} (2\delta_{2g} - \delta_g) - \delta_{2s} \\ - \beta^2 \mu_s^2 (\delta_s - \delta_{2s}) (f_1 G_1 + f_2 G_2),$$

$$F_2(\omega) = \beta^2 \mu_s^2 (\delta_s - \delta_{2s}) (f_1 G_2 - f_2 G_1),$$

$$G_1(\omega) = \frac{\mu_s \beta (\mu_s \beta - 2)}{((\mu_s \beta - 1)^2 + 1)^2},$$

$$G_2(\omega) = \frac{2(\mu_s \beta - 1)}{((\mu_s \beta - 1)^2 + 1)^2},$$

$$f_1(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2} + 1} \left[1 - \frac{2\sqrt{2}(\sqrt{2} + 1)}{\mu_s \beta ((\sqrt{2} \beta \mu_s + 1)^2 + 1)} \right. \\ \left. - \frac{4\sqrt{2}(\sqrt{2} + 1)^2}{\beta \mu_s ((\beta \mu_s + \sqrt{2} + 1)^2 + (\sqrt{2} + 1)^2)} \right],$$

$$f_2(\omega) = \frac{2\sqrt{2}}{\beta \mu_s} \left(\frac{2(\beta \mu_s + \sqrt{2} + 1)}{(\beta \mu_s + \sqrt{2} + 1)^2 + (\sqrt{2} + 1)^2} \right. \\ \left. - \frac{1}{\mu_s \beta} \frac{\beta \mu_s + \sqrt{2}}{(\sqrt{2} \beta \mu_s + 1)^2 + 1} \right),$$

$$\psi_2 = \frac{\pi}{4} + \psi_{2(1)} + 2\psi_{2(2)}, \quad \psi_{2(1)} = \arctg F_1/F_2,$$

$$\psi_{2(2)} = \arctg \left(\frac{\beta \mu_s + 2}{\beta \mu_s} \right).$$

Выражение (45) показывает, что зависимости параметров второй гармоники ФА-сигнала от частоты также являются сложными функциями и поэтому целесообразно получить вид $\delta p_{2N}(\omega, t)$ для случая предельно низких и высоких частот.

В области низких частот, когда $\omega \ll \omega_c$ или $\mu_s \beta \gg 1$, получим, что $|F_1(\omega)| \gg F_2(\omega)$, $D_1(\omega) \approx 2(\beta \mu_s)^{-2}$, $D_2(\omega) \approx (2 + \sqrt{2})^{-1} |2\delta_{2g} - \delta_g - \sqrt{2}\delta_s - 2\delta_{2s}|$, $\psi_{2(1)} \approx 0$, $\psi_{2(2)} \approx \pi/4$, и тогда искомое выражение примет вид

$$\delta p_{2(0)}(2\omega, t) = \frac{\gamma p_0 A_0^2 I_0^2 \mu_s^2 \mu_{2g}}{32\sqrt{2} l_g T_{00} (\kappa_s^{(0)})^2} K_{2(0)} \exp [i(2\omega t - 3\pi/4)], \quad (46)$$

где $K_{2(0)} \approx 2(2 + \sqrt{2})^{-1} |2\delta_{2g} - \delta_g - \sqrt{2}\delta_s - 2\delta_{2s}|$ — комбинация термических коэффициентов теплофизических

величин газа и образца. Из (46) следует частотная зависимость $\delta p_{2N(0)}(2\omega) \sim \omega^{-3/2}$, в то время как $\delta p_L(\omega) \sim \omega^{-1}$, а запаздывание фазы $\psi_{2(0)} = 3\pi/4$, в то время как для основной гармоники $\psi_1 = \pi/2$.

В области высоких частот, когда $\omega \gg \omega_c$ и $\mu\beta \ll 1$, $|F_1(\omega)| \gg F_2(\omega)$ и справедливы выражения $D_1(\omega) \approx 1$, $D_2(\omega) \approx (2 + \sqrt{2})^{-1}(2\delta_{2g} - \delta_g) - \delta_s$, $\psi_{2(1)} \approx 0$, $\psi_{2(2)} \approx \pi/2$, тогда

$$\delta p_{2(\infty)}(2\omega, t) = \frac{\gamma p_0 A_0^2 \beta^2 I_0^2 \mu_s^4 \mu_{2g}}{32\sqrt{2} l_g T_{00} (\kappa_s^{(0)})^2} K_{2(\infty)} \times \exp[i(2\omega t - 5\pi/4)], \quad (47)$$

$K_{2(\infty)} = (2 + \sqrt{2})^{-1} |2\delta_{2g} - \delta_g - (2 + \sqrt{2})\delta_s|$. Из (47) видно, что в этом случае справедлива зависимость $\delta p_{2N}(2\omega) \sim \omega^{-5/2}$, в то время как $\delta p_L(\omega) \sim \omega^{-3/2}$; а для фазы $\psi_{2(\infty)} = 5\pi/4$, а $\psi_1 = 3\pi/4$.

Выражения (46) и (47) являются асимптотическими и справедливыми, как выше было отмечено, для предельно низких и предельно высоких частот соответственно. Для получения полной картины частотной зависимости амплитуды и фазы генерируемой второй гармоники ФА-сигнала необходимо провести численные расчеты для систем, теплофизические параметры которых соответствуют рассматриваемому случаю.

Из (45) следует, что амплитуда второй гармоники ФА-сигнала определяется выражением

$$|\delta p_2(2\omega)| = \frac{\gamma p_0 I_0^2 \mu_{2g} \mu_s^2}{32\sqrt{2} l_g T_{00} (\kappa_s^{(0)})^2} \mu_s^2 \beta^2 D_1(\omega) D_2(\omega). \quad (48)$$

Вид этой функции указывает на то, что частотные особенности этой величины можно описать, введя функцию $K_2(\omega) = \mu_s^2 \beta^2 D_1(\omega) D_2(\omega)$, поскольку множитель $\gamma p_0 I_0^2 \mu_{2g} \mu_s^2 / 32\sqrt{2} l_g T_{00} (\kappa_s^{(0)})^2$ без особенного труда может быть вычислен. Результаты численного расчета $K_2(\omega)$ для ПММА, полипропилена и оксида циркония представлены на рис. 5. Существенное отличие искомой зависимости для этих систем связано с соответствующими вкладами от $F_1(\omega)$ и $F_2(\omega)$, что, в свою очередь, определяется значениями параметров ТН. Для всех систем $F_1(\omega)$ медленно растет и при $\beta\mu_s \gg 1$ переходит к своему асимптотическому значению, а $F_2(\omega)$ имеет максимум при $\beta\mu_s \approx 2$. Для оксида циркония (кривая 1; $K_{2(0)} = 3.84 \cdot 10^{-3}$, $K_{2(\infty)} = 1.67 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$) во всем частотном диапазоне $F_1(\omega) \gg F_2(\omega)$, поэтому зависимость $K_2(\omega)$ от ω совпадает с поведением $F_1(\omega)$. Для ПММА (кривая 2; $K_{2(0)} = 0.6 \cdot 10^{-3}$, $K_{2(\infty)} = 3.9 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$) максимальное значение $F_2(\omega) \sim |F_1(\omega)|$, поэтому дальнейший спад $F_2(\omega)$ послужил причиной появления максимума в окрестности $\beta\mu_s \sim 2$. Искомая зависимость для полипропилена (кривая 3; $K_{2(0)} = 1.26 \cdot 10^{-3}$, $K_{2(\infty)} = 4.35 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$) проходит не только через максимум при $\beta\mu_s \sim 2$, но и через минимум при $\beta\mu_s \sim 10$.

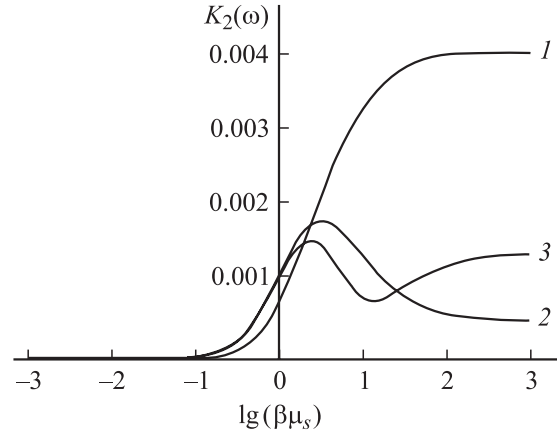


Рис. 5. Зависимость величины $K_2(\omega) = [32\sqrt{2} l_g T_{00} (\kappa_s^{(0)})^2 / \gamma p_0 \mu_{2g} \mu_s^2] \cdot |\delta p_2(2\omega)|$ от параметра $\beta\mu_s$ для ZrO_2 (кривая 1), ПММА (2) и полипропилена (3). Параметры те же, что на рис. 3.

Появление минимума обусловлено тем, что с увеличением $\beta\mu_s$ функции $F_1(\omega)$ растет, и при $\beta\mu_s \approx 10$ величина $F_1(\omega) \approx 0$ и переходит из области отрицательных значений в область положительных, и в дальнейшем эта функция имеет положительные значения и слабо растет, в то время как функция $F_2(\omega) > 0$ и резко падает. Общим для вышеприведенных кривых является то, что: в области низких частот $\beta\mu_s \gg 1$, $K_2(\omega) \rightarrow K_{2(0)}$, и это значение значительно больше величины $K_{2(\infty)}(\omega)\beta^2\mu_s^2$, соответствующего случаю $\beta\mu_s \ll 1$; в области высоких частот $\beta\mu_s \ll 1$ зависимость $K_2(\omega)$ от $\beta\mu_s$ для всех систем зануляется пропорционально $K_{2(\infty)}(\omega)\beta^2\mu_s^2$. Вышеприведенные зависимости $K_2(\omega)$ для трех различных систем позволяют считать, что наиболее удобным для определения термических коэффициентов исследуемых систем является измерение амплитуды ФА-сигнала на удвоенной частоте в области как низких, так и высоких частот. Этому благоприятствуют и простые соотношения между $K_{2(0)}$, $K_{2(\infty)}$ и термическими коэффициентами.

Анализ выражения для фазы показывает, что лишь $\psi_{2(1)}(\omega)$ связано с термическими коэффициентами систем, а другие зависят только от частоты. Результаты численного расчета зависимости фазы второй гармоники от $\beta\mu_s$ для ряда систем, представленные на рис. 6, показывают, что в области низких частот $\psi_{2(0)} \approx 3\pi/4$, а в области высоких — $\psi_{2(\infty)} \approx 5\pi/4$. Эти значения полностью согласуются с оценками (46) и (47), полученными для этих случаев. Вместе с тем обнаруживается, что для ПММА (кривая 3) эта зависимость проходит через пологий максимум в окрестности $\beta\mu_s \sim 10$, что обусловлено наличием аналогичной зависимости $\psi_{2(1)}$. В связи с этим нам представляется, что измерения фазы ФА-сигнала второй гармоники в области частот, где значения $\beta\mu_s \sim 1$, может стать независимым источником информации о термических коэффициентах низкотеплопроводящих систем.

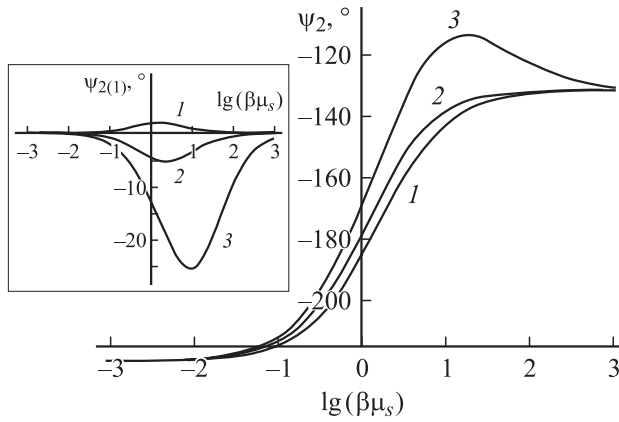


Рис. 6. Зависимость фазы второй гармоники ФА-сигнала $\psi_2(\omega)$ и ее составляющей $\psi_{2(1)}(\omega)$ (слева сверху) от параметра $\beta\mu_s$ для ZrO_2 (кривая 1), эбонита (2) и ПММА (3).

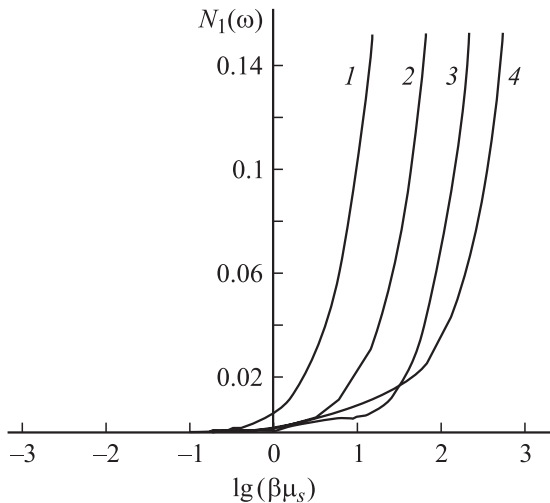


Рис. 7. Зависимость величины $N_1(\omega) = [8\sqrt{2}\kappa_s^{(0)}/I_0] \times |\delta p_2(\omega)/\delta p_1(\omega)|$ от параметра $\beta\mu_s$ для эбонита (кривая 1), ZrO_2 (2), полипропилена (3) и ПММА (4).

Учитывая, что в линейном приближении амплитуда ФА-сигнала на основной частоте определяется как $|\delta p_L| = \gamma p_0 |\theta_L| \mu_g / \sqrt{2} l_g T_{00}$, то амплитуду ФА-сигнала второй гармоники можно переписать в виде

$$|\delta p_2(2\omega)| = 1/2\sqrt{2} |\theta_L F_{2N}(\omega)| |\delta p_L(\omega)|. \quad (49)$$

Поскольку $|\theta_L| = \sqrt{D_1(\omega)} \beta \mu_s^2 I_0 / 4\kappa_s^{(0)}$, $|F_{2N}| = D_2(\omega)$, выражение (49) представим в виде

$$\frac{|\delta p_2(\omega)|}{|\delta p_L(\omega)|} = \frac{\beta I_0 \mu_s^2}{8\sqrt{2}\kappa_s^{(0)}} D_2(\omega) \sqrt{D_1(\omega)}. \quad (50)$$

Учитывая, что величина $I_0 \beta / 8\sqrt{2}\kappa_s^{(0)}$ не зависит от частоты, удобно выполнить численные расчеты функции

$$N_1(\omega) = \frac{8\sqrt{2}\kappa_s^{(0)}\beta}{I_0} \frac{|\delta p_2(\omega)|}{|\delta p_L(\omega)|} = \beta^2 \mu_s^2 D_2(\omega) \sqrt{D_1(\omega)}. \quad (51)$$

Результаты численного расчета частотной зависимости $N_1(\omega)$ для эбонита, оксида циркония, полипропилена и ПММА показаны на рис. 7, откуда следует, что в области низких частот ($\beta\mu_s \gg 1$) справедлива линейная зависимость $N_1(\omega) \approx (K_{2(0)}/\sqrt{2})\beta\mu_s$, а в области высоких частот ($\beta\mu_s \ll 1$), $N_1(\omega) \approx K_{2(\infty)}\beta^2\mu_s^2$, т.е. квадратично стремится к нулю. Переход от одного случая к другому совершается в области $\beta\mu_s \sim 1$, и здесь обнаруживается небольшой излом. Из этого графика следует, что при $I_0 = 10^5 \text{ W/m}^2$, $\beta = 10^7 \text{ m}^{-1}$, $\beta\mu_s = 10$ в абсолютных значениях справедливы оценки $|\delta p_2|/|\delta p_1| \approx 10^{-3}$ (для эбонита), 10^{-4} (для ПММА и полипропилена) и 10^{-5} (для оксида циркония). Очевидно, что уменьшение β на один-два порядка, что вполне реально (см., например, [29]), приводит к соответствующему увеличению величины $|\delta p_2|/|\delta p_1|$.

Таким образом, можно заключить, что исследование особенностей параметров второй гармоники ФА-сигнала при ее газомикрофонной регистрации может стать независимым источником получения информации о теплофизических и оптических параметрах, включая параметры ТН, в исследуемых системах.

Заключение

В настоящей работе развита теория возмущения, которая позволяет детально исследовать влияние температурной зависимости теплофизических параметров сильнопоглощающих и низкотеплопроводящих образцов и буферного газа на характеристики нелинейного фотоакустического отклика на основной частоте, также предложена теория генерации второй гармоники ФА-сигнала при ее газомикрофонной регистрации. Получено выражение для параметров нелинейной составляющей ФА-сигнала на основной гармонике и обнаружено, что

— зависимость ее амплитуды $|\delta p_{1N}|$ от интенсивности падающего луча I_0 является сложной вместо ожидаемой квадратичной, $|\delta p_{1N}| \sim I_0^2$ при $AI_0 l \delta_{2s} / \kappa_s^{(0)} \ll 1$, $|\delta p_{1N}| \sim I_0^{3/2}$ при $AI_0 l \delta_{2s} / \kappa_s^{(0)} \gg 1$;

— в области низких ($\mu_s \beta \gg 1$) и высоких ($\mu_s \beta \ll 1$) частот $|\delta p_{1N}|$ описывается простыми выражениями, которые позволяют из обработки результатов эксперимента определять параметры ТН;

— вклад $|\delta p_{1N}|$ в суммарную (измеряемую) амплитуду ФА-сигнала в зависимости от термических коэффициентов может быть как положительным, так и отрицательным;

— нелинейная составляющая фазы ФА-сигнала имеет максимальное значение в области частот, удовлетворяющих условию $\beta\mu_s \sim 1$, а для предельных случаев ее влияние пренебрежимо мало.

Показано, что частотная зависимость амплитуды второй гармоники ФА-сигнала является весьма чувствительной к значениям параметров ТН-среды, а в пределе низких и высоких частот эти зависимости являются достаточно простыми и могут быть использованы для определения параметров среды. Выявлено, что $|\delta p_2(\omega)| \sim \omega^{-3/2}$ при $\mu_s\beta \gg 1$ и $|\delta p_2(\omega)| \sim \omega^{-5/2}$ при $\mu_s\beta \ll 1$. Фаза этого сигнала чувствительна к наличию ТН лишь в области $\beta\mu_s \sim 1$, а в пределе низких и высоких частот соответственно, составляет $3\pi/4$ и $5\pi/4$ и не зависит от ТН-среды. Установлено, что в зависимости от свойств среды $|\delta p_2(\omega)|/|\delta p_L(\omega)| \sim 10^{-3}-10^{-5}$.

Настоящая работа неоднократно и на различных стадиях выполнения обсуждалась с В.В. Прокловым и А.А. Карабутовым, которым авторы выражают свою признательность. Мы также весьма признательны В.Э. Гусеву за обсуждение полученных результатов.

Приложение

1) Функция $f(x, y) = \int [(1 \pm yx)^{1/2} - 1] dx$ при $y = 0$ равняется нулю. Однако интеграл $f(x, y) = \int [(1 \pm yx)^{1/2} - 1] dx = \pm(2/3y)(1 \pm yx)^{3/2} - x + G$ при $y = 0$ расходится. Из требования $f(x, 0) = 0$ находим, что $G = \mp(2/3y)$. Тогда подстановка G приведет к результату $f(x, y) = \pm(2/3y)[(1 \pm yx)^{3/2} - 1] - x$, который свободен от указанного недостатка. Этот прием использован при вычислении $S_{2g}(x)$ и первого слагаемого в $S_{1s}(x)$.

2) Интегралы типа $f(x) = \int \sqrt{1 - bx}/e^{ax} dx$ родственны эллиптическим интегралам и также могут быть вычислены лишь приближенно, для этого достаточно воспользоваться тем, что $b_i(1 + b_i)|x/l| < 1$ и, разложив в ряд подкоренные выражения, ограничиться первыми двумя слагаемыми.

3) Используя вышеприведенную процедуру вычисления интегралов, получим

$$S_{1g}(x) \approx \frac{\theta_L}{2\sigma_g} \left[1 - \sqrt{1 + b_g} + \frac{b_g}{2l_g\sqrt{1 + b_g}} \left(x + \frac{1}{2\sigma_g} \right) \right] \exp(-2\sigma_g x), \quad (A1)$$

$$S_{2g}(x) = - \left[\frac{2l_g}{3b_g} (1 + b_g)^{3/2} \left[\sqrt{\left(1 - \frac{b_g x}{(1 + b_g)l} \right)^3} - 1 \right] + x \right] \theta_L, \quad (A2)$$

$$S_{1s}(x) \approx U \left[\frac{2l}{3b_s} (1 + b_s)^{3/2} \left(\sqrt{\left(1 + \frac{b_s x}{(1 + b_s)l} \right)^3} - 1 \right) - x \right] - \frac{E}{(\beta - \sigma_s)_1} \left[\sqrt{1 + b_s} - 1 + \frac{b_s}{2l\sqrt{1 + b_s}} \left(x - \frac{1}{\beta - \sigma_s} \right) \right] \exp[(\beta - \sigma_s)x], \quad (A3)$$

$$S_{2s}(x) \approx \frac{U}{2\sigma_s} \left[\sqrt{1 + b_i} - 1 + \frac{b_s}{2l\sqrt{1 + b_i}} \left(x - \frac{1}{2\sigma_s} \right) \right] \exp 2\sigma_s x - \frac{E}{\beta + \sigma_s} \left[\sqrt{1 + b_i} - 1 + \frac{b_s}{2l\sqrt{1 + b_i}} \left(x - \frac{1}{\beta + \sigma_s} \right) \right] \exp(\beta + \sigma_s)x. \quad (A4)$$

4) Подставив функции $\Phi_{Lg}(x, \omega)$ и $\Phi_{Ls}(x, \omega)$, вид которых приведен в разд. 2, в выражения (36), выполнив интегрирования в функциях $W_{1i}(\omega, x)$ и $W_{2i}(\omega, x)$, необходимые для вычисления $\Psi_{2i}(\omega, x)$ и θ_{2N} , получим следующие формулы:

$$W_{1g}(\omega, x) = - \frac{R_{2g}\theta_L^2}{2(\sigma_{2g} + 2\sigma_g)} \exp[-(\sigma_{2g} + 2\sigma_g)x], \quad (A5)$$

$$W_{2g}(\omega, x) = - \frac{R_{2g}\theta_L^2}{2(2\sigma_g - \sigma_{2g})} \exp[-(2\sigma_g - \sigma_{2g})x], \quad (A6)$$

$$W_{1s}(\omega, x) = \frac{R_{2s}}{2} \left[\frac{U^2 \exp[(2\sigma_s - \sigma_{2s})x]}{2\sigma_s - \sigma_{2s}} - \frac{2UE \exp[(\sigma_s + \beta - 2\sigma_{2s})x]}{\sigma_s + \beta - 2\sigma_{2s}} + \frac{E^2 \exp[(2\beta - \sigma_{2s})x]}{2\beta - \sigma_{2s}} \right], \quad (A7)$$

$$W_{2s}(\omega, x) = \frac{R_{2s}}{2} \left[\frac{U^2 \exp[(2\sigma_s + \sigma_{2s})x]}{2\sigma_s + \sigma_{2s}} - \frac{2UE \exp[(\sigma_s + \beta + 2\sigma_{2s})x]}{\sigma_s + \beta + 2\sigma_{2s}} + \frac{E^2 \exp[(2\beta + \sigma_{2s})x]}{2\beta + \sigma_{2s}} \right]. \quad (A8)$$

Список литературы

- [1] Opsal J., Rosenswaig A., Willenborg L.D. // Appl. Optics. 1983. Vol. 22. N 20. P. 3169–3176.
- [2] Мадвалиев У., Салихов Т.Х., Шарифов Д.М. // ЖТФ. 2004. Т. 74. Вып. 2. С. 17–23.
- [3] Гусев В.Э., Карабутов А.А. Лазерная оптоакустика. М.: Наука, 1991. 304 с.
- [4] Rosenswaig A., Gersho A. // J. Appl. Phys. 1976. Vol. 47. N 1. P. 64–69.
- [5] McDonald F.A., Wetsel G.C., jr. Phys. Acoustic / Ed. Mason W.P., Thurston R.N. 1988. Vol. 18. P. 168–277.
- [6] Бурмистрова Л.В., Карабутов А.А., Руденко О.В. и др. // Акуст. журн. 1979. Т. 25. Вып. 4. С. 616–618.
- [7] Дунина Т.А., Егоров С.В., Лямшев Л.М. и др. // Акуст. журн. 1979. Т. 25. Вып. 4. С. 622–625.

- [8] *Лямшев Л.М., Наугольных К.А.* // Акуст. журн. 1981. Т. 27. Вып. 5. С. 641–668.
- [9] *Островская Г.В.* // ЖТФ. 2002. Т. 72. Вып. 10. С. 95–102.
- [10] *Островская Г.В.* // ЖТФ. 2002. Т. 72. Вып. 12. С. 64–71.
- [11] *Бондаренко А.А., Вологдин А.К., Кондратьев А.И.* // Акуст. журн. 1980. Т. 26. Вып. 6. С. 828–832.
- [12] *Mandelis A., Salnick A., Opsal J., Rosenswaig A.* // J. Appl. Phys. 1999. Vol. 85. N 3. P. 1811–1821.
- [13] *Salnick A., Opsal J., Rosenswaig A., Mandelis A.* // Solid Stat. Com. 2000. Vol. 114. N 1. P. 133–136.
- [14] *Бломберген Н.* Нелинейная оптика. М.: Мир, 1966. 424 с.
- [15] *Rajakarunapayake Y.N., Wickramasinghe H.K.* // Appl. Phys. Lett. 1986. Vol. 48. N 3. P. 218–220.
- [16] *Wetsel G.C., Spicer J.M.* // Can. J. Phys. 1986. Vol. 64. P. 1269–1275.
- [17] *Peralta S.B., Al-Khafaji H.H., Williams A.W.* // Nondestr. Test. Eval. 1991. Vol. 6. P. 17–23.
- [18] *Wang C., Li P.* // J. Appl. Phys. 1993. Vol. 49. N 9. P. 5713–5717.
- [19] *Doka O., Miklos A., Lorincz A.* // Appl. Phys. 1989. A48. P. 415–417.
- [20] *Gusev V., Mandelis A., Bleiss R.* // Int. J. of Thermophys. 1993. Vol. 14. N 2. P. 321–337.
- [21] *Gusev V., Mandelis A., Bleiss R.* // Appl. Phys. 1993. A57. P. 229–233.
- [22] *Gusev V., Mandelis A., Bleiss R.* // Mater. Sci. Eng. 1994. B26. N 1. P. 111–119.
- [23] *Муратиков К.Л., Глазов А.Л.* // ЖТФ. 2001. Т. 71. Вып. 6. С. 110–115.
- [24] *Муратиков К.Л., Глазов А.Л., Роуз Д.Н.* и др. // Письма в ЖТФ. 2002. Т. 28. Вып. 9. С. 48–57.
- [25] *Васильев Л.Л., Танаева С.А.* Теплофизические свойства пористых материалов. Минск: Наука и Техника, 1971. 278 с.
- [26] Физические величины / Под ред. И.С. Григорьева и Е.З. Мейлихова. М.: Энергоатомиздат, 1991. 1232 с.
- [27] *Новиченок Л.Н., Шульман З.П.* Теплофизические свойства полимеров. Минск: Наука и Техника, 1971. 120 с.
- [28] *Иванов Д.В., Фридман М.Л.* Полипропилен. М.: Химия, 1974. 272 с.
- [29] *Золотарев В.М., Морозов В.Н., Смирнов Е.В.* Оптические постоянные природных и технических сред. Л.: Химия, 1984. 216 с.