# Краткие сообщения

01;03

## К определению вертикальных профилей температуры, концентрации зарядов и потенциала в приповерхностном слое летательного аппарата

© Р.Г. Закинян

Ставропольский государственный университет,
355017 Ставрополь, Россия
e-mail: zakinyan@mail.ru

(Поступило в Редакцию 14 марта 2006 г.)

Установлен закон „трех вторых“ для вертикального профиля концентрации частиц, т. е. концентрация частиц пропорциональна температуре в степени „три вторых“. Получено выражение для потенциала электрического поля, созданного заряженными частицами, на верхней границе вязкого подслоя, а также выражение для плотности тока, созданного движущимися в обтекаещем летательный аппарат воздушном потоке заряженными частицами. Показано, что все указанные параметры растут с высотой и принимают максимальные значения на поверхности турбулентного слоя.

PACS: 47.55.dr

### Введение

При полете летательных аппаратов в плотных слоях атмосферы Земли или других планет с гиперзвуковыми скоростями ($V = 3-15\,\mathrm{km/s}$) возникает проблема защиты летательного аппарата от больших тепловых потоков ($\sim 10^5-10^6\,\mathrm{kW/m^2}$), вызванных аэродинамическим нагревом. Аэродинамический нагрев сопровождается сложными физико-химическими процессами. Наличие этих процессов вызвано высокими температурами газа (от $5 \cdot 10^3$ до $20 \cdot 10^3\,\mathrm{K}$), которые развиваются при торможении потока в скачках уплотнения, в вязком пограничном и турбулентном слоях. При этом газ, попадая в область высоких температур диссоциирует, а при более высоких температурах ($T > 8000\,\mathrm{K}$) происходит ионизация его компонентов, и он превращается в многокомпонентную смесь с различными физико-химическими свойствами.

В настоящей работе развита кинетическая теория образования обьемного заряда в приповерхностном слое летательного аппарата; установлен вертикальный профиль температуры и потенциала в приповерхностном слое летательного аппарата.

### Кинетика переноса заряженных частиц в приповерхностном слое летательного аппарата

Рассмотрим кинетические процессы, формирующие вертикальный профиль таких основных параметров, как температура, концентрация частиц и электрический потенциал. Аэродинамический нагрев приводит, с одной стороны, к ионизации воздуха, а с другой — к образованию больших градиентов температуры. Это вызывает являние термодиффузии заряженных частиц к поверхности летательного аппарата. Турбулентное обтекание поверхности летательного аппарата воздушным потоком приведет к турбулентной диффузии частиц в противоположном направлении от поверхности летательного аппарата.

В общем случае для потоков частиц и тепла можно записать следующее выражение [1]:

$$j_n = -D\nabla n - D_T \nabla T, \tag{1}$$

$$j_T = -\kappa_n \nabla n - \kappa \nabla T, \tag{2}$$

где $j_n$ — поток частиц; $j_T$ — тепловой поток; $D$ — коэффициент диффузии; $D_T$ — коэффициент термодиффузии; $\kappa$ — коэффициент теплопроводности; $\kappa_n$ — диффузионная составляющая коэффициента теплопроводности.

В предположении в рамках линейной термодинамики необратимых процессов линейной связи между потоками и силами [2]:

$$j_i = \sum L_{ik} X_k, \tag{3}$$

в [1] показано, что для потоков концентрации и тепла можо получить выражения

$$j_n = -L_{nT}\frac{\nabla T}{T^2} - L_{nn}\frac{\partial}{\partial T}\left(\frac{\mu}{T}\right)_n \nabla T - L_{nn}\frac{1}{T}\left(\frac{\partial \mu}{\partial n}\right)_T \nabla n, \tag{4}$$

$$j_T = -L_{TT}\frac{\nabla T}{T^2} - L_{Tn}\frac{\partial}{\partial T}\left(\frac{\mu}{T}\right)_n \nabla T - L_{Tn}\frac{1}{T}\left(\frac{\partial \mu}{\partial n}\right)_T \nabla n, \qquad (5)$$

где $\mu$ — химический потенциал.

Коэффициенты $L_{ik}$ называются феноменологическими, или кинетическими. Причем диагональные коффициенты $L_{ii}$ определяют „прямые" являния переноса, а недиагональные $L_{ik}$, непрерывно связанные с прямыми, — „перекрестные" или „сопряженные" [2].

Сравнив (4) и (5) с (1) и (2), можно установить связь формальных коэффициентов $L_{ik}$ с имеющими конкретный физический смысл $D$ и $\kappa$ [1]:

$$D = \frac{1}{T}\left(\frac{\partial \mu}{\partial n}\right)_T L_{nn}, \qquad (6)$$

$$D_T = \frac{1}{T^2}L_{nT} + \frac{\partial}{\partial T}\left(\frac{\mu}{T}\right)_n L_{nn}, \qquad (7)$$

$$\kappa = \frac{1}{T^2}L_{TT} + \frac{\partial}{\partial T}\left(\frac{\mu}{T}\right)_n L_{Tn}, \qquad (8)$$

$$\kappa_n = \frac{1}{T}\left(\frac{\partial \mu}{\partial n}\right)_T L_{Tn}. \qquad (9)$$

Из (6)–(9) можно получить выражения для $L_{ik}$

$$L_{nn} = T\left(\frac{\partial \mu}{\partial n}\right)_T^{-1} D, \qquad (10)$$

$$L_{TT} = T_\kappa^2 - T^3\frac{\partial}{\partial T}\left(\frac{\mu}{T}\right)_n \left(\frac{\partial \mu}{\partial n}\right)_T^{-1} \kappa_n, \qquad (11)$$

$$L_{nT} = T^2 D_T - T^3\frac{\partial}{\partial T}\left(\frac{\mu}{T}\right)_n \left(\frac{\partial \mu}{\partial n}\right)_T^{-1} D, \qquad (12)$$

$$L_{Tn} = T\left(\frac{\partial \mu}{\partial n}\right)_T^{-1} \kappa_n. \qquad (13)$$

Из соотношения взаимности Онзагера [2] $L_{Tn} = L_{nT}$ следует [1]:

$$\kappa_n = T\left(\frac{\partial \mu}{\partial n}\right)_T D_T - T^2\frac{\partial}{\partial T}\left(\frac{\mu}{T}\right)_n D. \qquad (14)$$

Будем считать, что частицы, перемещающиеся к поверхности летательного аппарата, не являются переносчиками теплоты. Тогда можно принять $\kappa_n = 0$. Из этого условия можно получить выражение для коэффициента термодиффузии

$$D_T = T\frac{\partial}{\partial T}\left(\frac{\mu}{T}\right)_n \left(\frac{\partial \mu}{\partial n}\right)_T^{-1} D. \qquad (15)$$

Рассмотрим установившееся состояние, когда поток тепла постоянен, а поток частиц равен нулю: $j_T = \mathrm{const}$, $j_n = 0$. При этих условиях из (1) получаем

$$D_T \nabla T = -D\nabla n \qquad (16)$$

или

$$\nabla n = -\frac{D_T}{D}\,\nabla T. \qquad (17)$$

С учетом (15) выражение (17) запишем в виде

$$\nabla n = -\frac{\partial}{\partial T}\left(\frac{\mu}{T}\right)_n \left(\frac{\partial \mu}{\partial n}\right)_T^{-1} T\nabla T. \qquad (18)$$

Направим ось $z$ перпендикулярно поверхности летательного аппарата и рассмотрим изменение только вдоль оси $z$. Тогда (18) можно записать в виде

$$\frac{\partial n}{\partial z} = -\frac{\partial}{\partial T}\left(\frac{\mu}{T}\right)_n \left(\frac{\partial \mu}{\partial n}\right)_T^{-1} T\frac{\partial T}{\partial z}. \qquad (19)$$

Далее нам следовало бы знать входящие в (19) производные от химического потенциала для исследуемого реального газа. Воспользовавшись выражением для химического потенциала идеального газа, получим [1]

$$\left(\frac{\partial \mu}{\partial n}\right)_T = \frac{T}{n}; \quad \frac{\partial}{\partial T}\left(\frac{\mu}{T}\right)_n = -\frac{3}{2}\frac{1}{T}. \qquad (20)$$

Подставив эти выражения в (19), получим

$$\frac{\partial \ln n}{\partial z} = \frac{3}{2}\frac{\partial \ln T}{\partial z}. \qquad (21)$$

Проинтегрировав полученное уравнение, получим

$$n = CT^{3/2}. \qquad (22)$$

Таким образом, мы установили, что для распределения концентрации частиц имеет место закон „трех вторых". Постоянная интегрирования $C$ находится из граничных условий.

## Вертикальные профили температуры, концентрации и потенциала

Для того чтобы установить вертикальный профиль концентрации частиц, необходимо, согласно (22), определить вертикальный профиль температуры. В [3] было показано, что для коэффициента турбулентной температуропроводности имеет место соотношение

$$k_t = b\,\frac{v_0^2 z^2}{\nu}, \qquad (23)$$

где $b \approx 0.02$ — безразмерная эмпирическая постоянная, $v_0$ — динамическая скорость [4,5], $\nu$ — коэффициент молекулярной вязкости воздуха.

Рассмотрим стационарное распределение температуры $\partial T/\partial t = 0$

$$\frac{\partial}{\partial z}\left(k_t\frac{\partial T}{\partial z}\right) = 0. \qquad (24)$$

Так как, согласно (23), коэффициент турбулентной температуропроводности является функцией координат, мы имеем уравнение нелинейной теплопроводности

$$\frac{\partial}{\partial z}\left(z^2\frac{\partial T}{\partial z}\right) = 0. \qquad (25)$$

Решение уравнения (25) имеет вид

$$T = -\frac{C_1}{z} + C_2. \tag{26}$$

Постоянные $C_1$ и $C_2$ найдем из граничных условий. Пусть температура воздуха принимает определенные значения на границе вязкого подслоя и турбулентного слоя. Тогда

$$\frac{T - T_{\delta t}}{T_{\delta t} - T_{\delta \nu}} = -\frac{\delta_\nu}{z}, \tag{27}$$

где $T_{\delta t}$, $T_{\delta \nu}$ — температуры на поверхности турбулентного слоя и вязкого подслоя [5].

Таким образом, мы видим, что температура воздуха с высотой увеличивается. С учетом (22) и (27) для распределения концентрации с высотой получим

$$\frac{n - n_{\delta t}}{n_{\delta t} - n_{\delta \nu}} = -\left(\frac{\delta \nu}{z}\right)^{3/2}, \tag{28}$$

где $n_{\delta \nu}$, $n_{\delta t}$ — концентрация частиц на поверхности вязкого подслоя и турбулентного слоя. Коцентрация частиц с высотой (удалением от поверхности летательного аппарата) увеличивается.

Перейдем к определению вертикального профиля электрического потенциала, созданного заряженными частицами. Согласно уравнению Пуассона

$$\Delta \varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon_0 \varepsilon}. \tag{29}$$

Объемный заряд найдем из выражения $\rho = ne$, где $e$ — элементарный заряд. Тогда с учетом (28) уравнение (29) запишем в виде

$$\frac{d^2 \varphi}{dz^2} = -\frac{e}{\varepsilon_0 \varepsilon}\left[n_{\delta t} - (n_{\delta t} - n_{\delta \nu})\left(\frac{\delta \nu}{z}\right)^{3/2}\right]. \tag{30}$$

Решение уравнения (30) имеет вид

$$\varphi - \varphi_0 = -\frac{e}{\varepsilon_0 \varepsilon}\left[\frac{1}{2} n_{\delta t}(z^2 - \delta_\nu^2) + 4(n_{\delta t} - n_{\delta \nu})\delta_\nu^2\left[\left(\frac{z}{\delta_\nu}\right)^{1/2} - 1\right]\right], \tag{31}$$

где $\varphi_0$ — потенциал на поверхности вязкого подслоя. Если принять, что на границе турбулентного слоя потенциал равен нулю, то для потенциала на границе вязкого подслоя получим выражение

$$\varphi_0 = \frac{e}{\varepsilon_0 \varepsilon}\left[\frac{1}{2} n_{\delta t}(\delta_t^2 - \delta_\nu^2) + 4(n_{\delta t} - n_{\delta \nu})\delta_\nu^2\left[\left(\frac{\delta_t}{\delta_\nu}\right)^{1/2} - 1\right]\right]. \tag{32}$$

В заключение найдем выражение для плотности тока, образованного за счет движения заряженных частиц в потоке, обдувающем летательный аппарат. Плотность тока определяется выражением

$$j = enu. \tag{33}$$

Аналогично тому как мы проделали для распределения температуры в турбулентном слое, для распределения скорости по высоте получим

$$\frac{u - u_\nu}{u_t - n_\nu} = 1 - \frac{\delta}{z}, \tag{34}$$

где $u_\nu$, $u_t$ — скорости воздушного потока на границах вязкого подслоя и турбулентного слоя. С учетом (28) и (34) для плотности тока получим выражение

$$j = e\left[n_{\delta t} - (n_{\delta t} - n_{\delta \nu})\left(\frac{\delta_\nu}{z}\right)^{3/2}\right] \times \left[u_\nu + (u_t - u_\nu)\left(1 - \frac{\delta_\nu}{z}\right)\right]. \tag{35}$$

Из формулы (35) видно, что плотность тока также увеличивается с удалением от поверхности летательного аппарата и достигает максимального значения на верхней границе турбулентного слоя.

Рассмотрены кинетические процессы переноса на поверхности летательного аппарата. Показано, что в результате двух противоположно направленных процессов термодиффузии и турбулентной диффузии в приповерхностном слое летательного аппарата устанавливаются стационарные распределения температуры, скорости, концентрации частиц и электрического потенциала. При этом с удалением от поверхности летательного аппарата все указанные параметры растут с высотой и принимают максимальные значения на поверхности турбулентного слоя.

## Список литературы


[1] *Квасников И.А.* Термодинамика и статистическая физика. Теория неравновесных систем. М.: МГУ, 1987. 560 с.

[2] *Базаров И.П., Геворкян Э.В., Николаев П.Н.* Неравновесная термодинамика и физическая кинетика. М.: МГУ, 1989. 240 с.

[3] *Закинян Р.Г.* // ЖТФ. 2004. Т. 74. Вып. 9. С. 9–14.

[4] *Левич В.Г.* Физико-химическая гидродинамика. М.: Физматгиз, 1959. 699 с.

[5] *Лойцянский Л.Г.* Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1978. 736 с.