

# Теоретическое исследование возможности разделения изотопов при движении заряженных частиц в электромагнитном поле цилиндрического конденсатора и линейного тока, протекающего вдоль его оси

© Ю.А. Кирочкин,<sup>1</sup> А.Ю. Кирочкин<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина,  
61004 Харьков, Украина

<sup>2</sup> Университет гражданской защиты Украины,  
61023 Харьков, Украина  
e-mail: kira\_the\_poooh@mail.ru

(Поступило в Редакцию 22 августа 2006 г. В окончательной редакции 19 января 2007 г.)

Характерной особенностью траекторий движения зарядов в постоянных аксиально-симметричных радиальном электрическом и азимутальном магнитном полях, напряженности которых обратно пропорциональны расстоянию от оси симметрии, является экспоненциальная зависимость точек поворота от параметров движения. Это приводит к заметному различию траекторий для ионов изотопов, к возможности создания нового способа их электромагнитного разделения. Изложены теоретические исследования траекторий разделяемых изотопов. Ранее найдены условия, при выполнении которых траектории являются замкнутыми и образуют тороидальные поверхности — накопительные вихревые кольца. Эти результаты приведены для удобства рассмотрения другой проблемы — возможности образования таких ионных тороидальных вихревых поверхностей (устойчивых по Вуду) при разряде линейной молнии в атмосфере (модель шаровой молнии).

PACS: 28.60.+s

## Траектории движения заряда

Интерес к траекториям зарядов в скрещенных электрическом и магнитном полях обусловлен наличием разных дрейфовых движений, которые могут использоваться для создания интенсивных пучков заряженных частиц, для эффективного электромагнитного разделения изотопов, для создания электромагнитных ловушек и т.д. Такие траектории исследовались многими авторами. В частности, в [1] методом Гамильтона–Якоби получены траектории заряженных частиц при движении в постоянном электромагнитном поле цилиндрического конденсатора, линейного тока, текущего вдоль его оси и витков соленоида, намотанных на внешнем цилиндре.

В настоящей работе рассматривается подобная задача (без поля соленоида) путем интегрирования нерелятивистских уравнений движения зарядов. Изучение траекторий зарядов ведется в цилиндрической системе координат  $r, \alpha, z$  ( $\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\alpha$  и  $\mathbf{e}_z$  — орты) с осью  $z$ , направленной вдоль оси цилиндрического конденсатора.

Рассмотрим движение нерелятивистской частицы с зарядом  $q < 0$  и массой  $m$ , появляющейся из источника при начальных условиях

$$t = 0, \quad r = a, \quad \alpha = \alpha_0, \quad z = 0, \\ \mathbf{v}_0 = \mathbf{e}_r \delta v_r + \mathbf{e}_\alpha \delta v_\alpha + \mathbf{e}_z (v_0 + \delta v_z), \\ v_0 = \sqrt{2qV/m}, \quad (1)$$

где  $\delta v_r, \delta v_\alpha$  и  $\delta v_z$  — флуктуации начальной скорости частицы при вылете из источника, значения которых

малы по сравнению с  $v_0$ ;  $V$  — разность потенциалов, определяющая начальные скорости ионов  $v_0$  при вылете из источника.

Напряженность полей в вакуумной камере представим в виде

$$\mathbf{E} = \mathbf{e}_r E_r, \quad E_r = -\psi/r, \quad \psi = \psi_0 / \ln(R_B/R_A) > 0, \\ \varphi(r) = -\psi_0 (1 - \ln(r/R_A) / \ln(R_B/R_A)), \\ \varphi(R_A) = -\psi_0, \quad \varphi(R_B) = 0, \quad (2) \\ \mathbf{H} = \mathbf{e}_\alpha H_\alpha, \quad H_\alpha = -2J/(cr), \quad J > 0, \quad (3)$$

где  $R_A \leq r \leq R_B$ ,  $R_A$  и  $R_B$  — радиусы концентрических цилиндров;  $\varphi$  — потенциал электростатического поля между цилиндрами;  $J$  — сила постоянного тока, текущего вдоль оси установки при  $r \leq R_A$ . Будем считать, что длина вакуумной камеры велика по сравнению с диаметром  $2R_B$  (например, в установке ХФТИ длина камеры 4 м,  $2R_B = 40$  см), поэтому в пространстве взаимодействия заряженных частиц с электромагнитным полем краевыми эффектами пренебрегаем. Интегрируя уравнение движения

$$m dv/dt = q\mathbf{E} + q\mathbf{v} \times \mathbf{H}/c \quad (4)$$

при начальных условиях (1) и напряженностях полей (2), (3), находим

$$\frac{d\xi}{dt} = \pm \frac{v_0}{ka} [(\kappa\delta_- + \ln \xi)(\kappa\delta_+ - \ln \xi)]^{1/2}, \quad (5)$$

$$\frac{d\xi}{dt} = \frac{v_0}{ka} [\kappa(1 + \delta_z) - \ln \xi], \quad (6)$$

$$\frac{d\alpha}{dt} = \delta_\alpha \frac{v_0}{a} \xi^{-2}, \quad (7)$$

где

$$\xi = r/a, \quad \xi = z/a \quad \text{— безразмерные координаты,} \quad (8)$$

$$\delta_\pm = [(1 - \eta + \delta_z)^2 + \delta_r^2 + \delta_\alpha^2(1 - \xi^{-2})]^{1/2} \pm (1 - \eta + \delta_z), \quad (9)$$

$$\delta_r = \delta v_r/v_0, \quad \delta_\alpha = \delta v_\alpha/v_0, \quad \delta_z = \delta v_z/v_0, \\ |\delta_r| \ll 1, \quad |\delta_\alpha| \ll 1, \quad |\delta_z| \ll 1, \quad (10)$$

$$\eta = \frac{c^2\psi}{2Jv_0} = \frac{cE_r}{H_\alpha} \frac{1}{v_0} \\ = \frac{v_d}{v_0} > 0 \quad (v_d \text{ — скорость дрейфа}), \quad (11)$$

$$\kappa = \frac{mc^2v_0}{2qJ} = \frac{v_0}{\frac{q}{mc}|H_\alpha|r} \\ = \frac{r_L(r)}{r} > 0 \quad (r_L \text{ — ларморовский радиус}). \quad (12)$$

В (5) знак „+“ становится при движении в сторону роста  $r$  и „–“ — при движении в сторону уменьшения  $r$ .

Уравнения (5)–(7) описывают в параметрической форме траекторию заряда, зависящую существенно образом от постоянных  $\eta$  и  $\kappa$ . В частности, точка поворота при движении вдоль оси  $z$  находится на расстоянии  $r_z$  от оси и определяется выражением, зависящим от  $\kappa$  (см. (6)),

$$r_z/a \equiv \xi_z = \exp[\kappa(1 + \delta_z)], \quad (13)$$

а поперечные координаты точек поворота при радиальном движении зависят от  $\eta$  и  $\kappa$  (см. (5) и (9))

$$r_-/a \equiv \xi_- = \exp(-\kappa\delta_-), \\ r_+/a \equiv \xi_+ = \exp(\kappa\delta_+). \quad (14)$$

Заметим, что при  $\xi_z > \xi_\pm$  ион движется все время со скоростью  $v_z > 0$ . Из (5)–(7) находим уравнение траектории заряда в плоскости  $rOz$

$$\xi(\xi) = \eta(\xi_0) \\ \pm \int_{\xi_0}^{\xi} dy [\kappa(1 + \delta_z) - \ln y] [(\kappa\delta_- + \ln y)(\kappa\delta_+ - \ln y)]^{-1/2} \quad (15)$$

и зависимость азимута  $\alpha$  движущегося заряда от  $\xi$

$$\alpha(\xi) = \alpha(\xi_0) \\ \pm \delta_\alpha \kappa \int_{\xi_0}^{\xi} dy y^{-2} [(\kappa\delta_- + \ln y)(\kappa\delta_+ - \ln y)]^{-1/2}, \quad (16)$$

где в подынтегральных выражениях в  $\delta_\pm$  надо заменить  $\xi$  на  $y$ . Знаки „ $\pm$ “ и нижний предел интегрирования в (15)

и (16) выбираются соответственно рассматриваемому участку траектории. Например, если начальная радиальная скорость заряда при вылете из источника равна —  $\delta v_r$  (отрицательна), то в (15), (16) вплоть до точки поворота  $\xi = \xi_-$  выбирается знак „–“,  $\xi_0 = 1$ ,  $\xi(\xi_0) = 0$  и  $\alpha(\xi_0) = 0$ .

В работе [2] представлены траектории изотопов лития и урана, рассчитанные по формулам (15) и (16) при равных по значению максимальных флуктуациях начальной скорости

$$|\delta_r| = |\delta_z| = |\delta_\alpha| \equiv \delta \ll 1. \quad (17)$$

Это предположение упрощает аналитические оценки. На самом деле величины флуктуаций компонент начальной скорости ионов зависят от конструкции источника и могут быть различными, но обязательно удовлетворяющими неравенства (10). В работе [2] показано, что при выполнении (17) траектории (15) в плоскости  $rOz$  практически одинаковы при  $|\delta_\alpha| = \delta$  и  $\delta_\alpha = 0$ . Поэтому далее пренебрежем величиной  $\delta_\alpha$  (полагаем  $\delta_\alpha = 0$ ) в (15), (9). При этом в выражениях для координат точек поворота (14) исчезает зависимость от переменной интегрирования; далее для них индекс „–“ заменен на „1“ и „+“ — на „2“

$$\xi_1 = \exp(-\kappa\delta_1), \quad \xi_2 = \exp(\kappa\delta_2), \quad \xi_z = \exp \kappa,$$

$$\delta_{1,2} = [(1 - \eta + \delta_z)^2 + \delta^2]^{1/2} \pm (1 - \eta + \delta_z), \quad \delta \ll 1, \quad (18)$$

причем  $\delta_z = \delta$  при  $\delta v_{0z} > 0$  и  $\delta_z = -\delta$  — при  $\delta v_{0z} < 0$ . После замены переменной интегрирования выражение (15) принимает вид (с учетом (18))

$$\xi(\xi) = \xi(\xi_0) \pm A \int_{\theta(\xi_0)}^{\theta(\xi)} f(\theta) d\theta, \quad (19)$$

где

$$A = \kappa\delta^{(2)} \exp(\kappa\delta^{(1)}), \quad \delta^{(1)} = (\delta_2 - \delta_1)/2 = 1 - \eta + \delta_z,$$

$$\delta^{(2)} = (\delta_2 + \delta_1)/2 = \sqrt{(\delta^{(1)})^2 + \delta^2}, \quad (20)$$

$$f(\theta) = (\eta/\delta^{(2)} - \sin \theta) \exp(\kappa\delta^{(2)} \sin \theta), \quad (21)$$

$$\theta(\xi) = \arcsin [(\ln \xi/\kappa - \delta^{(1)})/\delta^{(2)}], \quad (22)$$

$$\theta(\xi_0) = -\arcsin(\delta^{(1)}/\delta^{(2)}),$$

$$\theta(\xi_1) = -\pi/2, \quad \theta(\xi_2) = \pi/2. \quad (23)$$

Выполнив те же условия и преобразования, что и при переходе от (15) к (19), из (5) получим время движения заряда на участке траектории от  $\xi_0$  до  $\xi$

$$t = \pm \frac{\kappa a}{v_0} \exp(\kappa\delta^{(1)}) \int_{\theta(\xi_0)}^{\theta(\xi)} \exp(\kappa\delta^{(2)} \sin \theta) d\theta. \quad (24)$$

Выбор знака должен обеспечивать выполнение условия  $t > 0$  (согласно (19)).

Различие скоростей ионов при вылете из источника за счет флуктуаций лежит в пределах

$$-\delta \leq \delta_r \leq \delta, \quad -\delta \leq \delta_z \leq \delta. \quad (25)$$

Поэтому все траектории ионов оказываются расположенными между граничными (см. (19)):

$$\text{— при } \delta_z = -\delta, \quad \delta_r = -\delta, \quad \xi_0 = 1, \quad \xi(\xi_0) = 0 \quad (26)$$

$$\begin{aligned} {}^{(-)}\xi(\xi) &= -A \int_{\theta(1)}^{\theta(\xi)} f(\theta) d\theta \\ &= A \int_{\theta(\xi)}^{-\arcsin(\delta^{(1)}/\delta^{(2)})} f(\theta) d\theta, \quad \xi_1 \leq \xi \leq 1, \end{aligned} \quad (27)$$

$${}^{(-)}\xi'(\xi) = {}^{(-)}\xi(\xi_1) + A \int_{\theta(\xi_1)}^{\theta(\xi)} f(\theta) d\theta, \quad 1 \leq \xi \leq \xi_2; \quad (28)$$

$$\text{— при } \delta_z = \delta, \quad \delta_r = \delta, \quad \xi_0 = 1, \quad \xi(\xi_0) = 0 \quad (29)$$

$${}^{(+)}\xi(\xi) = A \int_{\theta(1)}^{\theta(\xi)} f(\theta) d\theta, \quad 1 \leq \xi \leq \xi_2, \quad (30)$$

$$\begin{aligned} {}^{(+)}\xi'(\xi) &= {}^{(+)}\xi(\xi_2) - A \int_{\theta(\xi_2)}^{\theta(\xi)} f(\theta) d\theta \\ &= {}^{(+)}\xi(\xi_2) + A \int_{\theta(\xi)}^{\pi/2} f(\theta) d\theta, \quad \xi_1 \leq \xi \leq \xi_2. \end{aligned} \quad (31)$$

## Разделение изотопов

В 1998 г. группа харьковских ученых (в том числе и авторы этой работы) получила патент Украины на новый способ электромагнитного разделения изотопов [3]. В докладах, представленных на международных конференциях по физике плазмы и управляемому термоядерному синтезу в г. Алушта (Крым, Украина) [2,4,5], на международном симпозиуме „Plasma'99, Warszawa“ [6]. В работе [7] проанализированы приведенные траектории некоторых изотопов, из нее следует, что этот новый способ разделения является более эффективным и менее трудоемким, чем прежние. В текстах указанных выше публикаций отсутствуют какие-либо конкретные вычисления. Эти расчеты выполнены авторами настоящей статьи и приводятся в ней с целью более детального понимания нового метода разделения изотопов, а также для описания других исследований, выполненных в этой работе.

Ключевым условием эффективного разделения изотопов является равенство начальной скорости  $v_0$  более легкого изотопа дрейфовой скорости  $v_d = cE_r/H_\alpha$ . Далее ионы более легкого изотопа описываются индексом „0“, более тяжелого — индексом „1“. Из (1), (11) и (12) следует

$$\begin{aligned} \eta_0 &= 1, \quad \eta_1 = \eta_0 v_{00}/v_{01} = \sqrt{q_0 m_1/(q_1 m_0)}, \\ \kappa_1 &= \kappa_0 \eta_1. \end{aligned} \quad (32)$$

Заметим, что при отсутствии флуктуаций начальной скорости ( $\delta_r = \delta_\alpha = \delta_z = 0$ ) ионы более легкого изотопа, появившись в точке с координатами  $r = a$ ,  $z = 0$  и  $\alpha = \alpha_0$  со скоростью  $v_{00} = v_d$ , согласно (5)–(7), двигались бы и дальше равномерно с этой же скоростью параллельно оси  $z$ . В то же время ионы другого изотопа, для которого  $v_{01} \neq v_d$  (т.е.  $\eta_1 \neq 1$ ), отклоняются при своем движении от первоначального направления, параллельного оси  $z$ . Особо отметим, что экспоненциальная зависимость точек поворота от  $\kappa$ ,  $\delta_1$  и  $\delta_2$  (см. (18)) даже при небольших отличиях этих значений для различных изотопов приводит к существенной разнице между координатами этих точек поворота. Для разделяющихся изотопов из (18) и (32) следует

$$|\delta_1| \ll 1, \quad |\delta_2| \ll 1, \quad \xi_z \gg \xi_2. \quad (33)$$

Это означает, что ионы разделяющихся изотопов будут все время двигаться вдоль положительного направления оси  $z$ , совершая радиальные колебания между точками поворота  $\delta_1$  и  $\delta_2$  в плоскости  $rOz$ .

Для эффективного разделения изотопов необходимо, чтобы расстояние между их ближайшими к оси точкам поворота  ${}^{(-)}r_{11}$  и  ${}^{(-)}r_{01}$  (индекс „–“ слева сверху означает, что  $\delta_z = \delta_r = -\delta$ ) было как можно больше (но при этом  ${}^{(-)}r_1 > R_A$ ). Из (18) и (32) находим

$$\kappa_1 = -\ln({}^{(-)}\xi_{11})/{}^{(-)}\delta_{11}, \quad \kappa_0 = \kappa_1/\eta_1, \quad (34)$$

$${}^{(-)}\delta_{01} = \delta(\sqrt{2} + 1),$$

$${}^{(-)}\delta_{11} = ((\eta_1 - 1 + \delta)^2 + \delta^2)^{1/2} + (\eta_1 - 1 + \delta), \quad (35)$$

причем неравенство  ${}^{(-)}r_{11} < {}^{(-)}r_{01}$  (или  ${}^{(-)}\xi_{11} < {}^{(-)}\xi_{01}$ ) выполняется тем лучше, чем меньше  $\delta$  по сравнению с величиной  $\eta_1 - 1$ . Положим

$$\delta = (\eta_1 - 1)/\gamma, \quad \gamma > 1. \quad (36)$$

Если

$$\gamma = \sqrt{2} + 1, \quad (37)$$

то из (35) следует

$${}^{(-)}\delta_{01} = \eta_1 - 1, \quad {}^{(-)}\delta_{11} = 2.8878(\eta_1 - 1). \quad (38)$$

По-видимому,

$$\delta_{\max} = (\eta_1 - 1)/(\sqrt{2} + 1) \quad (39)$$

является максимальной величиной, при которой еще происходит эффективное разделение изотопов за один

цикл движения от источника к приемникам (подчеркнем, что в (39) входит только один параметр  $\eta_1$ , величина которого определяется выражением (32)).

Из (2), (3), (11), (12) и (34) выразим начальную скорость более тяжелого изотопа  $v_{01}$ , потенциал  $\varphi_V(R_A)$  и напряженность магнитного поля  $H_\alpha$  через силу тока  $J_A$  (переходим к измерению силы тока  $J$  в амперах ( $J \rightarrow 3 \cdot 10^9 J_A$ ), потенциала — в вольтах ( $\psi_0 \rightarrow \psi_{0V}/300$ ))

$$v_{01} = -(2q_1/3m_1^{(-)}\delta_{11}) \ln(\xi_{11}^{(-)}) \cdot 10^{-11} J_A \text{ cm/s}, \quad (40)$$

$$\varphi(R_A) = -\psi_{0V},$$

$$\psi_{0V} = - (4q_1/3m_1^{(-)}\delta_{11}) \ln(\xi_{11}^{(-)}) \times \ln(R_B/R_A) \eta_1 \cdot 10^{-20} J_A^2 \text{ V}. \quad (41)$$

$$H_\alpha = -0.2 J_A / r \text{ Oe}. \quad (42)$$

Из (1) и (40) находим разгоняющий потенциал  $V_V$  в источнике

$$V_V = 3 \cdot 10^2 m_1 v_{01}^2 / 2q_1 \text{ V}. \quad (43)$$

В качестве примера рассмотрим разделение однозарядных изотопов  ${}^6\text{Li}$  и  ${}^7\text{Li}$ , массы и заряды которых равны

$$m_0 = 9.9883 \cdot 10^{-24} \text{ g}, \quad m_1 = 11.6503 \cdot 10^{-24} \text{ g}, \\ q_0 = q_1 = 4.8 \cdot 10^{-10}. \quad (44)$$

В зависимости от габаритов установки выбираются оптимальные значения расстояний от оси ближайшей точки поворота более тяжелого изотопа  $(-)^{r_{11}}$  и источника изотопов  $a$ . При  $R_A = 3$ ,  $R_B = 20$  см выберем  $(-)^{r_{11}} = 3.5$ ,  $a = 7$  см, тогда их безразмерные значения равны

$$\xi_A = 0.43; \quad \xi_B = 2.857; \quad (-)\xi_{11} = 0.5; \quad \xi_0 = 1 \quad (45)$$

(при таком выборе изотопы не будут попадать на поверхность цилиндров, ограничивающих камеру установки).

Из (32), (34), (44) и (45) находим

$$\kappa_1 = 3, \quad \eta_1 = 1.08, \quad \kappa_0 = 2.778, \quad \eta_0 = 1. \quad (46)$$

С помощью выражений (26)–(31), (20)–(23) и (46) построены и приведены на рис. 1 при  $\delta = \delta_{\max} = 0.033$  (39) и на рис. 2 при  $\delta = 0.02$  траектории  $(-)\xi_0(\xi)$ ,  $(-)\xi'_0(\xi)$ ,  $(+)\xi_0(\xi)$  и  $(+)\xi'_0(\xi)$  ионов  ${}^6\text{Li}$  (пунктир) и  $(-)\xi_1(\xi)$ ,  $(-)\xi'_1(\xi)$ ,  $(+)\xi_1(\xi)$  и  $(+)\xi'_1(\xi)$  ионов  ${}^7\text{Li}$  (сплошные линии). На обоих рисунках приведены траектории  $(0)\xi_1(\xi)$  и  $(0)\xi'_1(\xi)$  ионов  ${}^7\text{Li}$  при  $\delta = 0$ . На рис. 1 проведена горизонтальная прямая  $A_1B_0$  через точку пересечения  $B_1$  двух траекторий  $(-)\xi'_1(\xi)$  и  $(+)\xi_1(\xi)$ . Отрезок  $A_1B_1$  пересекает все траектории ионов  ${}^7\text{Li}$  ( $A_1$  — точка пересечения отрезка с траекторией  $(0)\xi'_1(\xi)$ ). Длина этого отрезка, равная  $\Delta r = \Delta \xi a = 0.07 \cdot 7 = 0.49$  см, определяет длину входной щели приемника и его размещение в установке. Длина щели приемника

ионов  ${}^6\text{Li}$  равна  $A_0B_0 = \Delta \xi a = 0.285 \cdot 7 = 2$  см. Расстояние между приемниками (между точками  $B_1$  и  $A_0$ ) равно  $\Delta r = \Delta \xi a = 0.185 \cdot 7 = 1.3$  см. Длина рабочей части камеры от источника до приемников равна  $\Delta z = \Delta \xi a \approx 70$  см (размеры всех  $\Delta \xi$  и  $\Delta \xi'$  определяются по рисункам). Такие расстояния обеспечивают эффективное разделение изотопов: из рис. 1 видно, что при большей длине камеры входную щель приемника изотопов  ${}^6\text{Li}$  можно расположить вблизи точки  $C_0$  ( $\xi = 14$ ,  $z = 14a \approx 100$  см), при этом расстояние вдоль оси  $z$  между приемниками различных изотопов лития будет порядка  $\Delta z = \Delta \xi a = 4 \cdot 7 = 28$  см. При кольцевых источнике и приемниках отрезки  $A_1B_1$  и  $A_0B_0$  являются шириной щелей приемников. С увеличением радиуса щели источника  $a$  поток вылетающих изотопов растет и рассредоточивается по окружности длиной  $2\pi a$ . Разделение изотопов происходит в объеме камеры, кулоновское расталкивание уменьшается. Это способствует увеличению эффективности работы установки (заметим, что при неизменных полях с увеличением  $a$  растут

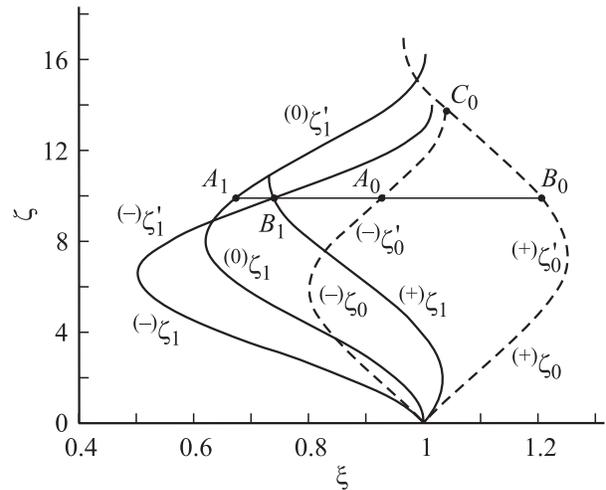


Рис. 1.

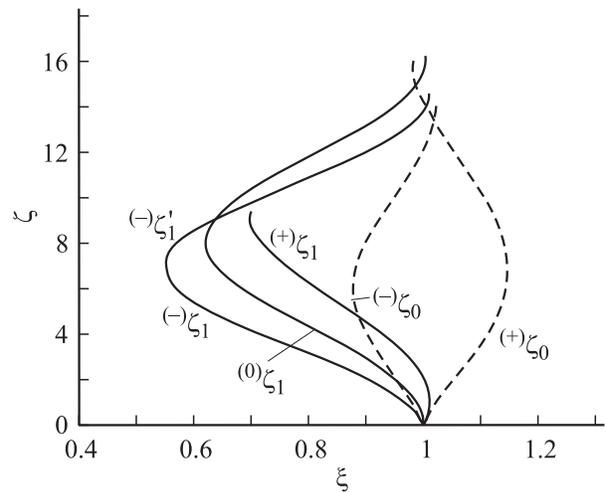


Рис. 2.

габариты установки, например,  $R_B = \xi_B a$ , но траектории ионов  $\xi$  ( $\xi$ ) на рисунках не изменяются). Сравнив рис. 1 и 2, убеждаемся в том, что с уменьшением  $\delta$  эффективность улучшается (границные траектории ионов  $(-)\xi$  и  $(+)\xi$  стремятся к  $(0)\xi$  при  $\delta \rightarrow 0$ ).

Из (40)–(43) находим

— при  $J_A = 5 \cdot 10^3$  А:

$$v_{01} = 4.12 \cdot 10^6 \text{ cm/s}; \quad V_V = 61.75 \text{ V}, \quad (47)$$

$$\varphi(R_A) = -84.4 \text{ V}; \quad H_\alpha = -10^3/r \text{ Oe};$$

— при  $J_A = 10^4$  А:

$$v_0 = 8.24 \cdot 10^6 \text{ cm/s}; \quad V_V = 247 \text{ V}, \quad (48)$$

$$\varphi(R_A) = -337.6 \text{ V}; \quad H_\alpha = -2 \cdot 10^3/r \text{ Oe}.$$

По предложенной схеме можно построить траектории изотопов других элементов. В частности, на той же установке проверим эффективность разделения тяжелых по сравнению с литием однозарядных изотопов  $^{235}\text{U}$  и  $^{238}\text{U}$ , массы и заряды которых равны соответственно

$$m_0 = 3.903 \cdot 10^{-22} \text{ g}, \quad m_1 = 3.953 \cdot 10^{-22} \text{ g},$$

$$q_0 = q_1 = 4.8 \cdot 10^{-10}. \quad (49)$$

При  $a = 7 \text{ cm}$  ( $\xi_0 = 1$ ),  $(-)\xi_{11} = 3.5 \text{ cm}$  ( $(-)\xi_{11} = 0.5$ ) из (32), (34) и (49) получим

$$\kappa_1 = 37.5, \quad \eta_1 = 1.0064, \quad \kappa_0 = 37.26, \quad \eta_0 = 1. \quad (50)$$

Из (26)–(31), (20)–(23) и (50) при  $\delta = \delta_{\max} = 2.65 \cdot 10^{-3}$  (для  $^{238}\text{U}$  еще и при  $\delta = 0$ ) построены и приведены на рис. 3 траектории изотопов урана (ионы более легкого изотопа  $^{235}\text{U}$  описываются индексом „0“, более тяжелого  $^{238}\text{U}$  — индексом „1“). Описание рис. 3 точно такое же, как и рис. 1, с заменой обозначений  $^6\text{Li}$  на  $^{235}\text{U}$  и  $^7\text{Li}$  на  $^{238}\text{U}$ . В соответствии с этим имеем: длина входной щели  $A_1B_1$  приемника ионов  $^{238}\text{U}$   $\Delta r = \Delta \xi a = 0.08 \cdot 7 = 0.56 \text{ cm}$ , длина входной щели  $A_0B_0$  приемника ионов  $^{235}\text{U}$   $\Delta r = \Delta \xi a = 0.4 \cdot 7 = 2.8$  расстояние между приемниками (между точками  $B_1$  и  $A_0$ )  $\Delta r = \Delta \xi a = 0.119 \cdot 7 = 0.83$ , длина рабочей части камеры от источника до приемников  $\Delta z = \Delta \xi a \approx (100 + 12.16) \cdot 7 \text{ cm} \approx 7.85 \text{ m}$ .

Из (40)–(43), (38), (46)–(59) получаем

$$v_{01} = \frac{q_1}{q_1^{\text{Li}}} \frac{m_1^{\text{Li}}}{m_1} \frac{\eta_1^{\text{Li}} - 1}{\eta_1 - 1} v_{01}^{\text{Li}}, \quad (51)$$

$$\varphi(R_A) = \frac{q_1}{q_1^{\text{Li}}} \frac{m_1^{\text{Li}}}{m_1} \frac{\eta_1^{\text{Li}} - 1}{\eta_1 - 1} \frac{\eta_1}{\eta_1^{\text{Li}}} \varphi^{\text{Li}}(R_A),$$

$$H_\alpha = -0.2J_A/r \text{ Oe}, \quad (52)$$

$$V_V = \frac{m_1}{m_1^{\text{Li}}} \left( \frac{v_{01}}{v_{01}^{\text{Li}}} \right)^2 \frac{q_1^{\text{Li}}}{q_1} V_V^{\text{Li}}. \quad (53)$$

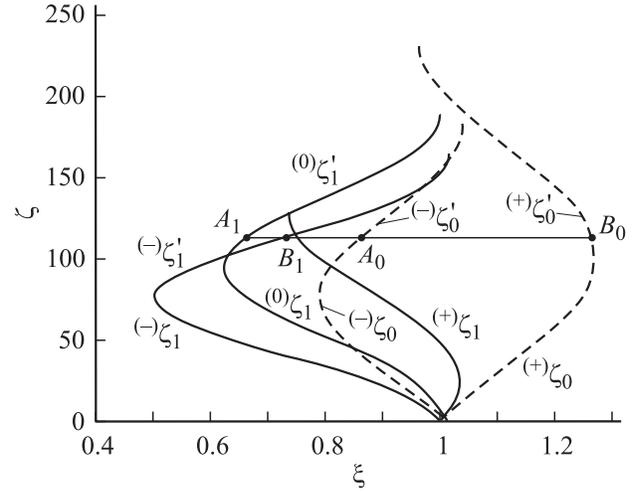


Рис. 3.

Эти формулы при работе на одной и той же установке по заданным значениям силы тока  $J_A$  и параметров разделения изотопов лития позволяют находить соответствующие параметры разделения изотопов других элементов. Для урана находим

$$v_{01}^{\text{U}} = 0.3684 v_{01}^{\text{Li}}, \quad \varphi^{\text{U}}(R_A) = 0.3433 \varphi^{\text{Li}}(R_A),$$

$$V_V^{\text{U}} = 4.606 V_V^{\text{Li}}, \quad (54)$$

— при  $J_A = 5 \cdot 10^3$  А:

$$v_{01}^{\text{U}} = 1.518 \cdot 10^6 \text{ cm/s}; \quad V_V^{\text{U}} = 284.4 \text{ V}, \quad (55)$$

$$\varphi^{\text{U}}(R_A) = -28.97 \text{ V}; \quad H_\alpha = -10^3/r \text{ Oe};$$

— при  $J_A = 10^4$  А:

$$v_{01}^{\text{U}} = 3 \cdot 10^6 \text{ cm/s}; \quad V_V^{\text{U}} = 1137.7 \text{ V}, \quad (56)$$

$$\varphi^{\text{U}}(R_A) = -115.9 \text{ V}; \quad H_\alpha = -2 \cdot 10^3/r \text{ Oe}.$$

Отметим особенности движения иона при

$$2\eta = 1 + \delta_z + \delta^2/(1 + \delta_z). \quad (57)$$

В этом случае точка поворота  $\xi_z$  (13) при движении иона вдоль оси  $z$  совпадает с точкой поворота  $\xi_2$  (18) при его движении вдоль  $r$  и, следовательно, в этой точке (см. (5), (6), (13) и (18) при  $\delta_\alpha = 0$ )

$$v_r = 0, \quad \dot{v}_r = -v_0^2 \eta / (\kappa a \xi_z) \approx -v_0^2 / (2\kappa a \xi_z), \quad (58)$$

$$v_z = 0, \quad \dot{v}_z = 0,$$

$$\ddot{v}_z = -(v_0 / (\kappa a \xi_z)) \dot{v}_r \approx v_0^3 / (2(\kappa a)^2 \xi_z^2). \quad (59)$$

Таким образом, при выполнении (57) на траектории иона в плоскости  $rOz$  имеется точка с поперечной координатой  $\xi_2 = \xi_z$ , в которой частица останавливается ( $v_r = v_z = 0$ ), но ускорение отлично от нуля и движение продолжится.

## Замкнутые траектории ионов. О шаровой молнии

При выполнении неравенств

$$\xi_1 < \xi_z < \xi_2 \quad (60)$$

поперечная координата  $\xi_z$  точки поворота при движении иона вдоль  $z$  расположена между поперечными координатами  $\xi_1$  и  $\xi_2$  точек поворота при движении иона вдоль  $r$  в плоскости  $rOz$  и, следовательно, этот участок траектории при  $z > 0$  является выпуклым. Из  $\xi_z < \xi_2$  имеем (см. (57))

$$\eta < \frac{1}{2} \left( 1 + \delta_z + \frac{\delta^2}{1 + \delta_z} \right) \approx \frac{1}{2} \quad \text{или} \quad 1 - \eta > \frac{1}{2}. \quad (61)$$

Неравенство (61) позволяет пренебречь значением  $\delta$  (не учитывать флуктуаций начальной скорости) в выражениях  $\delta_1$  и  $\delta_2$  (см. (18), (20))

$$\delta_1 = 0, \quad \delta_2 = 2(1 - \eta), \quad \xi_1 = 1, \quad \xi_2 = e^{2\nu}, \quad \xi_z = e^\kappa, \\ \nu = \kappa(1 - \eta), \quad \delta^{(1)} = \delta^{(2)} = 1 - \eta. \quad (62)$$

Если источник ионов поместить в ближайшую к оси точку поворота ( $\xi_0 = \xi_1 = 1$ ), то при

$$\eta/(1 - \eta) = I_1(\nu)/I_0(\nu) \quad (I_0 \text{ и } I_1 \text{ — модифицированные функции Бесселя}) \quad (63)$$

траектория иона будет описываться выражениями (см. (19)–(23))

$$\xi^{(+)}(\xi) = \nu e^\nu \int_{-\pi/2}^{\theta(\xi, \nu)} d\theta \left( \frac{I_1(\nu)}{I_0(\nu)} - \sin \theta \right) e^{\nu \sin \theta}, \quad (64)$$

$$\xi^{(-)}(\xi) = -\nu e^\nu \int_{\pi/2}^{\theta(\xi, \nu)} d\theta \left( \frac{I_1(\nu)}{I_0(\nu)} - \sin \theta \right) e^{\nu \sin \theta}, \quad (65)$$

где

$$1 \leq \xi \leq e^{2\nu}, \quad \theta(\xi, \nu) = \arcsin((\ln \xi)/\nu - 1), \quad (66)$$

$$\xi^{(+)}(\xi_1) = \xi^{(+)}(\xi_2) = \xi^{(-)}(\xi_1) = \xi^{(-)}(\xi_2) = 0, \quad (67)$$

$$\xi^{(+)}(\xi) + \xi^{(-)}(\xi) = 0. \quad (68)$$

Из (67) и (68) следует, что траектория иона ((64) и (65)) является замкнутой и зеркально симметричной относительно прямой, соединяющей точки поворота  $\xi_1$  и  $\xi_2$ .

Из (24) находим период движения иона по этой траектории

$$T = (\kappa a / v_0) e^\nu I_0(\nu). \quad (69)$$

Выражения (64), (65) и величины  $\eta$  (63) и  $\kappa$  (62) зависят только от одного параметра  $\nu$ . Отсюда следует

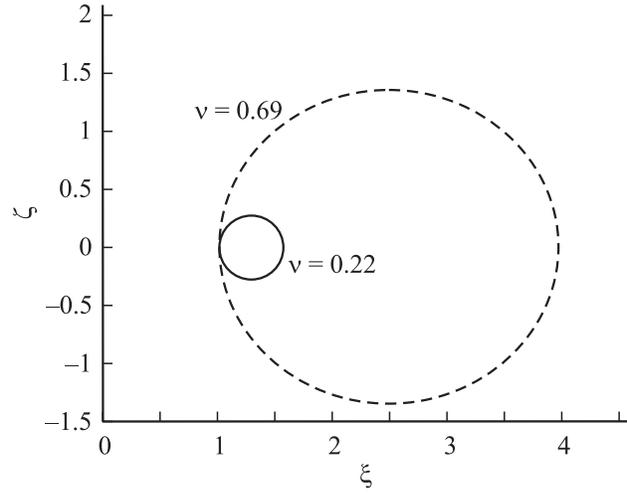


Рис. 4.

важный вывод: при одинаковых  $\nu$  замкнутые траектории любых ионов одинаковы.

Для построения замкнутой траектории иона задаем ее пространственные габариты: расстояние от оси до ближней точки поворота  $r_1 = \xi_1 a = a$  см и расстояние от оси до дальней точки поворота  $r_2 = \xi_2 a = e^{2\nu} a$  см. По заданным  $r_1$  и  $r_2$  находим единственный параметр траектории  $\nu$  и строим ее согласно (64) и (65).

Значения полей ( $\varphi(R_A) = -\psi_{0\nu}$ ,  $H_A$ ), начальной скорости ионов  $v_0$  и разгоняющего потенциала  $V_V$  источника, обеспечивающих движение ионов по построенной траектории, определяются по заданной силе тока  $J_A$  и найденным по параметру  $\nu$  величинам  $\eta$  (63) и  $\kappa$  (62) с использованием выражений (1)–(3), (11), (12) (масса и заряд иона заданы).

На рис. 4 в плоскости  $rOz$  представлены замкнутые траектории изотопа  ${}^6\text{Li}$ , рассчитанные при  $\nu = 0.69$  (пунктир [5]) и  $\nu = 0.22$  (сплошная кривая). Вращением такой плоской траектории вокруг оси  $z$  можно получить тороидальную поверхность, идентичную поверхности, образованной движением ионов, вылетающих из кольцевого источника, радиус которого равен расстоянию точечного источника от оси. Такая поверхность для внешнего наблюдателя имеет вид сплюснутого сфероида. При  $\nu = 0.69$  и  $a = 4.6$  см поперечный размер этого сфероида равен  $2r_2 = 2e^{2\nu}a = 36.6$  см, продольный — 16. Может быть, такие образования возникают в природе? Попробуем обосновать эту возможность и тем самым предложить электромагнитную модель шаровой молнии.

Исследуем возможность движения по замкнутым траекториям положительно заряженных ионов в электромагнитном поле, создаваемом движущимся вдоль своей оси (ось  $z$ ) с постоянной скоростью  $v_e > 0$  бесконечно длинным цилиндрическим пучком электронов. Напряженность магнитного поля, создаваемого таким пучком на расстояниях  $r \geq b$  ( $b$  — радиус пучка), имеет вид

$$\mathbf{H} = \mathbf{e}_a H(r), \quad H(r) = -2J_e/(cr), \quad (70)$$

где сила тока пучка определяется выражением

$$J_e = 2\pi v_e \int_0^b \rho_e(r) r dr > 0, \quad (71)$$

$\rho_e(r)$  — плотность заряда пучка (не зависит от  $z$ , знак учтен в (70)). Вектор индукции электрического поля пучка при  $r \geq b$  равен

$$\mathbf{D} = \mathbf{e}_r D(r), \quad D(r) = -2J_e / (v_e r). \quad (72)$$

Пусть внешняя по отношению к пучку среда описывается диэлектрической  $\varepsilon$  и магнитной  $\mu$  проницаемостями. Тогда, подставив в уравнения движения  $\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$  и  $\mathbf{E} = \mathbf{D}/\varepsilon$  с учетом (70) и (72), убедимся в том, что полученные ранее формулы справедливы и в рассматриваемом случае, если в них сделать формальную замену (согласно (2) и (3))  $\psi = 2J_e / (\varepsilon v_e)$ ,  $J = \mu J_e$ . В результате получим

$$\eta = c^2 / (\varepsilon \mu v_e v_0) \quad (\text{вместо (11)}, \quad v_0 > 0), \quad (73)$$

$$\kappa = m c^2 v_0 / (2q \mu J_e) \quad (\text{вместо (12)}). \quad (74)$$

Из (61) и (73) имеем

$$v_0 v_e > 2c^2 / (\varepsilon \mu). \quad (75)$$

Ясно, что это неравенство может быть выполнено только в среде. Более того, эти положительные ионы не должны падать на пучок электронов, создающий поля (70) и (72). Покажем, что при выполнении неравенства (75) сила Лоренца, действующая на ион, движущийся со скоростью  $v_0$  на расстоянии  $r$  от оси пучка электронов параллельно ей, направлена от оси (отталкивание)

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} + \frac{q}{c} \mathbf{v} \times \mathbf{B} = \frac{2\mu q J_e}{c^2 v_e r} \left( v_0 v_e - \frac{c^2}{\varepsilon \mu} \right) \mathbf{e}_e. \quad (76)$$

Теперь предложим модель шаровой молнии, которая может возникнуть при разряде линейной. Как известно, разряд линейной молнии начинается с „прорастания“ лидера, затем практически мгновенно ( $\sim 0.5$  s) распространяется ярко светящийся канал. Плотность электронов достигает значения  $(1-5) \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ , разность потенциалов — порядка  $10^{18}$  V. При разряде возникают положительно заряженные ионы, причем ионизация полная и однократная. Воздух состоит из смеси газов, более 78% которой составляет азот, поэтому в разряде молнии преобладают ионы азота. Возникающие при разряде молнии потоки электронов высокой плотности диаметром порядка нескольких сантиметров и длиной порядка десятков метров, могут создавать поля типа (70), (72), в которых ионы азота при определенных условиях будут двигаться по замкнутым траекториям в плоскостях  $rOz$ . В силу аксиальной симметрии они образуют вихревую тороидальную поверхность вокруг оси  $z$ , извне напоминающую сплюснутую сфероидальную. По-видимому, такой тор устойчив (заметим, что

при движении иона в плоскости  $rOz$  сохраняется величина  $M_z = r p_\alpha$ ). Вращающиеся в плоскостях  $rOz$  ионы усиливают магнитное поле (70) и после его исчезновения, по-видимому, их собственное поле способствует устойчивости тора. Устойчивость воздушных вихревых колец публично продемонстрировал Р. Вуд [8,9]. Он выпускал из простейшей установки движущиеся друг за другом два больших отчетливо наблюдаемых визуально вихревых кольца (поперечный размер кольца порядка метра), причем второе, летящее с большей скоростью, догоняло первое, ударялось об него и отскакивало, и оба кольца оставались целы. По Вуду, это показывало, что газовый вихрь обладает некоторыми свойствами (например, упругостью) твердого тела.

Рассмотрим движение однозарядного положительно-го иона азота по замкнутой траектории, построенной для  ${}^6\text{Li}$  (рис. 4). Тороидальная поверхность, образованная траекториями ионов  ${}^{14}\text{N}$ , получается путем вращения вокруг оси  $\xi$  замкнутой линии, составленной из участков  $\xi_0^{(+)}$  и  $\xi_0^{(-)}$  на рис. 4. Поперечный размер этой поверхности равен  $2r_2 = 36.6$ , продольный — 16 см (надо признаться, что внешний вид такой поверхности представляет собой сильно сплюснутую сферу, но можно предположить, что с исчезновением внешних полей (70) (72) эта сплюснутость уменьшится). По-видимому, значения  $v$  и  $a$ , определяющих размеры шаровой молнии, зависят от взаимодействия ионов с приближающимся с большой скоростью ( $v_e \sim 0.5$  s) передним фронтом электронного пучка в линейной молнии.

Определим значения  $J_e$ ,  $\varepsilon \mu$ ,  $v_0$ , соответствующие движению ионов азота по выбранной траектории. Из (62), (63), (73) и (74) имеем

$$\begin{aligned} v_0 &= 6 \cdot 10^9 q \kappa c^{-2} (\mu J_{eA} / m) \\ &= 3.2 \cdot 10^{-21} \kappa (\mu J_{eA} / m) \text{ cm/s}, \end{aligned} \quad (77)$$

$$\varepsilon \mu = \frac{c^2}{v_e v_0 \eta} = 9.375 \cdot 10^{30} \frac{c}{v_e} \left( v \frac{I_1(v)}{I_0(v)} \mu J_{eA} / m \right)^{-1}. \quad (78)$$

Заметим, что величина  $\varepsilon \mu$  уменьшается с ростом  $v$ , т.е. с ростом размеров замкнутой траектории. При

$$v = 0.69; \quad \eta = 0.246; \quad \kappa = 0.915; \quad \mu J_{eA} = 10^6 \text{ A};$$

$$m \equiv m_{14} = 2.325 \cdot 10^{-23} \text{ g};$$

$$B_\alpha = -2 \cdot 10^5 \frac{1}{r} \text{ Gs} \quad (r \text{ — в см});$$

$$E_r = (\varepsilon \mu v_e / c)^{-1} B_\alpha = 10^{-3} B_\alpha;$$

$$v_e / c = 0.436 \quad (\text{или } \sqrt{1 - v_e^2 / c^2} = 0.9);$$

$$\mu J_{eA} / m = 4.3 \cdot 10^{28} \quad (79)$$

находим

$$v_0 = 1.26 \cdot 10^8 \text{ cm/s}, \quad \varepsilon \mu = 2.22 \cdot 10^3. \quad (80)$$

Оценим по порядку величины плотность однозарядных ионов азота, движущихся по замкнутой траектории с частотой (см. (69))

$$\omega = 2\pi/T = v_0(kae^v I_0(v))^{-1} = 1.34 \cdot 10^7 \text{ s}^{-1}. \quad (81)$$

Из соотношений

$$\varepsilon \approx \omega_p^2/\omega^2, \quad \omega_p^2 = 4\pi Nq^2/m = 1.245 \cdot 10^5 N \quad (82)$$

получаем

$$N = 10^{-5} \varepsilon \omega^2 / 1.245 = 3.2 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-3} \quad (\text{при } \mu \approx 1). \quad (83)$$

Приведенные расчеты показывают возможность движения ионов азота по замкнутым траекториям (см. рис. 4), образующим тороидальную поверхность, при реальных значениях силы тока  $J_{eA}$  электронов в разряде линейной молнии, индукции магнитного поля  $B_\alpha$  и напряженности электрического поля  $E_r$ , скорости движения ионов азота  $v_0$  и их плотности. Такое вихревое кольцо, устойчивое по Вуду, можно отождествить с шаровой молнией. Образующие ее ускоренно движущиеся ионы создают электромагнитное излучение, видимая часть спектра которого наблюдается визуально. Получить вихревое кольцо ионов при разряде линейной молнии в обычной атмосфере в лабораторной установке — по видимому, сложная задача. Однако, как теоретически показано в [5] и в настоящей работе, вихревое кольцо из ионов лития (или других легких элементов) должно возникать при определенных условиях в довольно простой установке. Если оно окажется достаточно устойчивым, то можно исследовать его свойства, в частности, выяснить возможность создания новой накопительной ловушки для ионов.

## Выводы

Приведенные в настоящей работе результаты теоретических исследований о движении заряда в постоянных неоднородных ( $\sim 1/r$ ) аксиально-симметричных полях  $E_r$  и  $H_\alpha$  показали возможность построения экспериментальной установки, которая пригодна как для нового способа электромагнитного разделения изотопов, так и в качестве накопительной ловушки ионов. Отметим наиболее важные преимущества этой установки по сравнению с другими:

— предложенный способ разделения изотопов может использоваться для широкого спектра масс и является эффективным за один цикл движения ионов от источника к приемникам;

— можно одновременно проводить разделение нескольких типов изотопов в одной и той же установке [7]. Такая установка может стать основой для создания нового масс-спектрометра;

— использование кольцеобразных источников позволяет осуществлять как разделение изотопов, так и

накопление ионов (при работе в разных режимах) во всем объеме камеры;

— отсутствие электромагнита, аксиальная симметрия установки позволяют при достаточной ее длине разместить вдоль оси несколько одинаковых секций и тем самым увеличить эффективность ее работы;

— простота и компактность спроектированной установки (сооружается в Институте физики плазмы Национального научного центра „Харьковский физико-технический институт“ НАН Украины, Харьков, Украина), сравнительно низкая стоимость изготовления и эксплуатации.

Авторы надеются, что предложенная в этой работе электромагнитная модель шаровой молнии в виде вихревой тороидальной поверхности (устойчивой по Вуду), возникающей в атмосфере при разряде линейной молнии, заинтересует читателей.

## Список литературы

- [1] Кельман В.М., Явор С.Я. // *Электронная оптика*. Л.: Наука, 1968. С. 37–41.
- [2] Kirochkin A.Yu., Kirochkin Yu.A. et al. // *Problems of Atomic Sci. and Technology, Series: Plasma Physics, National Sci. Center. Kharkov Institute of Physics and Technology*. 2000. N 3. P. 162.
- [3] Пат. 25702 А Украины, МКИ 6 В01D 59/48. Метод разделения изотопов / Ю.А. Кирочкин, А.Ю. Кирочкин и др. Харьков, ННЦ „ХФТИ“. № 98020974; Заявл. 25.02.98. Опубл. 30.10.98.
- [4] Kirochkin A.Yu., Kirochkin Yu.A. et al. // *Problems of Atomic Sci. and Technology, Series: Plasma Physics, National Sci. Center. Kharkov Institute of Physics and Technology*. 1999. N 4. P. 279.
- [5] Kirochkin A.Yu., Kirochkin Yu.A. // *Problems of Atomic Sci. and Technology, Series: Plasma Physics, National Sci. Center. Kharkov Institute of Physics and Technology*. 2005. N 2. P. 182.
- [6] Kirochkin A.Yu., Kirochkin Yu.A. et al. // *J/Tech. Phys. Warszawa*. 1999. Vol. 40. P. 489.
- [7] Кирочкин А.Ю., Кирочкин Ю.А. и др. // *УФЖ*. Киев, 2002. Т. 47. С. 1096.
- [8] Wood R.W. // *Nature*. 1901. Vol. 63. P. 418.
- [9] Сибрук В., Роберт Вуд. М.: Гос. изд-во физ.-мат. лит. 1960. С. 63.