

02;07;09;12

## Квантовые $M_x$ -магнитометры с оптической накачкой: цифровые способы измерения частоты $M_x$ -резонанса в быстро меняющемся поле

© А.К. Вершовский, А.С. Пазгалев

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН,  
194021 Санкт-Петербург, Россия  
e-mail: antver@mail.ioffe.ru

(Поступило в Редакцию 28 декабря 2005 г.)

Предложен новый способ построения петли фазовой автоподстройки частоты квантового  $M_x$ -магнитометра с оптической накачкой. Способ основан на цифровых технологиях и обеспечивает повышенную точность и быстроедействие отслеживания частоты магнитного резонанса в быстро меняющемся поле.

PACS: 07.55.Ge

### Постановка задачи

Принцип работы квантовых  $M_x$ -магнитометров с оптической накачкой (КМОН) основан на измерении частоты вынужденных осцилляций поперечной компоненты полного атомного момента [1]. Сигнал атомного резонанса в КМОН возникает, когда частота приложенного к ячейке с атомами щелочного металла радиополя совпадает с частотой атомного перехода, при этом интенсивность прошедшего через ячейку света накачки оказывается модулирована с частотой приложенного радиополя и с фазой, зависящей от расстройки радиополя относительно атомного резонанса. На этом эффекте основано оптическое детектирование атомного резонанса, характеризующееся крайне высокой по сравнению с детектированием в протонных магнитометрах чувствительностью — на один квант поглощенного атомом радиополя возникает один оптический квант, обладающий примерно в миллиард раз большей энергией.

В качестве рабочего вещества наиболее чувствительных КМОН используются атомы щелочных металлов: цезий, рубидий и калий. Используемые в цезиевых и рубидиевых магнитометрах в качестве рабочего вещества  $^{133}\text{Cs}$  и  $^{87}\text{Rb}$  обладают малым квадратичным зеемановским расщеплением, в результате чего в земных магнитных полях резонансные линии атома сливаются в одну широкую (порядка 20 нТ) несимметричную линию, форма и положение центра которой зависят от параметров накачки, ориентации прибора в магнитном поле и пр.

Изотопы калия  $^{39}\text{K}$  и особенно  $^{41}\text{K}$  обладают много большим квадратичным зеемановским расщеплением; в земных магнитных полях структура резонансных линий атома К хорошо разрешена, и ширина этих линий может быть снижена до 0.2 нТ. С этим связана многократно увеличенная по сравнению с цезиевыми и рубидиевыми приборами абсолютная точность и долговременная стабильность калиевого магнитометра. Расплатой за это является повышенная сложность работы со структурой,

состоящей из нескольких резонансных линий; эта задача решается применением микропроцессорных методов анализа сигнала и синтеза частоты резонансного радиополя. В настоящей работе предлагается основанный на цифровых технологиях способ построения петли фазовой автоподстройки частоты для квантовых  $M_x$ -магнитометров с оптической накачкой, характеризующийся повышенными точностью и быстрымдействием при работе как с одиночной линией (цезиевый магнитометр в земных магнитных полях), так и со сложной структурой, состоящей из сверхузких линий (калиевый магнитометр).

По способу возбуждения магнитного резонанса КМОН можно разделить на самогенерирующие магнитометры, в которых обратная связь заведена непосредственно из усилителя фототока на катушку радиополя, и магнитометры с петлей фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ) генератора, привязанного к резонансу. Оба типа магнитометров характеризуются погрешностями, обусловленными как параметрическими сдвигами самого магнитного резонанса, так и ошибками измерения положения центра резонансной линии. Последние связаны в основном с тем, что в  $M_x$ -магнитометрах обоих видов ошибка настройки фазы в петле обратной связи устройства приводит к возникновению частотного сдвига выходного сигнала магнитометра; таким образом,  $M_x$ -магнитометры нуждаются в точном выставлении фазы подаваемого радиополя по отношению к фазе сигнала прецессии магнитного момента, регистрируемого фотодетектором.

Самогенерирующие магнитометры отличаются простотой конструкции, но для практического их применения требуется частотомер, способный измерить частоту неизбежно зашумленного сигнала с крайне высокой точностью и быстрымдействием (типичные требования для калиевого КМОН — измерение частоты в диапазоне 100–700 кГц с точностью  $2-5 \cdot 10^{-9}$  за 0.1 с). Магнитометры с ФАПЧ предоставляют для измерения существенно более чистый сигнал; кроме того, при

использовании в качестве генератора в петле ФАПЧ цифрового синтезатора частоты (ЦСЧ) необходимость в прецизионном частотомере отпадает сама собой: измерение частоты генератора в такой схеме заменяется цифровой обработкой управляющих последовательностей на входах синтезатора. Дальнейшее изложение будет касаться только устройств с ФАПЧ. В таких устройствах выделение сигнала ошибки, управляющего перестраиваемым генератором (в аналоговых схемах это генератор, управляемый напряжением, а в цифровых схемах — ЦСЧ) осуществляется с помощью фазового детектора, фаза опорного напряжения в котором настраивается с помощью некоего фазовращающего устройства таким образом, чтобы точно компенсировать все сдвиги фазы, связанные с задержками сигнала в измерительном тракте и геометрией датчика, определяемой относительной ориентацией луча света накачки и катушки радиополя.

Данная работа посвящена в основном методу организации петли ФАПЧ, обеспечивающему компенсацию этих фазовых сдвигов; собственно теорию цифровой петли ФАПЧ мы не будем затрагивать, так как к настоящему времени она достаточно хорошо разработана [2].

## Принципы работы цифрового фазовращающего устройства

Оценим требования к точности настройки фазового сдвига. Сигнал  $S(t)$ , связанный с переходом между двумя магнитными подуровнями в магнитном поле  $H_0$  в присутствии переменного радиополя амплитудой  $H_1$  на частоте  $\omega$ , описывается уравнениями Блоха [3], стационарное решение которых в комплексной форме имеет следующий вид:

$$S(t) = \frac{A\omega_1}{Z^2} \frac{i + \delta Z}{1 + \delta^2} e^{i(\omega t + \varphi)} = S_0 e^{i\omega t}, \quad (1)$$

где  $S_0$  — комплексная амплитуда сигнала  $M_x$ -резонанса;  $\delta = (\omega - \omega_0)/(\Gamma Z)$  — приведенная расстройка частоты радиополя  $\omega$  от частоты резонанса  $\omega_0 = \gamma H_0$ ,  $\varphi$  — дополнительный поворот фазы резонанса, обусловленный как набегом фазы в измерительном тракте, так и геометрией эксперимента,  $A$  — амплитуда сигнала резонанса,  $2\Gamma = 2/T_2$  — ширина резонанса,  $Z = (1 + \omega_1^2 T_1 T_2)$  — фактор насыщения резонанса,  $\omega_1 = 1/2 \gamma H_1$  — частота Раби,  $\gamma$  — гиромагнитное отношение рабочего вещества,  $T_1, T_2$  — времена продольной и поперечной релаксации магнитного момента.

Предположим, что мы детектируем сигнал с помощью двух одинаковых детекторов, у одного из которых (назовем его детектором  $x$ ) опорное напряжение синфазно с радиополем, а у другого (назовем его детектором  $y$ ) — сдвинуто на  $90^\circ$ . Тогда выходные напряжения фазовых детекторов  $x$  и  $y$  после осреднения с характерным

временем  $\tau$  ( $\tau \gg 1/\omega$ ) даются выражениями

$$x(\delta, \varphi) = k \langle \text{Re } S_0 \rangle \\ = k \frac{A\omega_1}{Z^2} \left[ -\frac{1}{1 + \delta^2} \sin \varphi + \frac{\delta Z}{1 + \delta^2} \cos \varphi \right], \quad (2a)$$

$$y(\delta, \varphi) = k \langle \text{Im } S_0 \rangle \\ = k \frac{A\omega_1}{Z^2} \left[ \frac{\delta Z}{1 + \delta^2} \sin \varphi + \frac{1}{1 + \delta^2} \cos \varphi \right]. \quad (2б)$$

Здесь  $k$  — общий для обоих детекторов коэффициент передачи. При  $\varphi = 0$  компоненты  $x(\delta, 0)$  и  $y(\delta, 0)$  представляют собой лоренцев дисперсионный контур с нулевым значением при нулевой расстройке и лоренцев контур поглощения с максимумом при нулевой расстройке. Компонента сигнала  $x(\delta, 0)$  используется в качестве сигнала ошибки, который стремится обнулить петля ФАПЧ; компонента  $y(\delta, 0)$  может быть использована, как индикатор амплитуды сигнала при нулевой расстройке. Чтобы оценить зависимость частотного сдвига от фазового сдвига в замкнутой петле ФАПЧ, приравняем к нулю правую часть выражения 2а, и получим:  $\text{tg } \varphi = \delta Z$ . Иначе говоря, сдвиг фазы на  $45^\circ$  приводит к ошибке порядка одной полуширины линии. Характерная полуширина линии в калиевых КМОН составляет 1 пТ, а предельная точность калиевого КМОН, обусловленная параметрической стабильностью  $M_x$ -резонанса, по порядку величины равна 10 рТ; следовательно, для полной реализации потенциала калиевого КМОН ошибка подстройки фазы не должна превышать  $\text{arctg}(1/100) = 0.6^\circ$ . В то же время в зависимости от частоты сигнала, длины сигнального тракта, времени задержки сигнала в фотодетекторе и т.д. величина фазового сдвига, который должен компенсироваться фазосдвигающим устройством, может варьироваться от  $0$  до  $180^\circ$  и более. Задача построения управляемого аналогового фазовращателя, обеспечивающего такие параметры при плоской амплитудно-частотной характеристике в диапазоне частот 100–700 kHz практически не имеет решения.

Детектирование сигнала с любой опорной фазой может быть, в принципе, осуществлено цифровыми методами — при условии цифровой обработки сигнала  $M_x$ -резонанса с достаточной скоростью. Для калиевого КМОН в земном поле это означает оцифровку сигнала и его обработку в реальном масштабе времени со скоростью порядка  $10^7$ – $10^8$  измерений в секунду, что также более чем проблематично даже с применением сверхвысокопроизводительных сигнальных процессоров.

В настоящей работе предлагается способ цифрового поворота фазы сигнала (в схемах с синхронным детектированием) на произвольный угол  $\alpha$ . Способ основан на том, что для любой гармонической функции

$$f(t) = (a + ib)e^{i\omega t} s e^{i(\omega t + \varphi)}$$

операции поворота по фазе на угол  $\alpha$  и детектирования на частоте  $\omega$  квадратурными синхронными детекторами  $x'$  и  $y'$  обнаруживают свойство коммутативности,

т. е. могут быть осуществлены как в прямом порядке

$$\begin{aligned}x' &= k \langle f'(t) \cos \omega t \rangle, \\y' &= k \langle f'(t) \sin \omega t \rangle,\end{aligned}\quad (3)$$

где  $f'(t) = f(t)e^{i\alpha}$ , так и в обратном, если после детектирования исходной функции  $f(t)$  квадратурными синхронными детекторами  $x$  и  $y$  поворот по фазе на угол  $\alpha$  осуществлять вычислением линейной комбинации

$$\begin{aligned}x' &= x \cos \alpha - y \sin \alpha, \\y' &= x \sin \alpha + y \cos \alpha,\end{aligned}\quad (4)$$

где  $x = k \langle f(t) \cos \omega t \rangle$ ,  $y = k \langle f(t) \sin \omega t \rangle$ . Легко видеть, что результат преобразований (3) и (4) одинаков:

$$\begin{aligned}x' &= k [a \cos \alpha - b \sin \alpha] = ks \cos(\varphi + \alpha), \\y' &= k [a \sin \alpha + b \cos \alpha] = ks \sin(\varphi + \alpha),\end{aligned}\quad (5)$$

но осуществление преобразований (4) не требует реального вращения фазы сигнала на частоте  $\omega$ . Прокомментируем это на примере сигнала магнитного резонанса. Выражения (2) описывают выходные напряжения двух фазовых детекторов в отсутствие каких-либо фазовращающих устройств. Если эти напряжения интегрируются с постоянной времени  $\tau$ , то они не содержат компонент на частотах, больших, чем  $1/\tau$  и могут быть оцифрованы с периодом измерения  $\sim \tau$ . Если  $\tau = 5-10$  ms, оцифровка может быть произведена со скоростью 5–10 тыс. измерений в секунду с помощью стандартного АЦП (например, 10-битного АЦП, встроенного в 8-разрядный микроконтроллер широкого применения). После оцифровки напряжений  $x(\delta, \varphi)$  и  $y(\delta, \varphi)$  составим в соответствии с (4) (уже цифровыми средствами, предоставляемыми микроконтроллером) их линейные комбинации, введя новый параметр  $\psi$  — виртуальный угол сдвига:

$$\begin{aligned}x'(\delta, \varphi, \psi) &= x(\delta, \varphi) \cos \psi - y(\delta, \varphi) \sin \psi, \\y'(\delta, \varphi, \psi) &= x(\delta, \varphi) \sin \psi + y(\delta, \varphi) \cos \psi.\end{aligned}\quad (6)$$

Получаем два новых виртуальных „сигнала“, которые удобно приписать выходам двух виртуальных фазовых детекторов  $x'$  и  $y'$ . При этом, как следует из (2) и (6),

$$\begin{aligned}x'(\delta, \varphi, \psi) &= x(\delta, \varphi + \psi), \\y'(\delta, \varphi, \psi) &= y(\delta, \varphi + \psi).\end{aligned}\quad (7)$$

Таким образом, мы программно реализовали дополнительный цифровой поворот фазы сигнала на угол  $\psi$ . В дальнейшем после подбора фазы  $\psi$  такой, что  $\psi = -\varphi$ , выход виртуального детектора  $x'$  используется в качестве сигнала ошибки, а выход детектора  $y'$  имеет смысл амплитуды сигнала.

Следующая задача — установить фазу  $\psi$  равной  $-\varphi$ , т. е. осуществить настройку виртуального фазовращателя. В случае, когда изначально нет информации о

величине фазового сдвига  $\varphi$ , ее можно оценить методом инвариантного отображения сигнала спиновой прецессии, описанным в [4].

После грубой установки фазы производится захват резонанса и далее — точное измерение фазового сдвига модуляционным методом. Изменение фазового сдвига при изменении частоты резонанса  $\omega$  учитывается как  $\varphi(\omega) = \omega_0 + \omega T_d$ , где  $\varphi_0$  — фазовый сдвиг, связанный с геометрией катушек радиополя,  $T_d$  — эффективная временная задержка сигнала в сигнальном тракте.

Погрешность предложенного метода компенсации фазы определяется точностью измерения фазового сдвига, которая всецело зависит от вариаций магнитного поля в момент измерения, и стабильностью цифрового фазовращателя. Последняя, в свою очередь, определяется стабильностью фазового соотношения между двумя выходами ЦСЧ и стабильностью (например, температурной) соотношения коэффициентов передачи фазовых детекторов  $x$  и  $y$ . При соответствующем выборе элементной базы дрейфы цифрового фазовращателя могут быть сведены к величинам, не превышающим  $0.1^\circ$ .

## Эксперимент

В соответствии с принципами, изложенными в предыдущем разделе, нами был собран и испытан калиевый КМОН и цифровой петлей ФАПЧ. Функциональная схема петли ФАПЧ приведена на рис. 1. Схема не содержит аналоговых регулировочных элементов; функции распознавания и захвата сигнала  $M_x$ -резонанса возложены на микропроцессор, управляющий синтезатором частоты.

Основными элементами блока являются усилитель сигнала, фазовые детекторы  $x$  и  $y$ , реализованные как аналоговые перемножители с фильтрами низкой частоты второго порядка, микроконтроллер с аналоговыми входами АЦП и тактируемый высокостабильным кварцевым генератором, ЦСЧ, имеющий два квадратурных (сдвинутых строго на  $90^\circ$ ) выхода. Напряжения с квадратурных выходов ЦСЧ подаются на фазовые детекторы в качестве опорных.

В начальный момент работы прибора ЦСЧ генерирует радиополе, далекое от магнитного резонанса по частоте. Переменная составляющая снимаемого с датчика сигнала при этом используется для калибровки нулей фазовых детекторов. После окончания процедуры калибровки (порядка 0.8 s) процессор начинает поиск резонанса, т. е. сканирование частоты синтезатора. Направление сканирования выбирается таким, чтобы в процессе сканирования первым возбудился самый сильный в данной конфигурации прибора низкочастотный резонанс структуры ( $F = 2$ ,  $m_F = 1 \leftrightarrow 2$ ) калия. Сканирование продолжается до появления переменной составляющей сигнала с датчика. При появлении сигнала достаточной амплитуды процессор прекращает сканирование и переходит к поддержанию фазового захвата частоты

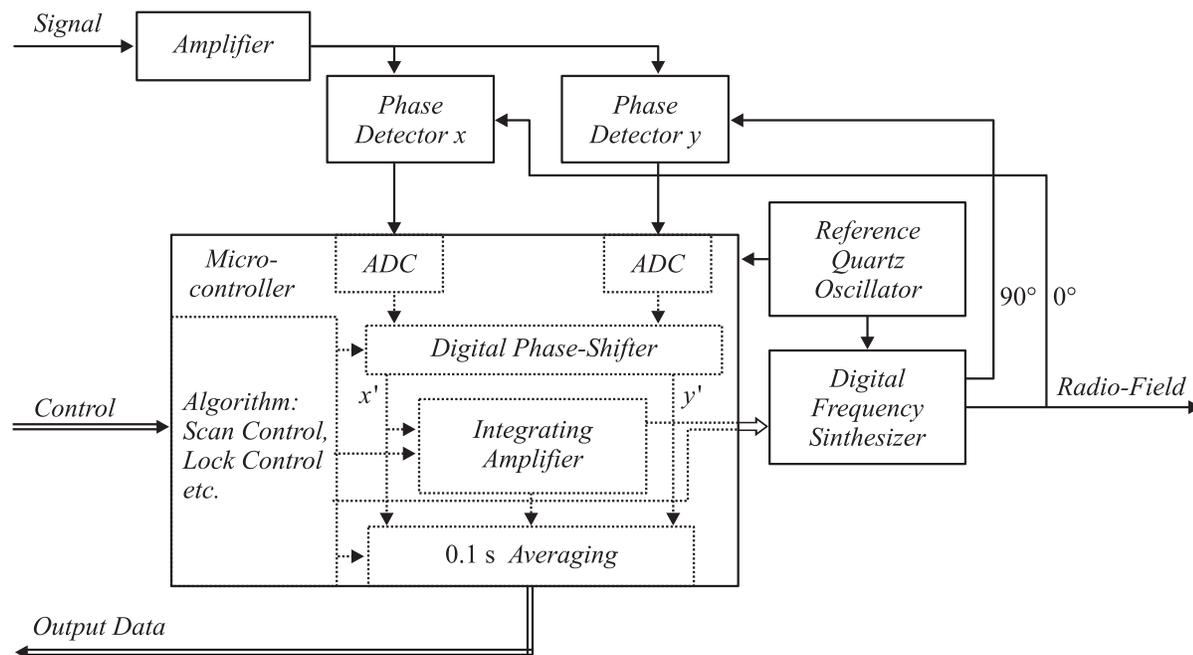


Рис. 1. Функциональная схема цифровой петли ФАПЧ.

синтезатора, а в случае потери сигнала — к процедуре повторного поиска и захвата сигнала. Опрос входного сигнала осуществляется с частотой 5120 Hz; с той же частотой после каждого цикла опроса происходит перестройка частоты синтезатора: шагами, пропорциональными сигналу ошибки на выходе виртуального детектора  $x'$ . Минимальный шаг ЦСЧ в шкале напряженности магнитного поля составляет  $\Delta H = 0.17$  pT. Важно отметить, что технические характеристики используемого ЦСЧ обеспечивают непрерывность зависимости фазы генерируемого напряжения от времени при изменении генерируемой частоты.

В течение одного цикла измерения  $T = 0.1$  s в регистрах процессора происходит накопление 512 отсчетов частоты синтезатора и их осреднение. Результат осреднения преобразуется в последовательный код и передается микроконтроллером в компьютер пользователя вместе со сведениями о выходных напряжениях фазовых детекторов, о статусе петли обратной связи и т.д.

Чувствительность магнитометра  $\delta H$  за время  $t$ , в принципе, ограничена дробовым шумом света  $N$ , регистрируемого фотоприемником:  $\delta H \sim N(t)/(A\gamma T_2)$ . Эффективная разрешающая способность системы определяется только дробовыми шумами и не лимитируется величиной шага ЦСЧ до тех пор, пока вклад дробового шума фототока  $\delta H$ , измеренный за время одного цикла измерения, превышает шаг ЦСЧ  $\Delta H$ ; при выполнении этого условия осреднение массива дискретных результатов измерений за время  $T$  приводит к увеличению разрешения, пропорциональному  $\sqrt{(T/t)}$ . Таким образом, предельная разрешающая способность системы регистрации, связанная с дискретностью шага ЦСЧ, за вре-

мя 0.1 s составляет  $\Delta H/\sqrt{512} = 7$  fT и не ограничивает чувствительности магнитометра.

При необходимости микроконтроллер может быть переключен в режим медленного сканирования частоты ЦСЧ вокруг центра резонанса; таким образом может быть осуществлена цифровая запись формы резонансной линии (рис. 2) и по ее результатам — подстройка фазы. Кривые на рис. 2 представляют собой выходы виртуальных фазовых детекторов  $x'$  и  $y'$  после настройки фазового сдвига  $\psi$  при сканировании частоты радиополя в стабилизированном поле. В [3] приведен способ представления резонанса в виде эллипса на плоскости  $x'y'$ , позволяющий измерять фазовый сдвиг резонанса в условиях реального быстро меняющегося поля.

Собственно петля ФАПЧ реализована программно по схеме пропорционально-интегрального усилителя. Про-

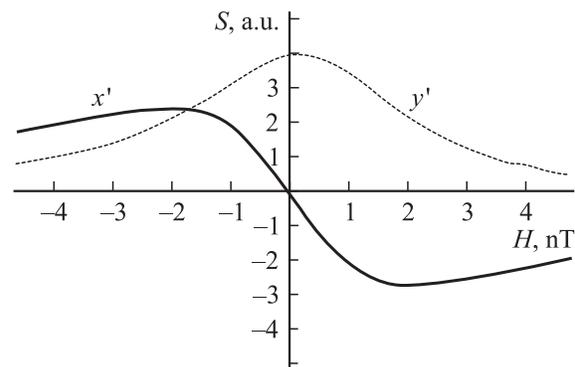


Рис. 2. Запись линии  $M_x$ -резонанса в магнитном экране.

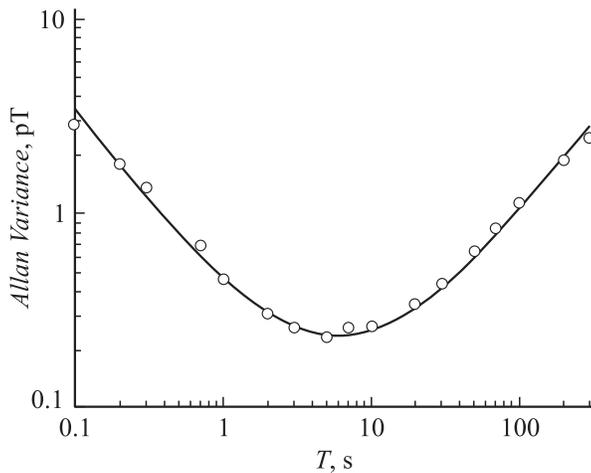


Рис. 3. Аллановская диаграмма записи магнитного поля в стабилизаторе.

порциональный и интегральный коэффициенты усиления в петле обратной связи задаются программным образом; при заданных параметрах сигнала они определяют быстродействие и собственные шумы петли ФАПЧ. Цифровая петля ФАПЧ была испытана с электронным имитатором сигнала  $M_x$ -резонанса, представляющим собой последовательный контур с кварцевым резонатором и регулируемым генератором белого шума; в трехслойном магнитном экране; в стабилизаторе магнитного поля. Испытания с имитатором сигнала, в которых при постоянных параметрах резонанса варьировался уровень белого шума, подтвердили, что вплоть до уровня чувствительности 0.3 pT среднеквадратичное отклонение за 0.1 s шумы цифровой петли ФАПЧ определяются шумами входного сигнала. В магнитном экране испытывалось быстродействие магнитометра с цифровой петлей ФАПЧ. Для этой цели на постоянное магнитное поле накладывалось переменное магнитное поле с амплитудой 45 nT  $p-t-p$ , частота которого варьировалась от 0 до 100 Hz. Было показано, что при быстродействии 10 отсчетов в секунду полоса отслеживаемых прибором частот составляет 3.5 Hz, а скорость отслеживания изменения магнитного поля превышает 5000 nT/s. Скорость сканирования магнитного поля при поиске резонанса также была выбрана равной 5000 nT/s; было показано, что при этой скорости происходит уверенный захват резонанса. В стабилизаторе магнитного поля исследовалась разрешающая способность калиевого КМОН с цифровой петлей ФАПЧ. На рис. 3 приведена аллановская диаграмма записи магнитного поля в стабилизаторе. Минимум вариаций наблюдается при времени измерения 5 s и составляет  $\Delta H_{\min} = 0.23$  pT СКО; вариации при времени измерения 0.1 s составляют 3.3 pT СКО. Конечно, в эти измерения целиком входят вариации поля в стабилизаторе. Следует обратить внимание на наклон левой части аллановской диаграммы — он соответствует амплитуде вариаций, обратно пропорциональной време-

ни осреднения (а не корню из времени, как должно быть в случае гауссовой статистики дробового шума), что свидетельствует либо о наличии избыточных высокочастотных шумов в петле ФАПЧ, либо о наличии в спектре магнитного поля высокочастотных изолированных компонент. В частности, амплитуда переменной составляющей магнитного поля частотой 50 Hz в процессе эксперимента составляла 200–250 pT СКО и могла давать вклад в аллановскую вариацию на малых временах измерения.

## Заключение

Подчеркнем еще раз наиболее привлекательную особенность предлагаемых цифровых способов организации схемы измерения частоты  $M_x$ -резонанса в реально меняющемся поле: они позволяют полностью исключить из схемы любые аналоговые фазовращающие устройства, и тем самым на порядки повысить точность и долговременную стабильность прибора; одновременно в такой схеме в полной мере реализуются присущие КМОН чувствительность и быстродействие.

Авторы благодарят Е.Б. Александрова за помощь и интерес к работе; В.Я. Шифрина и Е.Н. Чопорову за возможность использования стабилизированной меры магнитной индукции земного диапазона на магнитной станции ВНИИМ в пос. Кавголово Ленинградской области.

## Список литературы

- [1] Померанцев Н.М., Рыжков В.М., Скроцкий Г.В. Физические основы квантовой магнитометрии. М.: Наука, 1972. 448 с.
- [2] Fundamentals of Statistical Signal Processing. Prentice Hall PTR. New Jersey, USA, 1993.
- [3] Bloch F. // Phys. Rev. 1946. Vol. 70. P. 460.
- [4] Вершовский А.К., Александров Е.Б. // Опт. и спектр. 2006. Т. 100. № 1. С. 23–25.