

Акустические возмущения и турбулентные пульсации

© Л.Н. Пятницкий

Институт высоких температур РАН,
125412 Москва, Россия
e-mail: pyat7@mail.ru

(Поступило в Редакцию 11 октября 2006 г.)

Пространственно-временное поле пульсаций параметров турбулентного течения интерпретируется на основе акустических возмущений. Рассмотрен процесс образования возмущений, предложены два одновременно действующих механизма формирования пульсационного поля. Один из них традиционно связан с завихренностью, другой обусловлен колебаниями параметров в акустической волне.

PACS: 47.27.-i, 47.27.E-

Уравнения гидродинамики позволяют описать средние значения параметров турбулентного течения, по крайней мере, для простых условий. Что же касается пульсаций и впечатляющей картины перехода струйного течения в турбулентное, то, как неоднократно подчеркивается в [1], они до сих пор не получили полного теоретического объяснения. Причина такого странного положения кроется в неопределенности механизма турбулентных пульсаций, которая, в свою очередь, объясняется отсутствием ясных представлений о форме возмущающего движения.

С самого начала наметились два подхода к изучению проблемы. Рейнольдс [2] и Рэлей [3] исходили из того, что ламинарное течение переходит в турбулентное в результате потери устойчивости. В этой постановке задача сводится к выяснению того, затухает или нарастает с течением времени малое возмущение, которое обычно задают в виде гармонической функции и описывают теми же уравнениями, что и само течение.

Х. Лоренц [4], напротив, допускал любую форму возмущающего движения и соответственно для описания пульсаций искал уравнения, совместимые лишь с уравнением неразрывности. Это направление в изучении турбулентности не получило дальнейшего развития из-за отсутствия конкретной формы возмущающего движения. Но его обоснованность видна на примере стационарного течения, в котором распределение средней скорости не зависит от времени, $U(r)$, тогда как пульсации образуют пространственно-временное поле $u(r, t)$.

Развитию первого направления способствовали работы Л. Прандтля. Обнаружив явление прилипания жидкости к стенке [5], Прандтль выделил тонкий пограничный слой, отличающийся от остального течения ролью вязкости. Под действием сил вязкости трения движение жидкости в этом слое становится вихревым, тогда как в основном течении оно потенциально. Устойчивость течения теперь определялась устойчивостью ламинарного пограничного слоя. Для описания течения в этом слое, начиная с Прандтля, используют уравнение Навье–Стокса и неразрывности и ряд существенных упрощающих предположений. В частности, предполагается, что

градиент давления в потоке в направлении нормали к стенке равен нулю

$$(\partial P / \partial z) = 0, \quad (1)$$

а давление вдоль потока определяется уравнением Бернулли для основного течения.

По существующим представлениям, появление пульсаций в основном течении объясняется проникновением вихрей из области трения и их распадом в потенциальном течении [6]. Но, согласно теореме Томсона, такое проникновение возможно лишь при отрыве пограничного слоя, обусловленного локальным повышением давления, когда $(\partial P / \partial z) \neq 0$. Поэтому отрыв пограничного слоя обычно исследуют при движении жидкости вдоль стенки, поверхность которой имеет изгиб (см., например, [7–9]). Однако турбулентность возникает и у плоской поверхности, что противоречит принятому условию (1).

Ввиду отсутствия физически обоснованной формы возмущающего движения при изучении пульсаций получили распространение методы хаотической динамики. Такой подход к описанию пульсаций связан с образованием странного аттрактора, представляющего собой притягивающее множество неустойчивых траекторий динамических переменных в фазовом пространстве. Развитие и современное состояние исследований в этом направлении, а также когерентные структуры в течениях разного типа описаны в обзоре [10].

Понятие „странного аттрактора“ относится, вообще говоря, к автоколебательным системам, и образование пульсаций, таким образом, подразумевает акустический автоколебательный процесс. На основе этой концепции турбулентность моделировалась как цепь связанных колебаний [11]. Однако, как показано в работе [12], возникновение пульсаций и когерентных структур связано не с возбуждением автоколебаний, а с усилением случайных акустических возмущений. Более того, оказалось, что существует полная аналогия между характером пульсаций в струе под воздействием акустических волн и колебаниями механического маятника при случайных

смещениях оси его подвески [13]. Поскольку нелинейное уравнение Навье-Стокса к колебаниям маятника не имеет никакого отношения, основой для аналогии может являться только волновое уравнение. Следовательно, в образовании пульсаций акустические волны должны играть более важную роль, чем принято думать.

Как было показано в работах [14–16], распространение в потоке акустических волн, возникающих на стенках в виде центров локального повышения давления, позволяет описать турбулентные пульсации, включая формирование их статистических свойств. Однако механизм образования таких центров оставался неизвестным.

Сам факт распространения возмущений параметров течения акустическими волнами не вызывал сомнений [17], но скорость движения частиц среды в волне считалась слишком малой для того, чтобы влиять на пульсации. Между тем легко показать, что давление p , при котором волна способна создавать наблюдаемые в экспериментах пульсации скорости u , в действительности не столь велико. Его можно оценить, пользуясь данными классических измерений Г. Рейхардта [18].

В канале 100×24.4 см при атмосферном давлении ($P \approx 10^5$ Па) и скорости воздушного потока $U = 100$ см/с ($Re \approx 10^4$) Рейхардт получил для среднеквадратичной скорости пульсаций значение $u \sim 5$ см/с. Отсюда с помощью соотношения $u/c \approx p/P$ [17], справедливого для параметров в волне, находим $p \approx 14$ Па ≈ 0.1 мм Hg. Таким образом, наблюдаемые в эксперименте пульсации скорости могут быть созданы звуковыми волнами относительно небольшой интенсивности, на уровне громкости человеческой речи.

При выяснении механизма образования таких волн ограничимся медленным течением жидкости (или газа) в канале постоянного сечения. Двигаясь в канале, вязкая жидкость теряет часть своей энергии на трение о стенки, которое тормозит течение. Для поддержания движения какой-то внешний источник, например поршень [1,17], должен компенсировать эти потери, излучая элементарные волны сжатия. Совокупность волн сжатия образует простую волну. В канале ограниченной апертуры течение, по существу, является волновым пучком, и в силу рэлеевской расходимости его фронт приобретает кривизну [1].

Свойства пучка, создаваемого поршневым излучателем звука, оцениваются по волновому параметру $B = \sqrt{\lambda L/S}$, где λ — характерная длина волны сжатия, L — длина пучка, S — площадь поршня. Вблизи поршня в прожекторной зоне ($B \ll 1$) волновой фронт поля пучка плоский. На расстояниях, где $B \gg 1$, фронт пучка принимает расходящуюся сферическую форму. Например, для $\lambda = 50$ см и $S = 10$ см² волновой параметр достигает значения $B = 1$ уже на расстоянии $L < 0.2$ см, т. е. фронт практически сразу становится сферическим.

Сферическая волна в канале отражается от стенок. В волне на частоте ω вместе со скоростью испытывает колебания и температура. Но температура стенки и температура непосредственно соприкасающейся с ней

жидкости не отличаются друг от друга. Поэтому в тонком пристеночном слое жидкости возникает большой периодически меняющийся градиент температуры, который приводит к большой диссипации энергии волны [1]. Доля полной энергии, поглощаемой у поверхности стенки единичной площади, определяет соотношение

$$\gamma = \frac{2\sqrt{2}\omega}{c \cos \vartheta} [\sqrt{v} \sin^2 \vartheta + \sqrt{\chi} (\gamma - 1)], \quad (2)$$

где ϑ — угол падения волны, $\gamma = c_p/c_v$, χ — коэффициент температуропроводности.

Формула (2) получена для плоской волны. Нас интересует поглощение G_x сферической волны в точке ее отражения, бегущей вдоль оси x канала, образованного, например, двумя плоскими стенками с расстоянием d между ними. При большом радиусе кривизны R волнового фронта формула (2) применима и к такой волне. Но в этом случае угол падения ϑ в точке отражения, скорость перемещения этой точки $\chi' = (d\chi/dR)(dR/dt)$, а также колебания продольной $u = u(R) \sin \vartheta$ и поперечной $w = u(R) \cos \vartheta$ компонент скорости зависят от R .

В канале постоянного сечения зависимости угла ϑ и амплитуды скорости u от радиуса волны R известны: $\vartheta = \arccos(1/2R)$, $u(R) \sim R^{-1}$. После их подстановки в соответствующие выражения получим

$$\begin{aligned} G_x &= \gamma R^{-2}, & u &\sim \sqrt{4R^2 - 1}/2R^2, \\ w &\sim 1/2R^2, & \chi' &= cR(R^2 - 1/4)^{-1/2}. \end{aligned} \quad (3)$$

Зависимости поглощения G_x , амплитуд u , w в точке отражения и скорости χ' этой точки от безразмерного радиуса R (в масштабе d) приведены на рис. 1. В расчетах использованы коэффициенты $v \sim \chi \sim 0.15$ см²с⁻¹ и $c_p/c_v = 1.4$ для воздуха. Поглощение G_x дано в

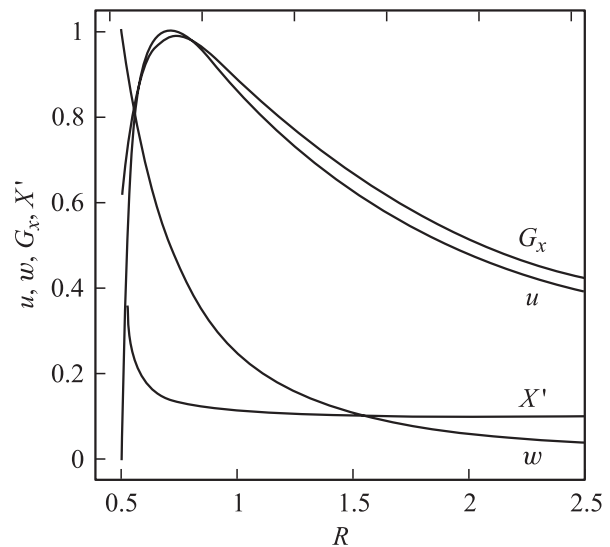


Рис. 1. Распределение величин G_x , u , w и χ' в бегущей точке отражения.

относительных единицах, относительная скорость χ' — в масштабе 1:10, амплитуда w — в масштабе 1:2.

Функции w и χ' являются монотонными. Компонента скорости w по мере приближения к углу $\vartheta = 0^\circ$ увеличивается до 2, скорость χ' испытывает резкий подъем. Но поглощение G_x и амплитуда продольных колебаний u имеют острые максимумы для значений радиуса $R_{\max} \approx 0.73$ и 0.71 , что соответствует $\vartheta_{\max} \approx 46.7^\circ$ и 45.2° . На поверхности стенки эти максимумы разделены расстоянием $\Delta x \approx 0.03$, т.е. можно считать, что они совпадают. В точке отражения u и w практически равны, а сама точка движется со скоростью звука.

Амплитуда продольных колебаний u , вообще говоря, мала по сравнению с компонентой скорости течения U , но на поверхности стенки они обе обращаются в нуль. Однако у стенки в пограничном слое зависимость $U(z)$ линейна, тогда как $u(z)$ пропорциональна разности $1 - \exp(-z\sqrt{\omega/2\nu})$ и уменьшается только около самой стенки. Поэтому в узком пристеночном слое жидкости на ограниченной длине порядка Δx амплитуда продольных колебаний u оказывается больше скорости U , и у стенки появляется значительный локальный градиент касательной скорости. В зоне этого градиента образуется тангенциальный разрыв, а его неустойчивость приводит к резкому росту давления и отрыву пограничного слоя [1].

Отрыву способствуют рост давления у стенки при отражении волны, $p \approx 2c\rho u^2 \cos^2 \vartheta$, и диссипация ее энергии (2). Все эти процессы протекают при отражении волны сжатия за время ее взаимодействия с пограничным слоем толщиной δ . Поскольку это время мало (порядка $2\delta/c$), локальное избыточное давление можно представить в виде мгновенно возникающего возмущения $f(r)|_{r \leq a}$ с характерным размером $a \approx \delta$. Возмущение такого типа распространяется в потоке со скоростью звука как сферический волновой пакет толщиной $2a$ [1].

Пограничный слой течения в простой волне характеризуется большим градиентом скорости движения жидкости $dU(z)/dz$ и, следовательно, завихренностью. По теореме Томсона, линии тока с циркуляцией не должны пересекать поверхность, отделяющую область завихренности от потенциального основного течения. Но волновой пакет свободно проходит сквозь эту поверхность. Отсюда следует, что некоторая доля энергии движения жидкости, расходуемая на преодоление трения, превращается в тепло и частично передается стенке, а остальная ее часть рассеивается в потоке акустическими волнами.

Волновой пакет несет в себе колебания гидродинамических параметров

$$p \sim \rho \sim \frac{1}{r} f(r - ct);$$

$$u \sim \frac{1}{r} f(r - ct) - \frac{1}{r^2} \int_{r-ct} f(r - ct) d(r - ct).$$

Как видно из выражений (3), скорость в волне отличается от давления и плотности дополнительным слагаемым. С этим слагаемым связано увлечение волной части жидкости [17]. Волна выносит ее из пограничного слоя в основное течение, а вместе с ней — „вмороженную“ в жидкость завихренность. В потенциальном течении завихренность под действием трения выравнивается и постепенно затухает [19].

В канале одновременно распространяется много волн возмущений. Суперпозиция связанных с волнами колебаний формирует в потоке пространственно-временное поле пульсации. При этом вынос завихренности волнами возмущений создает свою систему беспорядочных пульсаций скорости, которая практически соответствует известному механизму [6]. Таким образом, в волновой модели реализуются два механизма образования пульсаций.

Однако первое слагаемое выражения для скорости в (3) затухает с расстоянием как r^{-1} , тогда как второе слагаемое, ответственное за перенос завихренности, пропорционально r^{-2} . Поэтому на расстоянии $r \gg a$ поле пульсаций определяется первым слагаемым, и перенос завихренности теряет свое значение.

Предложенную концепцию пульсаций подтверждают данные экспериментов Райхардта. На рис. 2 точки воспроизводят экспериментальные зависимости [18] среднеквадратичных продольных $\sqrt{u^2}$ и поперечных $\sqrt{w^2}$ пульсаций скорости от расстояния до стенки z , которые построены в относительных единицах в масштабах $(\sqrt{u^2})_{\max}$ и $d = 24.4$ см. На графике сплошные линии представляют модельные зависимости для тех же величин [15]. В расчетах учитывались только однократно

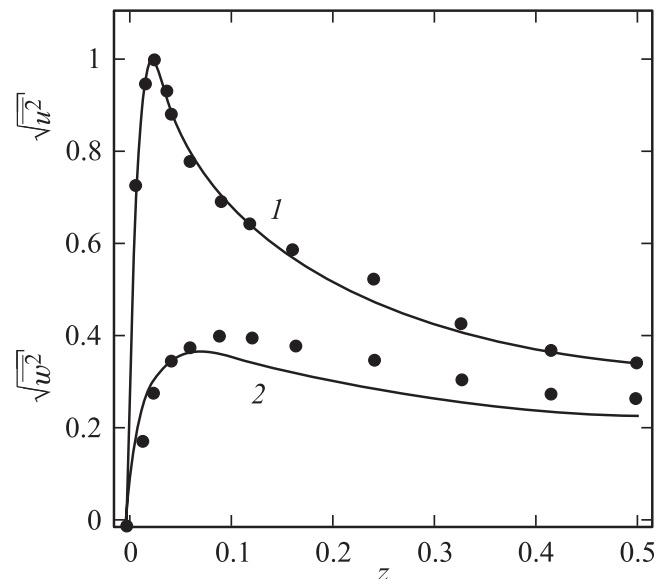


Рис. 2. Пульсации скорости $\sqrt{u^2}$ (1) и $\sqrt{w^2}$ (2), по данным [18] и модельным расчетам [15].

отраженные волны с компонентами скорости

$$\left. \begin{aligned} u &\sim f \left(\frac{l_n - l}{a} \right) \sin(\vartheta)/l, \\ w &\sim f \left(\frac{l_n - l}{a} \right) \cos(\vartheta)/l, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

где l — пройденное волной расстояние, l_n — длина пути элемента волны до точки измерения, ϑ — угол наклона траектории в этой точке, $a = \delta = 0.03$ взято из эксперимента [18].

По данным эксперимента, поперечная компонента пульсаций слабо зависит от расстояния до стенки z , тогда как продольная компонента имеет при $z = \delta \approx 0.03$ острый максимум. Эта особенность, до сих пор не получившая должного объяснения, находит естественное описание в рамках волновой модели пульсаций. Модельные зависимости, показанные на рис. 2, вполне удовлетворительно описывают результаты измерений.

Пульсации акустического происхождения были обнаружены не только в турбулентных течениях [20], но и в турбулентных пламенах и детонационных структурах [21], а также в структурах плазменных каналов, создаваемых бесселевыми пучками лазерного излучения [22].

Возвращаясь к началу изложения, заметим, что Х. Лоренц, по-видимому, был прав в поисках новой формы возмущающего движения и соответствующих ему уравнений, отличающихся от уравнений, описывающих само течение.

Автор благодарен Г.И. Баренблатту за конструктивное обсуждение и полезные советы.

Список литературы

- [1] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. М.: Наука, 1988.
- [2] Reynolds O. // Phil. Trans. Soc. Roy. London. 1883. Vol. 174. P. 935–982; Phil. Trans. Roy. Soc. 1895. Vol. 186A. P. 123–164.
- [3] Strutt J.W. (Lord Rayleigh) // Proc. Lond. Math. Soc. 1880. Vol. 11. P. 57–71; 1887. Vol. 19. P. 67–80.
- [4] Lorentz H.A. Über die Entstehung turbulenter Flüssigkeitsbewegungen und über den Einfluß dieser Bewegungen bei der Strömung durch Röhren. Abh. Theor. Physik. Teubner, Leipzig, 1907. S. 43.
- [5] Prandtl L. // Verhandlg. III. Int. Math. Kongr. Heidelberg. 1904. S. 484–491.
- [6] Richardson L.F. Weather prediction by numerical process. Cambridge: Univ. Press, 1922.
- [7] Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1969 (Пер. с нем.: Schlichting H. Grenzschicht-Theorie. V.G. Braun. Karlsruhe, 1960).
- [8] Монин А.С., Яглом А.М. Статистическая гидромеханика. Ч. 1. М.: Наука, 1967.
- [9] Davidson P.A. Turbulence. Introduction for Scientists and Engineers. Oxford: Univ. Press, 2004.
- [10] Рабинович М.И., Суцук М.М. // УФН. 1990. Т. 60. С. 3–64.

- [11] Гапонов-Грехов А.В., Рабинович М.И., Старобинец И.М. // Письма в ЖЭТФ. 1994. Т. 39. С. 588–691.
- [12] Landa P.S., McClintock P.V.E. // Phys. Rep. 2004. Vol. 397. P. 1–62.
- [13] Landa P.S., Zaikin A.A., Rosenblum M.G., Kurths J. // Phys. Rev. E. 1997. Vol. 56. P. 1465–1470.
- [14] Пятницкий Л.Н. // ЖЭТФ. 2001. Т. 119. № 4. С. 665–684.
- [15] Пятницкий Л.Н. // Письма в ЖТФ. 2003. Т. 29. Вып. 9. С. 9–17; Письма в ЖТФ. 2003. Т. 29. Вып. 24. С. 69–76. Электронные версии springeronline: <http://dx.doi.org/10.1134/1.1579793>; <http://dx.doi.org/10.1134/1.1639469>.
- [16] Пятницкий Л.Н. // ЖТФ. 2004. Т. 74. Вып. 2. С. 52–61. Электронная версия springeronline: <http://dx.doi.org/10.1134/1.1648955>.
- [17] Lighthill J. Waves in fluids. Cambridge: Univ. Press, 1979.
- [18] Reichardt H. Messungen turbulenter Schwankungen. Naturwissenschaften. 1938. Vol. 26. N 24/25. P. 404–408.
- [19] Седов Л.И. Методы подобия и размерности в механике. М.: Наука, 1987. 430 с.
- [20] Пятницкий Л.Н. // ЖЭТФ. 1998. Т. 113. С. 191–203.
- [21] Пятницкий Л.Н. // ДАН СССР. 1962. Т. 144. С. 1262–1264; 1967. Т. 176. С. 631–635.
- [22] Пятницкий Л.Н. // Физика плазмы. 2001. Т. 27. С. 846–858.