

01;10

Оптимизация профиля приосевой области квазиоптического ускорителя электронов

© Я.Л. Богомолов, Е.С. Семенов, А.Д. Юнаковский

Институт прикладной физики РАН,
603950 Нижний Новгород, Россия
e-mail: bogomol@appl.sci-nnov.ru, semes@appl.sci-nnov.ru, yun@appl.sci-nnov.ru

(Поступило в Редакцию 12 сентября 2006 г.)

Для предложенного ранее [1] варианта электрон-позитронного коллайдера оптимизируется конфигурация ускорительного канала с целью повысить ускорительный градиент при неразрушающих напряженностях высокочастотного электромагнитного поля на металлической поверхности.

PACS: 41.20-q, 07.57.-c

Введение

Одна из разновидностей ускорительных структур, предлагаемых для использования в будущих электрон-позитронных коллайдерах, представляет собой периодический набор профилированных металлических дисков, облучаемых волновым потоком, сфокусированным на ось ускорительного канала (рис. 1) [1,2]. В ускорительном канале электромагнитное поле представляет собой

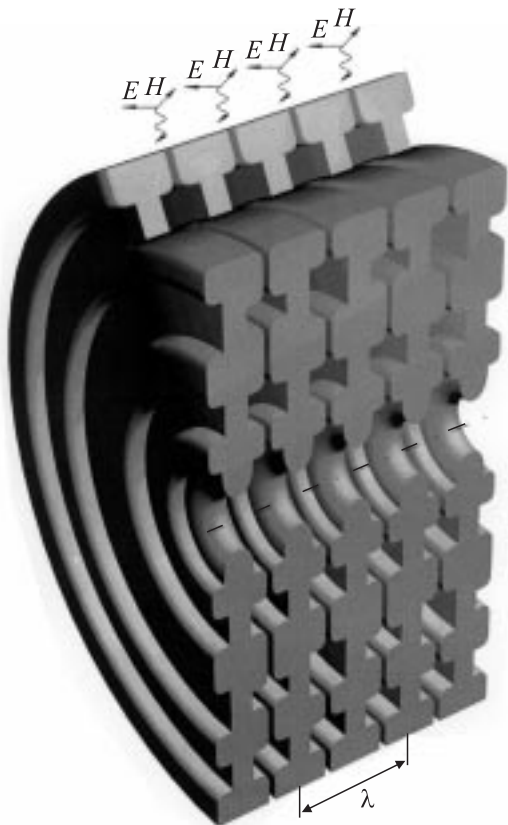


Рис. 1. Ускорительная структура квазиоптического коллайдера. Период структуры равен длине волны в свободном пространстве λ .

осесимметричную π -моду E -типа (рис. 2). Период структуры равен длине волны в свободном пространстве λ , благодаря чему фазовая скорость одной из основных пространственных гармоник π -моды равна скорости света и соответственно близка к скорости ускоряемых ультрарелятивистских частиц.

Предполагая радиальные каналы существенно более узкими по сравнению с периодом структуры, можно при оптимизации приосевой области в качестве приближенной модели рассматривать систему как сплошную осесимметричную металлическую трубу с гофрированной поверхностью (рис. 2).

1. Уравнения и граничные условия для поля

В рассматриваемом случае уравнения Максвелла для осесимметричной π -моды сводятся к уравнению Гельмгольца относительно азимутальной компоненты магнитного поля H_ϕ :

$$\Delta H_\phi + \left(1 - \frac{1}{\rho^2}\right) H_\phi = 0, \quad (1)$$

где $\Delta = \left(\frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{\partial^2}{\partial \xi^2}\right)$ — оператор Лапласа, $\rho = 2\pi r/\lambda$ и $\xi = 2\pi z/\lambda$ — безразмерные радиальная и осевая (продольная) координаты. Продольная E_z и радиальная E_r компоненты электрического поля выражаются через H_ϕ и ее производные

$$E_z = \frac{\partial H_\phi}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} H_\phi, \quad E_r = -\frac{\partial H_\phi}{\partial \xi}. \quad (2)$$

В силу трансляционной симметрии системы достаточно рассчитать высокочастотное поле на полупериоде $0 \leq \xi \leq \pi$ (рис. 3), задав профиль диафрагмы уравнением

$$S(\rho, \xi) = 0, \quad \rho_0 \leq \rho \leq b. \quad (3)$$

На оси системы магнитное поле π -моды равно нулю

$$H_\phi \Big|_{\rho=0} = 0. \quad (4)$$

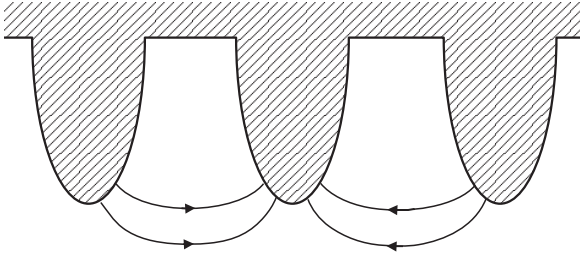


Рис. 2. Модель ускорительного канала со структурой электрического поля π -моды.

На краях ячейки отсутствует радиальная компонента электрического поля

$$E_r \equiv -\frac{\partial H_\varphi}{\partial \xi} \Big|_{\xi=0,\pi} = 0, \quad (5)$$

а на металлической поверхности равна нулю тангенциальная компонента электрического поля

$$E_\tau \equiv (\text{rot } \mathbf{H}_\varphi)_\tau \equiv \frac{\partial S}{\partial \rho} \left[\frac{1}{\rho} \frac{\partial(\rho H_\varphi)}{\partial \rho} \right] - \frac{\partial S}{\partial \xi} \left(-\frac{\partial H_\varphi}{\partial \xi} \right) = 0, \quad (6)$$

$$(\rho, \xi) \in \{S(\rho, \xi) = 0\}.$$

В частности, при $\rho = b$ граничное условие (6) принимает вид

$$E_z \equiv \left(\frac{\partial H_\varphi}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} H_\varphi \right) \Big|_{\rho=b} = 0. \quad (7)$$

В настоящей статье рассматривается профиль диафрагмы $S(\rho, \xi)$ в виде дуги эллипса, определяемой тремя параметрами: ρ_0 — апертура (минимальный радиус системы); d — толщина диафрагмы; b — максимальный радиус системы. Центр эллипса располагается в точке $(\pi/2, b)$. Аналогичный профиль (с добавлением к дуге эллипса отрезка прямой, параллельной оси ρ) ранее рассматривался в [3] для случая бегущей волны в диафрагмированном волноводе.

При фиксированных значениях параметров ρ_0 и d ищется такое значение b , при котором существует нетривиальное решение уравнения (1), удовлетворяющее граничным условиям (4)–(7).

Для нахождения решения задачи (1), (4)–(7) используется метод дискретных источников [4]. Источники располагаются за пределами области вблизи ее границы. Решение ищется в виде линейной комбинации функций Грина оператора (1) с граничными условиями (4), (5), (7) в прямоугольной объемлющей области $\{0 \leq \rho \leq b, 0 \leq z \leq \pi\}$. Граничные условия полагаются точно выполненными в отдельных точках границы (точках коллокации), что приводит к системе однородных линейных алгебраических уравнений (СОЛАУ) относительно коэффициентов, определяющих силу источников.

Для существования нетривиального решения СОЛАУ необходимо, чтобы ее матрица была сингулярной. Численный алгоритм нахождения параметров граничного

профиля, при которых матрица СОЛАУ имеет нулевое собственное значение, представлен в работах [5,6]. В основу этого алгоритма положена процедура сингулярного разложения матриц [7].

Заметим, что результирующее поле в ускорительной ячейке идентично собственной моде закрытого резонатора, образованного гофрированной металлической поверхностью и заматризованными плоскостями $\xi = 0, \xi = \pi$. В такой резонаторе электрическое \mathbf{E} и магнитное \mathbf{H} поля меняются во времени по синусоидальному закону и сдвинуты по фазе на четверть периода: в момент, когда одно из этих полей достигает экстремума, другое обращается в нуль [8]. Величина энергии электромагнитного поля в приосевом объеме V , ограниченном по продольной координате интервалом $(0, \pi)$, определяется формулами

$$W = \int_V \mathbf{E}^2 dV = \int_V \mathbf{H}^2 dV = 2\pi \int_0^\pi \int_0^{\rho_s(\xi)} H_\varphi^2 \rho d\rho d\xi, \quad (8)$$

где $\rho_s(\xi)$ — уравнение поверхности гофрированной трубы (рис. 2).

2. Функционалы

Для каждого решения уравнения (1) с граничными условиями (4)–(7) вычисляются следующие функционалы:

— синхронная инжектированным ультрарелятивистским частицам составляющая осевого электрического поля — ускорительный градиент

$$G = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi E_z(\xi, 0) \cos \xi d\xi; \quad (9)$$

— „сопротивление связи“

$$Z = \frac{G^2}{W}, \quad (10)$$

пропорциональное отношению квадрата ускорительного градиента к энергии электромагнитного поля (8) и характеризующее эффективность ускорения частиц в системе;

— отнормированные на ускорительный градиент максимумы электрического E_{mc} и магнитного H_{mc} полей на металлической поверхности

$$E_{mc} = \max_S |E(\xi, \rho)/G|, \quad (11)$$

$$H_{mc} = \max_S |H_\varphi(\xi, \rho)/G|. \quad (12)$$

Во избежание электрического пробоя и „усталости“ конструкции величины (11), (12) необходимо минимизировать.

3. Условный оптимум параметров профиля

В рассматриваемой электродинамической системе фазовая скорость рабочей пространственной гармоники электромагнитного поля предполагается равной скорости света. Это условие накладывает связь между геометрическими параметрами ρ_0 , b и d (рис. 3). Данная связь использовалась нами ранее при постановке и построении численного алгоритма нахождения параметров граничного профиля (см. разд. 1). Соответственно b можно считать функцией ρ_0 и d . Тогда и функционалы (10)–(12) оказываются функциями ρ_0 и d .

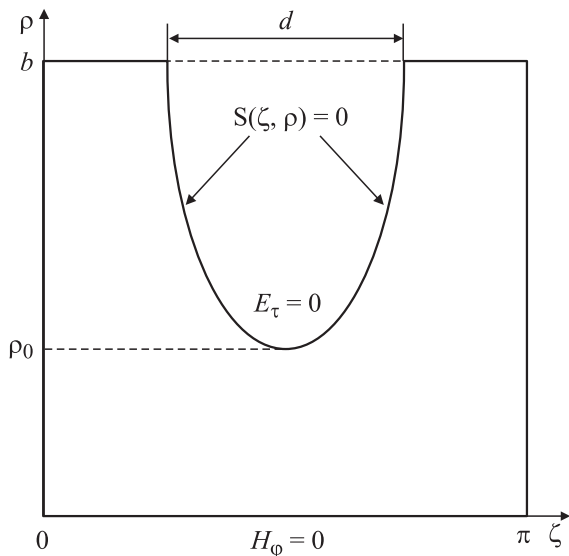


Рис. 3. Модельная ячейка ускорительного канала.

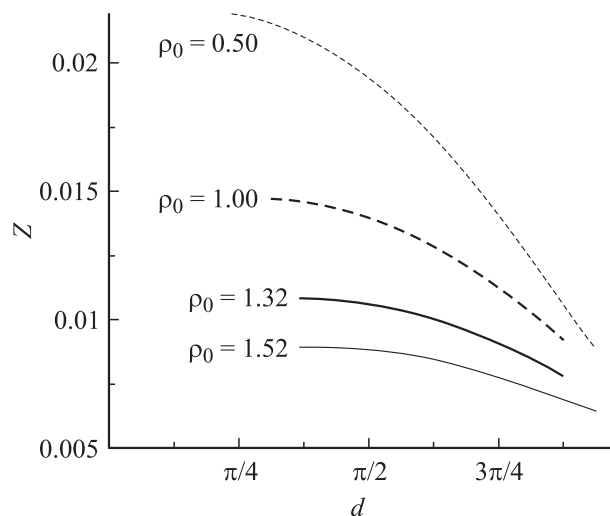


Рис. 4. Зависимость сопротивления связи Z от толщины диафрагмы d .

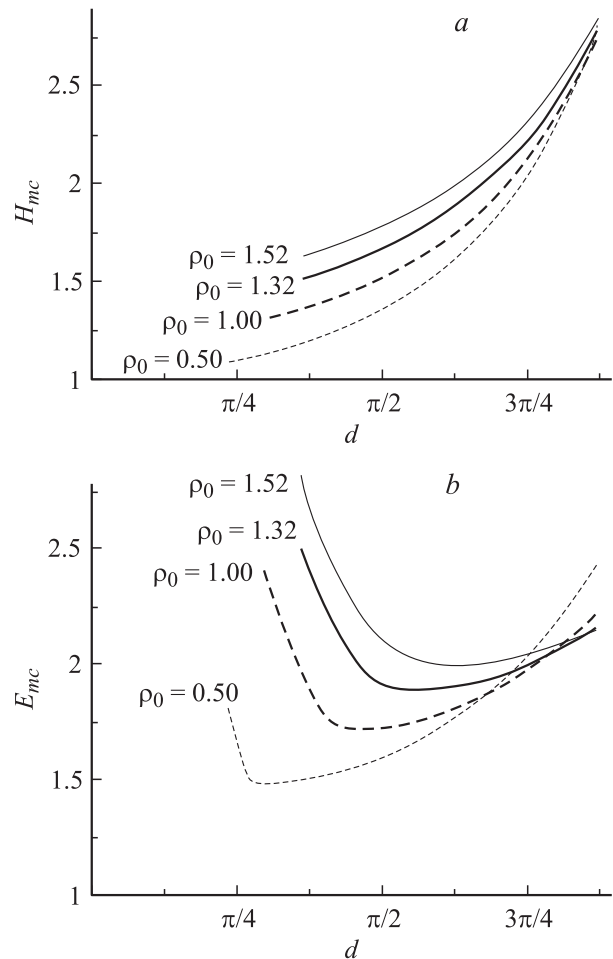


Рис. 5. Зависимости максимумов поверхностных напряженностей электрического и магнитного полей, отнормированных на ускорительный градиент, от толщины диафрагмы d .

Как следует из расчетов, при фиксированном значении апертуры ρ_0 с уменьшением толщины диафрагмы d имеют место следующие результаты.

1) Сопротивление связи Z монотонно возрастает, насыщаясь при тонких диафрагмах (рис. 4).

2) Максимум модуля магнитного поля H_{mc} на металлическом профиле, отнормированного на ускорительный градиент, монотонно убывает (рис. 5, *a*). Точка максимума магнитного поля на профиле практически не зависит от толщины диафрагмы: она находится в области больших значений ρ , приближаясь к границе b при толстых диафрагмах.

3) Максимум модуля электрического поля E_{mc} на металлическом профиле, отнормированного на ускорительный градиент, имеет точку минимума (рис. 5, *b*). Поведение точки на профиле, в которой достигается значение E_{mc} , зависит от размера апертуры ρ_0 . При апертурах $\rho_0 \gtrsim 1$ у электрического поля на профиле имеется единственный максимум, который смещается от некоторого среднего значения между ρ_0 и b — при толстых диафрагмах — к вершине эллипса, достигая

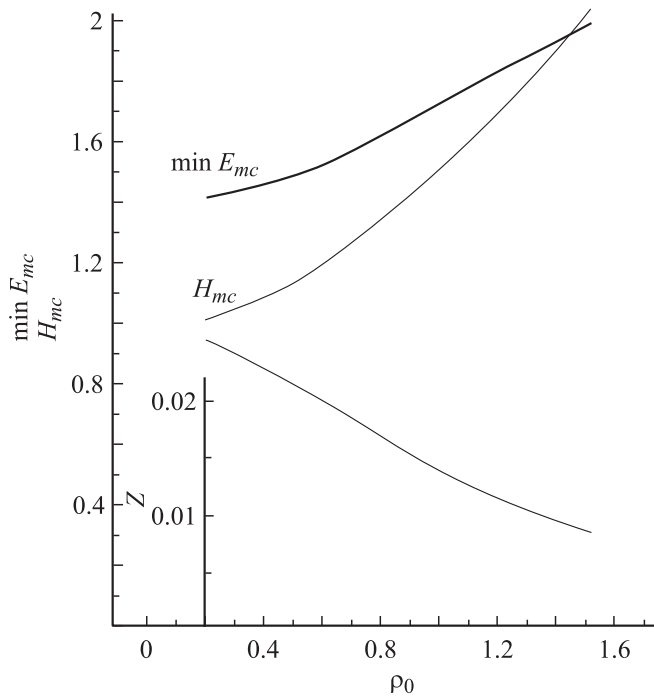


Рис. 6. Зависимости напряженностей полей и сопротивления связи от апертуры ρ_0 при параметре d , обеспечивающем минимум максимуму электрического поля на поверхности металла.

ее при тонких диафрагмах. В случае малых апертур ($\rho_0 \lesssim 1$) у электрического поля кроме вышеописанного максимума появляется еще один, расположенный в вершине эллипса. Вершина этого максимума при уменьшении параметра d растет и, начиная с некоторой „бифуркационной“ толщины диафрагмы, становится больше, чем величина „бокового“ максимума. Этим и объясняется неаналитичность кривых при малых апертурах на рис. 5, *b*.

Очевидно, что в практической ускорительной системе диафрагма должна иметь толщину, близкую к значению аргумента, минимизирующего функцию $E_{mc}(d)$ на рис. 5, *b*.

При уменьшении апертуры ρ_0 (рис. 6) минимизированный по d максимум модуля электрического поля E_{mc} на металлической поверхности, отнормированного на ускорительный градиент, уменьшается, причем этот минимум достигается при все более тонких диафрагмах. При диафрагмах, соответствующих минимуму величины E_{mc} , с уменьшением апертуры ρ_0 сопротивление связи Z увеличивается, а максимум модуля магнитного поля H_{mc} на металлическом профиле, отнормированного на ускорительный градиент, уменьшается (рис. 6).

Параметры эллипса (ρ_0, d, b), обеспечивающие минимальное значение максимума модуля электрического поля на металлическом профиле, отнормированного на ускорительный градиент, а также соответствующие величины максимумов модулей электрического E_{mc} и

магнитного H_{mc} полей на металлическом профиле, отнормированные на ускорительный градиент, и сопротивления связи Z представлены в таблице.

Оптимальные параметры профиля и соответствующие значения функционалов

ρ_0	d	b	E_{mc}	H_{mc}	Z
0.50	0.94	2.519	1.4833	1.1321	$2.1529 \cdot 10^{-2}$
1.00	1.54	2.728	1.7158	1.5036	$1.4002 \cdot 10^{-2}$
1.32	1.84	2.916	1.8840	1.8029	$1.0236 \cdot 10^{-2}$
1.52	2.04	3.066	1.9895	2.0361	$0.8317 \cdot 10^{-2}$

Заключение

Приведенные выше результаты расчетов (качественно согласующиеся с выводами работы [3]) могут быть использованы при конструировании квазиоптических линейных ускорителей с параметрами, обеспечивающими электропрочность системы.

Авторы выражают искреннюю признательность М.И. Петелину за постановку задачи и полезные замечания, а также В.Н. Яковлеву за плодотворные дискуссии.

Список литературы

- [1] *Petelin M.I.* // Proc. of the Advanced Accelerator Concepts. 2002. P. 459–468.
- [2] *Petelin M.I.* // Proc. of the 5th Int. Workshop. „Strong Microwaves in Plasmas“, N. Novgorod, 2003. P. 82–89.
- [3] *Myakishev D., Nezhevenko O., Tarnetsky V., Yakovlev V.* // Proc. of Particle Accelerator Conf. and Int. Conf. on High Energy Accelerators. Dallas, 1995. P. 1076.
- [4] *Еремин Ю.А., Свешников А.Г.* Метод дискретных источников в электромагнитных задачах дифракции. М.: Изд-во МГУ, 1992. 184 с.
- [5] *Bogomolov Ya.L., Semenov E.S., Yunakovsky A.D.* // Proc. of the Int. Seminar „Day on Diffraction — 2003“, St. Petersburg: Universitas Petropolitana, 2003. P. 22–31.
- [6] *Bogomolov Ya.L., Semenov E.S., Yunakovsky A.D.* // Нелинейные граничные задачи / Под ред. И.В. Скрыпника. Вып. 15. Донецк, 2005. С. 31–40.
- [7] *Деммель Дж.* Вычислительная линейная алгебра. Теория и приложения. М.: Мир, 2001.
- [8] *Вайнштейн Л.А.* Электромагнитные волны. М.: Радио и связь, 1988. 440 с.