05;07

Особенности динамики оптических импульсов в киральной диспергирующей среде

© И.О. Золотовский, Д.И. Семенцов

Ульяновский государственный университет,
432700 Ульяновск, Россия

(Поступило в Редакцию 24 марта 2006 г. В окончательной редакции 8 сентября 2006 г.)

Исследована динамика частотно-модулированного импульса в невзаимной киральной изотропной среде. Показано, что различие групповых скоростей и несущих частот циркулярных компонент импульса приводит к его разделению как по длине световода, так и в спектральном диапазоне. Наличие существенной частотной зависимости материальных параметров может привести к асимметричной динамике электрической и магнитной компонент импульса в различных частотных интервалах. Установлена возможность возникновения сверхсветовых волн огибающей для каждой компоненты волнового поля.

PACS: 79.20.-m

Введение

В настоящее время наблюдается большой интерес к исследованию оптических и высокочастотных свойств киральных сред, что связано со специфическими особенностями рассеяния электромагнитных волн на киральных объектах [1–6]. К киральным относятся среды, содержащие зеркально-асимметричные элементы, обеспечивающие оптическую активность среды, выражающуюся в ее гиротропии. Наличие подобного рода оптической активности приводит к тому, что собственными волнами среды являются волны с противоположными круговыми поляризациями и различными постоянными распространения. В связи с этим киральность среды снимает поляризационное вырождение мод и поэтому может эффективно использоваться для создания одномодовых однополяризационных волоконных световодов [5,6]. Зависимость материальных параметров киральных сред от частоты наделяет их богатым набором электродинамических свойств. Практическое использование киральных сред может существенно расширить возможности как многочисленных СВЧ-устройств, так и систем интегральной и волоконной оптики.

Наряду с особенностями отклика киральной среды на монохроматическое излучение интерес представляет также анализ взаимодействия с киральной средой волновых пакетов и, в частности, коротких оптических импульсов. В этой связи в настоящей работе исследуются особенности распространения частотно-модулированного волнового пакета в киральной среде, связанные с асимметричной динамикой электрической и магнитной составляющих волнового поля при учете частотной зависимости материальных параметров среды.

Поле монохроматической волны

Материальные уравнения для невзаимной киральной среды в режиме гармонического сигнала в гауссовой системе единиц могут быть представлены следующим образом:

$$\mathbf{D} = \varepsilon\mathbf{E} + (\lambda - i\chi)\mathbf{H},$$
$$\mathbf{B} = \mu\mathbf{H} + (\lambda + i\chi)\mathbf{E}, \tag{1}$$

где ε и μ — диэлектрическая и магнитная проницаемости, λ и χ — безразмерные параметры невзаимности и киральности среды [2,6].

Вначале рассмотрим распространение в киральном световоде монохроматической волны. Подставив материальные уравнения (1) в уравнения Максвелла для волны с временной зависимостью, пропорциональной фактору $\exp(i\omega t)$, получим

$$\operatorname{rot}\mathbf{E} + ik_0(\lambda + i\chi)\mathbf{E} = -ik_0\mu\mathbf{H},$$
$$\operatorname{rot}\mathbf{H} - ik_0(\lambda - i\chi)\mathbf{H} = ik_0\varepsilon\mathbf{E}, \tag{2}$$

где $k_0 = \omega/c$, ω и c — частота и скорость света в вакууме. В случае распространения волны вдоль оси z и однородности среды в поперечном направлении производные $\partial/\partial x = \partial/\partial y = 0$. При этом электрическое и магнитное волновые поля содержат только компоненты x и y, описываемые системой двух связанных уравнений для каждого из полей. При переходе к циркулярным компонентам $E_\pm = (E_x \pm iE_y)/\sqrt{2}$ и $H_\pm = (H_x \pm iH_y)/\sqrt{2}$ уравнения (2) расцепляются и принимают вид

$$\left(\frac{d^2}{dz^2} \pm 2i\chi k_0\frac{d}{dz} + k_0^2(\varepsilon\mu - \lambda^2 - \chi^2)\right)\begin{pmatrix}E_\pm\\ H_\pm\end{pmatrix} = 0. \tag{3}$$

Считая зависимость полей от координаты z, пропорциональной фактору $\exp(-i\beta z)$, получаем из (3) выражения для констант распространения собственных волн кирального световода $\beta_\pm = k_0(\sqrt{\varepsilon\mu - \lambda^2} \pm \chi)$. При этом фазовые скорости собственных (медленной и быстрой) волн определяются выражением $v_\pm = \omega/\beta_\pm$, из которого следует, что киральность среды снимает вырождение по скорости распространения собственных волн. Соответствующие компоненты волнового поля могут быть представлены в виде

$$\left.\begin{matrix} E_\pm(t,z) \\ H_\pm(t,z) \end{matrix}\right\} = \left\{\begin{matrix} A_\pm \\ B_\pm \end{matrix}\right\} \exp\big(i(\omega t - \beta_\pm z)\big), \qquad (4)$$

где амплитуды $A_\pm$ и $B_\pm$ являются постоянными величинами в случае однородной среды. Используя соотношения для полей и констант распространения циркулярно поляризованных волн, запишем для импеданса электромагнитного поля в киральной среде $Z_\pm = Z'_\pm - iZ''_\pm = E_\pm/H_\pm$ следующие выражения:

$$Z_\pm = -\frac{\lambda \pm i(\varepsilon\mu - \lambda^2)^{1/2}}{\varepsilon} = -\frac{\mu}{\lambda \mp i(\varepsilon\mu - \lambda^2)^{1/2}}. \qquad (5)$$

Если материальные параметры являются вещественными, для действительных и мнимых частей импедансов циркулярных волн получаем $Z'_\pm = -\lambda/\varepsilon$, $Z''_\pm = \mp\sqrt{\varepsilon\mu - \lambda^2}/\varepsilon$. При этом модули импедансов право- и левополяризованных волн одинаковы, т. е. $|Z_\pm| = |Z_0| = \sqrt{\mu/\varepsilon}$. Поскольку $|Z_\pm|$ определяет отношение амплитуд электрической и магнитной компонент соответствующих волн, то равенства $|A_+/B_+| = |A_-/B_-| = \sqrt{\mu\varepsilon}$ отвечают классической ситуации, при которой это отношение постоянно и одинаково для обеих циркулярных компонент монохроматической волны в любой точке однородной среды. В случае $\lambda = 0$ имеет место сдвиг по фазе на $\mp\pi/2$ электрической и магнитной составляющих поля циркулярных волн.

Поле волнового пакета

Если вводимое в среду волновое поле представляет собой волновой пакет конечной длительности t_0, решение уравнений Максвелла для электрической и магнитной составляющих может быть также представлено в виде (4). При этом, однако, амплитуды $A_\pm$ и $B_\pm$ являются функциями координат и времени, а именно медленно меняющимися функциями по сравнению с быстро осциллирующими функциями $\exp(-i\beta_\pm z)$ и $\exp(-i\omega_0 t)$. Последнее верно, если спектральная ширина волнового пакета $\Delta\omega$ много меньше несущей частоты ω_0. В первом дисперсионном приближении указанные амплитуды описываются системой уравнений

$$\frac{\partial A_\pm}{\partial z} + \frac{1}{v_{1\pm}}\frac{\partial A_\pm}{\partial t} = -\psi_{1\pm}\frac{\partial B_\pm}{\partial t},$$

$$\frac{\partial B_\pm}{\partial z} + \frac{1}{v_{2\pm}}\frac{\partial B_\pm}{\partial t} = -\psi_{2\pm}\frac{\partial A_\pm}{\partial t}, \qquad (6)$$

где введены следующие параметры:

$$v_{j\pm}^{-1} = \{\partial(\omega^2(\mu\varepsilon - (\lambda + (-1)^j i\chi)^2))/\partial\omega\}_0/2\beta_\pm c^2,$$

$$\psi_{1\pm} = -i\{\partial(\omega^2\mu\chi)/\partial\omega\}_0/\beta_\pm c^2,$$

$$\psi_{2\pm} = i\{\partial(\omega^2\varepsilon\chi)/\partial\omega\}_0/B_\pm c^2,$$

а значения входящих в (6) производных берутся на несущей частоте. Поскольку для каждой монохроматической компоненты $A_\pm/B_\pm = Z_\pm = \mathrm{const}$, то в линейном случае эта величина является постоянной и для импульса в целом. С учетом этого систему (6) можно переписать в виде

$$\frac{\partial A_\pm}{\partial z} + \frac{1}{v_{1\pm}}\frac{\partial A_\pm}{\partial t} = -\psi_{1\pm}Z_\pm^{-1}\frac{\partial A_\pm}{\partial t},$$

$$\frac{\partial B_\pm}{\partial z} + \frac{1}{v_{2\pm}}\frac{\partial B_\pm}{\partial t} = -\psi_{2\pm}Z_\pm\frac{\partial B_\pm}{\partial t} \qquad (7)$$

или

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{v_\pm}\frac{\partial}{\partial t}\right)\begin{pmatrix} A_\pm \\ B_\pm \end{pmatrix} = 0, \qquad (8)$$

где введена величина, которая может считаться эффективной групповой скоростью волнового пакета в киральной среде

$$v_\pm \equiv \frac{v_{1\pm}}{1 + v_{1\pm}\psi_{1\pm}/Z_\pm} = \frac{v_{2\pm}}{1 + v_{2\pm}\psi_{2\pm}Z_\pm}. \qquad (9)$$

Выражение для импеданса киральной диспергирующей среды может быть получено из системы (9) и записано следующим образом:

$$Z_\pm = \frac{1}{2\psi_{2+}}\left(\frac{1}{v_{1\pm}} - \frac{1}{v_{2\pm}} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{v_{1\pm}} - \frac{1}{v_{2\pm}}\right)^2 + 4\psi_{1\pm}\psi_{2\pm}}\right). \qquad (10)$$

Если среда не обладает невзаимностью, т. е. $\lambda = 0$ и $v_{1\pm} = v_{2\pm}$, то выражение для импеданса принимает более простой вид $Z_\pm = \pm\sqrt{\psi_{1\pm}/\psi_{2\pm}}$. Знаки перед вторым слагаемым в (10) отвечают предельному переходу к выражению для недиспергирующей или слабодиспергирующей сред, для которых можно считать $\partial(\lambda, \chi, \mu, \varepsilon)/\partial\omega \cong 0$.

Выражение для эффективной групповой скорости волнового пакета в общем случае может быть представлено через материальные параметры следующим образом:

$$v_\pm = \frac{2c\omega_0(\sqrt{\varepsilon\mu - \lambda^2} \mp \chi)}{\frac{\partial}{\partial\omega}\left(\omega^2(\varepsilon\mu - \lambda^2 - \chi^2)\right)_0 \pm \pm 2\sqrt{(\partial\omega^2\mu\chi/\partial\omega)_0(\partial\omega^2\varepsilon\chi/\partial\omega)_0 - (\partial\omega^2\lambda\chi/\partial\omega)_0^2}}. \qquad (11)$$

Если $v_\pm$ является действительной величиной, то она полностью тождественна скорости максимума огибающей волнового пакета в киральной среде. В случае недиспергирующей среды скорость, определяемая выражением (11), как и следовало ожидать, оказывается равной групповой и фазовой скоростям циркулярных монохроматических волн.

Если же $v_\pm$ имеет отличную от нуля мнимую составляющую, то скорость максимума огибающей существенно зависит от формы вводимого волнового пакета. Будем считать, что в световод вводится частотно-модулированный гауссов импульс, для амплитуд электрической и магнитной компонент которого на входе

$(z=0)$ справедливы соотношения

$$A_\pm(t,o)=\rho_{0\pm}\exp\left(-(1+i\alpha_0)t^2/2t_0^2\right),$$
$$B_\pm(t,0)=Z_\pm A_\pm(t,0),$$

где α_0 и t_0 — начальные скорость частотной модуляции и длительность импульса, одинаковые на входе в световод для электрической и магнитной компонент. При этом решения уравнений (8) могут быть представлены в виде

$$A_\pm(t,z)=\rho_{0\pm}\exp\left(-\frac{\tau_\pm^2-(1+\alpha_0^2)k_\pm''^2z^2}{2t_0^2}\right)$$
$$\times\exp\left(i\phi_\pm(t,z)\right),\quad B_\pm=Z_\pm A_\pm,\qquad(13)$$

где фазы соответствующих циркулярных компонент поля в импульсе

$$\phi_\pm=\left(\alpha_0\tau_\pm^2+2\tau_\pm(1+\alpha_0^2)k_\pm''^2z+\alpha_0(\alpha_0^2+1)k_\pm''^2z^2\right)/2t_0^2.\qquad(14)$$

Здесь введены бегущее время для каждой из циркулярных компонент импульса $\tau_\pm=t-z/u_\pm$, параметры

$$k'_\pm=\mathrm{Re}(v_\pm^{-1})=v'_\pm/|v_\pm|^2,$$
$$k''_\pm=\mathrm{Im}(v_\pm^{-1})=v''_\pm/|v_\pm|^2$$

и скорость максимума огибающей волнового пакета (в случае комплексности параметра $v_\pm$):

$$u_\pm=|v_\pm|^2(v'_\pm-\alpha_0 v''_\pm)^{-1}.\qquad(15)$$

Отметим, что комплексность параметра $v_\pm$ возможна даже при действительности материальных параметров, т.е. $\mathrm{Im}(\varepsilon,\mu,\lambda,\chi)\cong 0$; например, при $\lambda=0$ и $\psi_{1\pm}\psi_{2\pm}<0$ либо при $\varepsilon\mu<\lambda^2$ (выполнение данного условия возможно в области сильной частотной дисперсии параметров ε или μ).

Из определения скорости $u_\pm$ следует, что при распространении частотно-модулированного импульса в киральной среде имеется принципиальная возможность достижения сверхсветовой скорости для максимумов огибающих циркулярных составляющих импульсов, т.е. $u_\pm>c$. Для более детального понимания подобной динамики волнового пакета в киральном световоде перейдем к спектральному представлению амплитуд электрического и магнитного полей. Так, спектральное представление амплитуды электрического поля дается выражением

$$\tilde{A}_\pm(\Omega,z)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}A_\pm(\tau,z)\exp(-i\Omega\tau)d\tau,\qquad(16)$$

где $\Omega=\omega-\omega_0$ — отстройка от несущей частоты. Подставив в (20) решения (13) для амплитуд $A_\pm$, получим выражения для их спектральных компонент

$$\tilde{A}_\pm(\Omega,z)=\rho_{0\pm}\left(\frac{t_0}{2\pi\Delta\omega}\right)^{1/2}$$
$$\times\exp\left(-\frac{\Omega^2}{2\Delta\omega^2}+k''_\pm\Omega z+i\varphi(\Omega)\right),\qquad(17)$$
$$\tilde{B}_\pm(\Omega,z)=Z_\pm\tilde{A}_\pm(\Omega,z),$$

где $\Delta\omega=\sqrt{1+\alpha_0^2}/t_0$ — спектральная ширина вводимого в световод импульса. В соответствии с (17) максимум огибающей приходится на частоту, которая оказывается отличной от ω_0 и зависящей от проходимого импульсом по световоду расстояния

$$\omega_{0\pm}=\omega_0+k''_\pm\Delta\omega^2z=\omega_0+k''_\pm(1+\alpha_0^2)z/t_0^2\qquad(18)$$

и которая фактически является эффективной несущей частотой медленной или быстрой компонент импульса соответственно. Таким образом, при $k''_\pm\neq 0$ происходит не только пространственное разбегание максимумов огибающих медленной и быстрой составляющих полей с константами распространения β_+ и β_-, но и их спектральное разделение при наличии у параметра $v_\pm$ мнимой составляющей. Отстройка несущих частот циркулярных компонент друг от друга $\Delta\omega_\pm=\omega_{0+}-\omega_{0-}$ во многом определяется начальным значением скорости частотной модуляции и пройденным по световоду расстоянием, т.е.

$$\Delta\omega_\pm=(k''_+-k''_-)(1+\alpha_0^2)z/t_0^2.\qquad(19)$$

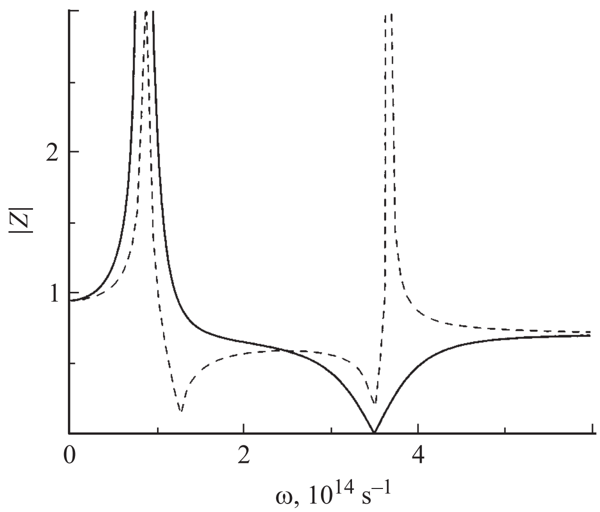
Таким образом, при достаточно больших расстояниях, проходимых волновым пакетом по световоду, может иметь место существенная его трансформация (переформирование) [7,8]. Эффектом переформирования, при котором резко усиливается передний фронт импульса, объясняется сверхсветовая скорость максимума огибающей в усиливающих средах [9,10]. В киральной среде указанный эффект может быть связан с тем, что материальные параметры являются сильно диспергирующими величинами. При этом, если скорость максимума огибающей превышает фазовую скорость на несущей частоте $u_\pm(\omega_0)>\omega_0/\beta_\pm(\omega_0)$, то в среде должно возникать излучение черенковского типа с углом черенковского переизлучения, определяемого соотношением $\theta_\pm\cong\arccos\left(\omega_0/u_\pm(\omega_0)\beta_\pm(\omega_0)\right)$.

Эффективный импеданс волнового пакета

Рассмотрим поведение параметра, характеризующего отношение амплитуд магнитного и электрического полей и, следовательно, относительную эволюцию электрического и магнитного полей в волновом пакете

$$\xi=\frac{|E|}{|H|}=\left(\frac{|A_+|^2+|A_-|^2}{|B_+|^2+|B_-|^2}\right)^{1/2}$$
$$=\left(\frac{|Z_+B_+|^2+|Z_-B_-|^2}{|B_+|^2+|B_-|^2}\right)^{1/2}.\qquad(20)$$

В случае равенства нулю параметра невзаимности λ в (20) $|Z_\pm|=|Z|$ и параметр $\xi=|Z|$ является постоянной величиной, т.е. отношение электрического и магнитного полей в волновом пакете является постоянным



Частотная зависимость модуля импеданса среды с дисперсией материальных параметров для импульса (сплошная линия) и для монохроматического излучения (пунктир).

в любой точке z в любой момент времени t. В этом случае можно говорить о классической динамике волновых компонент электрического и магнитного полей, при которой эффективный импеданс киральной среды является постоянной величиной, не зависящей от z и t. В случае комплексных величин $\psi_{j\pm}$ выражение для модуля импеданса циркулярных волн имеет вид $|Z_\pm| = |Z| = \sqrt{|\psi_{2\pm}|/|\psi_{1\pm}|}$, из которого следует существенная зависимость отношения электрической и магнитной компонент в импульсе от его несущей частоты. В частности, если от частоты зависят параметры ε и μ, а $\chi = \mathrm{const}$ в заданном частотном диапазоне, то выражение для модуля импеданса принимает вид

$$|Z|=|Z_0|\left(\left|1+\frac{\omega}{2\mu}\frac{\partial\mu}{\partial\omega}\right| \Big/ \left|1+\frac{\omega}{2\mu}\frac{\partial\varepsilon}{\partial\omega}\right|\right)^{1/2}_{\omega=\omega_0}. \qquad (21)$$

На рисунке приведена частотная зависимость модуля импеданса импульса, определяемого выражением (21). Частотная дисперсия материальных параметров киральной среды может быть задана характерными зависимостями

$$\varepsilon(\omega) = 1 + \frac{\omega_p^2}{\omega_{0e}^2 - \omega + i\gamma_e\omega},$$

$$\mu(\varepsilon) = 1 + \frac{F\omega^2}{\omega_{0m}^2 - \omega + i\gamma_m\omega}. \qquad (22)$$

Входящие в (22) значения следующие: $\omega_p = 1.2\cdot10^{14}\,\mathrm{s}^{-1}$, $\omega_{0e} = 3.5\cdot10^{14}\,\mathrm{s}^{-1}$, $\omega_{0m} = 8.9\cdot10^{13}\,\mathrm{s}^{-1}$, $F = 0.5$ и для простоты принято $\gamma_e = \gamma_m = 0$. Видно, что в областях, где проявляется сильная частотная дисперсия материальных параметров, $|Z| \ll 1$ либо $|Z| \gg 1$, т.е. имеет место преобладание электрической либо магнитной компонент в импульсе даже в том случае, когда диэлектрическая и магнитная проницаемости среды на несущей частоте являются величинами одного порядка. Для монохроматической волны указанный эффект также имеет место в области существенной частотной дисперсии, однако он проявляется в более узких частотных диапазонах, чем для импульсного излучения (пунктир).

Сценарий динамики волнового пакета с зависящим от времени и координаты эффективным импедансом, как следует из (20), реализуется только в случае отличного от нуля коэффициента невзаимности λ, при котором $|Z_+| \neq |Z_-|$ и параметр ξ зависит от времени и координаты. Если же $\xi = \xi(t, z)$, то вместе с ним и отношение магнитного и электрического волновых полей в киральной среде сложным образом зависит от времени и координаты.

Проведенный анализ также показывает, что для импульса в невзаимной киральной среде различаются скорости максимумов огибающих соответствующих циркулярных компонент, т.е. $u_+ \neq u_-$. В результате происходит его распад на быструю и медленную составляющие. Эффект распада становится наиболее существенным, если параметры $v_\pm$ являются комплексными величинами. В этом случае динамика распадающегося волнового пакета сильно зависит от начального значения скорости частотной модуляции α_0. При этом для частотно-модулированного импульса скорость максимума огибающей может оказаться большей для импульса с меньшей фазовой скоростью, и наоборот. Выявленные особенности распространения волновых пакетов в киральных световодах являются следствием не только особых свойств рассматриваемой среды, но и проявлением импульсной динамики сигналов в сильно диспергирующих средах.

Список литературы

[1] *Третьяков С.А.* // Р и Э. 1994. Т. 39. № 2. С. 184–192; № 10. С. 1457–1463.
[2] *Федоренко А.И.* // Р и Э. 1995. Т. 40. № 3. С. 381–393.
[3] *Костин М.В., Шевченко В.В.* // Р и Э. 1998. Т. 43. № 8. С. 921–926.
[4] *Аветисов В.А., Гольданский В.И.* // УФН. 1996. Т. 166. № 8. С. 873–891.
[5] *Каценеленбум Б.З., Коршунова Е.Н., Сивов А.Н.* и др. // УФН. 1997. Т. 167. № 1. С. 1201–1212.
[6] *Демидов С.В., Шевченко В.В.* // Р и Э. 2002. Т. 47. № 1. С. 1285–1290.
[7] *Ораевский А.Н.* // УФН. 1998. Т. 168. № 12. С. 1311–1321.
[8] *Курицки Г., Кожекин А.Е., Кофман А.Г., Блаубор М.* // Опт. и спектр. 1999. Т. 87. № 4. С. 551–560.
[9] *Золотов А.В., Золотовский И.О., Семенцов Д.И.* // Письма в ЖТФ. 2001. Т. 27. Вып. 17. С. 22–26.
[10] *Золотовский И.О., Семенцов Д.И.* // Опт. и спектр. 2001. Т. 91. № 1. С. 138–143.