01;12

Численное моделирование распределения поля магнита СП-40 установки „МАРУСЯ“ и сравнение результатов с экспериментальными данными

© А.А. Балдин, И.Г. Волошина, Е.Е. Перепелкин, Р.В. Полякова, Н.С. Российская, Т.В. Шаврина, И.П. Юдин

Объединенный институт ядерных исследований,
141980 Дубна, Московская область, Россия
e-mail: yudin@jinr.ru

(Поступило в Редакцию 23 августа 2006 г. В окончательной редакции 22 декабря 2006 г.)

В рамках дифференциальной постановки магнитостатической задачи проведено математическое моделирование трехмерного распределения магнитного поля спектрометрического магнита СП-40 экспериментальной установки „МАРУСЯ“ (ЛВЭ ОИЯИ, Дубна). Приведена математическая постановка прямой магнитостатической задачи. Описаны вычислительные процедуры и алгоритмы расчета поля с помощью векторного и двух скалярных потенциалов. Представлены результаты расчета и сравнения расчетного распределения магнитного поля с проведенными измерениями поля модифицированного магнита СП-40 с межполюсным зазором в 0.207 m.

Результаты работы используются для обработки экспериментальных данных, а также полезны для моделирования магнитооптических систем.

PACS: 07.05.Tp, 07.55.-w

Введение

Магнит СП-40 (рис. 1) используется в качестве анализирующего и отклоняющего магнита во многих спектрометрических установках, в частности в ОИЯИ (Дубна), ИФВЭ (Протвино) и других ядерных центрах России. Магнитооптические спектрометры с использованием магнита СП-40 создаются зачастую как многоцелевые, а иногрда — как сугубо специальные установки для исследований структуры ядерной материи на выведенных пучках ускорителя. В настоящей работе представлены результаты сравнения расчетного распределения магнитного поля с проведенными измерениями [1] поля модифицированного магнита СП-40 с межполюсным зазором в 0.207 m. Полученные данные представляются в системе координат XYZ, в которой ось Z направлена по пучку налетающих на мишень первичных частиц, ось Y — перпендикулярно вверх к медианной плоскости, ось X образует правую тройку векторов. Началом системы координат является центр магнита СП-40. Расчетная сетка в апертуре была следующая: по x от 0 до 1.35 m с шагом $h_x = 0.01$ m, по y от до 0.10 с шагом $h_y = 0.01$ m, по z от 0 до 2.5 m с шагом $h_z = 0.01$. Сетка измерений была следующая: по x от -0.50 до 0.54 m с шагом $h_x = 0.02$ m, по y от -0.05 до $+0.05$ с шагом $h_y = 0.05$, по z от -1.92 до 1.95 с шагом $h_z = 0.01$ m.

Математическая постановка магнитостатической задачи

Рассмотрим физическую систему, состоящую из ферромагнетика (область Ω_f) и вакуума (область Ω_v) с замкнутыми токовыми обмотками (область Ω_c). Решается задача нахождения распределения магнитного поля, созданного стационарными токами и намагниченностью изотропных ферромагнетиков. Будем предполагать отсутствие поверхностных токов и токов, протекающих по ферромагнетику. Тогда уравнения Максвелла для стационарного магнитного поля примут вид

$$\operatorname{rot} \mathbf{H}(p) = \mathbf{J}(p), \tag{1}$$

$$\operatorname{div} \mathbf{B}(p) = 0, \tag{2}$$

$$\mathbf{B}(p) = \mu\mu_0 \mathbf{H}(p), \tag{3}$$

а условия на границе раздела сред и на бесконечности

$$\mathbf{n}\,(\mathbf{B}_f - \mathbf{B}_v) = 0, \qquad \mathbf{n}\,(\mathbf{H}_f - \mathbf{H}_v) = 0,$$

$$H(p) \xrightarrow{p\to\infty} 0. \tag{4}$$

Здесь используются следующие обозначения: p — точка трехмерного пространства $\mathscr{R}^3$, индексы f и v соответствуют области ферромагнетика и вакуума; $\mathbf{H}$ — вектор напряженности магнитного поля, $\mathbf{B}$ — вектор магнитной индукции, $\mathbf{J}$ — известный вектор объемной плотности тока, отличный от нуля в ограниченной области Ω_c и удовлетворяющий соотношению $\int\limits_{\Omega_c} \mathbf{J}\,d\Omega = 0$, $\mu\big(|\mathbf{H}|\big)$ — известная в ограниченной односвязной области Ω_f нелинейная функция магнитной проницаемости ферромагнетика (для немагнитной среды $\mu = 1$), μ_0 — магнитная проницаемость вакуума, $\mathbf{n}$ — единичный вектор нормали к поверхности раздела сред ферромагнетик–вакуум.

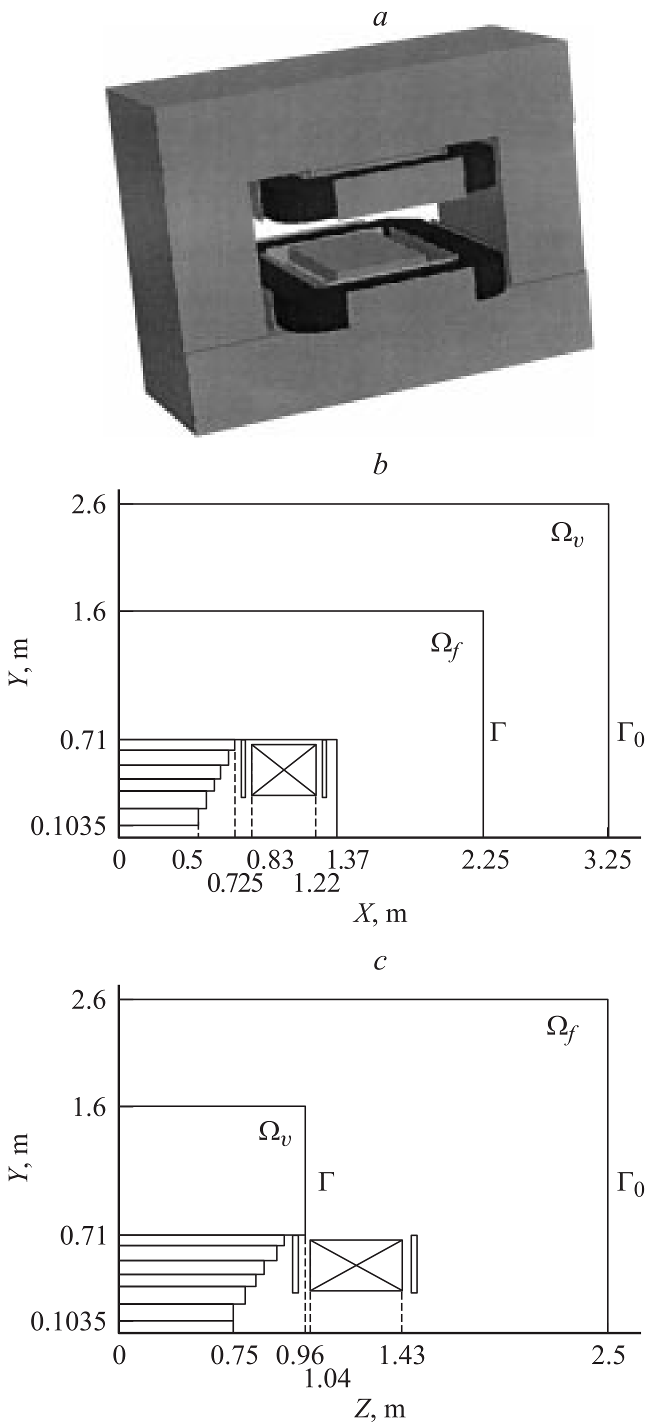

Рис. 1. Общий вид спектрометрического магнита СП-40 (a). Расчетная область 1/8 части магнита: разрез в плоскости XOY (b) и YOZ (c).

Метод А. Решение краевой задачи относительно векторного потенциала

Будем решать краевую магнитостатическую задачу относительно векторного потенциала [2]. Введем в $\mathscr{R}^3$ векторный потенциал $\mathbf{A}$, определяемый выражением $\mathbf{B} = \operatorname{rot}\mathbf{A}$. Тогда из (1)–(3) получим уравнение

$$\operatorname{rot}\left(\frac{1}{\mu}\operatorname{rot}\mathbf{A}(p)\right) = -\mu_0\,\mathbf{J}(p), \quad p \in R^3, \tag{5}$$

а условия (4) примут вид

$$\mathbf{n}\,(\mathbf{A}_f - \mathbf{A}_v) = 0, \qquad \mathbf{n}\left(\frac{1}{\mu}\operatorname{rot}\mathbf{A}_f - \operatorname{rot}\mathbf{A}_v\right) = 0,$$

$$A(p) \xrightarrow{p\to\infty} 0. \tag{6}$$

Для однозначного определения потенциала дополним уравнения (5), (6) условием $\operatorname{div}\mathbf{A}(p) = 0$. Будем предполагать, что продольный размер магнита вдоль оси OZ существенно больше поперечного размера. В таком приближении в плоскости поперечного сечения B_z-й компонентой поля можно пренебречь по сравнению с компонентами B_x и B_y. Следовательно, векторный потенциал имеет только одну компоненту A_z. Учитывая это, получим

$$\begin{cases} \dfrac{\partial}{\partial x}\left(\dfrac{1}{\mu}\dfrac{\partial A_z}{\partial x}\right) + \dfrac{\partial}{\partial y}\left(\dfrac{1}{\mu}\dfrac{\partial A_z}{\partial y}\right) = -\mu_0 J_z(x,y), \\ A_z\Big|_{\Gamma_+} = A_z\Big|_{\Gamma_-}, \quad \dfrac{\partial A_z}{\partial n}\Big|_{\Gamma_+} = \dfrac{1}{\mu}\dfrac{\partial A_z}{\partial n}\Big|_{\Gamma_-}, \quad A\Big|_{\Gamma_0} = 0, \end{cases} \tag{7}$$

где Γ_- — граница раздела сред ферромагнетик–вакуум. Условие на бесконечности заменено условием на вспомогательной границе Γ_0.

Введем обозначения $A_z = U(x,y)$ и будем решать данную задачу относительно $U(x,y)$. Для разностной аппроксимации краевой задачи построим в расчетной области неравномерную сетку с прямоугольными ячейками

$$\Omega = \Big\{(x_i, y_i);\ \ x_{i+1} = x_i + h^x_{i+1},\ \ y_{j+1} = y_j + h^y_{j+1},$$

$$i = 1,\ldots,M, \quad j = 1,\ldots,N\Big\}.$$

Предполагается, что границы расчетной области и внутренние границы раздела сред с различными характеристиками являются узловыми линиями. Искомая сеточная функция $U_{i,j}$ определена в узлах сетки Ω. На рис. 2 изображена ячейка сетки, окружающая внутренний узел

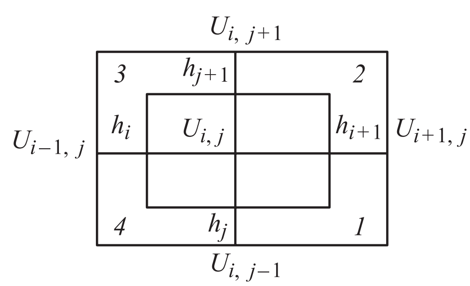

Рис. 2. Ячейка (пятиточечная схема) сетки, окружающая внутренний узел.

со значениями векторного потенциала $U_{i,j}$. Проинтегрировав равенство (7) в пределах элементарной ячейки и применив формулу Грина, получим (считая в пределах одной ячейки постоянными магнитную проницаемость μ и плотность тока J)

$$\oint_l \frac{1}{\mu}\left(\frac{\partial U}{\partial x}\mathbf{e}_y - \frac{\partial U}{\partial y}\mathbf{e}_x\right) d\mathbf{l} = \iint_S f(x,y)\,dx\,dy, \tag{8}$$

где l — граница, а S — площадь ячейки.

Используя для вычисления интегралов формулы прямоугольников и заменив при этом производные, входящие в (8), их разностными аналогами, получим систему нелинейных уравнений для определения сеточной функции $U_{i,j}$:

$$\left(\frac{h_i}{\mu_4}+\frac{h_{i+1}}{\mu_1}\right)\frac{U_{i,j}-U_{i,j-1}}{h_j}+\left(\frac{h_i}{\mu_3}+\frac{h_{i+1}}{\mu_2}\right)\frac{U_{i,j}-U_{i,j+1}}{h_{j+1}}$$

$$+\left(\frac{h_j}{\mu_4}+\frac{h_{j+1}}{\mu_3}\right)\frac{U_{i,j}-U_{i-1,j}}{h_i}+\left(\frac{h_j}{\mu_1}+\frac{h_{j+1}}{\mu_2}\right)\frac{U_{i,j}-U_{i+1,j}}{h_{i+1}}$$

$$-\frac{1}{2}F_{i,j} \equiv \Phi U_{i,j} = 0; \tag{9}$$

$$F_{i,j} = j_1 h_{i+1} h_j + j_2 h_{i+1} h_{j+1} + j_3 h_i h_{j+1} + j_4 h_i h_j;$$

$$h_i^x \equiv h_i, \quad h_j^y \equiv h_j.$$

Значение μ в каждой элементарной ячейке вычисляется через значения потенциала в вершинах ячейки (см. рис. 2). Например, значение $\mu_1 = \mu(B_1)$ можно вычислить по формуле

$$\mu_1 = \mu\left(\sqrt{\begin{array}{l}\left(\frac{U_{i+1,j}+U_{i+1,j-1}-U_{i,j}-U_{i,j-1}}{2h_{i+1}}\right)^2 + \\ \qquad + \left(\frac{U_{i,j}+U_{i+1,j}-U_{i,j-1}-U_{i+1,j-1}}{2h_j}\right)^2\end{array}}\right).$$

Для решения системы разностных уравнений (9) применяем двухступенчатый итерационный процесс, когда циклы последовательной верхней релаксации при расчете потенциала чередуются с нижней релаксакцией для магнитной проницаемости μ:

$$U_{i,j}^{(k+1/2)} = \left(\alpha_1 U_{i+1,j}^{(k)} + \alpha_2 U_{i,j+1}^{(k)} + \alpha_3 U_{i-1,j}^{(k+1)} + \alpha_4 U_{i,j-1}^{(k+1)}\right.$$

$$\left.+\frac{1}{2}F_{i,j}\right)\Big/(\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3+\alpha_4);$$

$$U_{i,j}^{(k+1)} = (1-\omega_k)U_{i,j}^{(k)} + \omega_k U_{i,j}^{(k+1/2)}, \quad \omega_k \geq 1;$$

$$v_j^{(k+1)} = (1-\eta_k)v_j^{(k)} + \eta_k v_j^{(k+1/2)},$$

$$v_j = \frac{1}{\mu_j}, \qquad j = 1,2,3,4, \qquad \eta_k \leq 1;$$

$$\alpha_1 = \frac{1}{h_{i+1}}\left(\frac{h_j}{\mu_1}+\frac{h_{j+1}}{\mu_2}\right); \quad \alpha_2 = \frac{1}{h_{j+1}}\left(\frac{h_i}{\mu_3}+\frac{h_{i+1}}{\mu_2}\right);$$

$$\alpha_3 = \frac{1}{h_i}\left(\frac{h_j}{\mu_4}+\frac{h_{j+1}}{\mu_3}\right); \quad \alpha_4 = \frac{1}{h_j}\left(\frac{h_i}{\mu_4}+\frac{h_{i+1}}{\mu_1}\right). \tag{10}$$

Оптимальное значение параметра верхней релаксации ω_k выбирается из интервала $(1,2)$, например, $\omega_k = 1.8$. Как правило, в каждой среде выбирается свой параметр релаксации. Проделав некоторое количество итераций пересчитываем значения магнитной проницаемости с последующей нижней релаксацией. Значение параметра нижней релаксации выбирается из интервале $(0,1)$ в процессе численных расчетов. Итерации прекращаются при выполнении условия

$$\sum_{i,j}\left|U_{i,j}^{(k)} - U_{i,j}^{(k-1)}\right|\Big/\left|U_{i,j}^{(k)}\right| < \varepsilon.$$

Метод Б. Краевая задача относительно двух скалярных потенциалов

Решим эту краевую магнитостатическую задачу относительно скалярного потенциала [3–6]. Введем скалярный потенциал φ:

$$\mathbf{H}(p) = \mathbf{T}_c(p) - \nabla\varphi(p), \tag{11}$$

где $\mathbf{T}_c$ — поле, созданное токовыми обмотками, определяемое по закону Био–Савара–Лапласа:

$$\mathbf{T}_c(p) = \frac{1}{4\pi}\int_{\Omega_c} \mathbf{J}(q)\cdot\nabla_q \frac{1}{r_{pq}}\,d\Omega_q. \tag{12}$$

Учитывая (11), из (2) получим уравнение для определения скалярного потенциала

$$\operatorname{div}\Big(\mu\big(|\nabla\varphi(p)|\big)\nabla\varphi(p)\Big) = \operatorname{div}\Big(\mu\big(|\nabla\varphi(p)|\big)\mathbf{T}_c(p)\Big). \tag{13}$$

Используя (11), из (4) получаем соответствующие граничные условия для φ:

$$\varphi_f - \varphi_v = 0, \quad \mu\frac{\partial\varphi}{\partial n}\Big|_{\Gamma_-} - \frac{\partial\varphi}{\partial n}\Big|_{\Gamma_+} = (\mu-1)(\mathbf{T}_c,\mathbf{n}),$$

$$\varphi(p) \xrightarrow{p\to\infty} 0. \tag{14}$$

При больших значениях μ в области Ω_f векторы $\mathbf{T}_c$ и $\nabla\varphi$ становятся большими, близкими по значению. Это приводит к потере точности вычислений. Для преодоления этой трудности введем полный скалярный потенциал Ψ по формуле

$$\mathbf{H}(p) = -\nabla\Psi(p), \qquad p \in \Omega_f. \tag{15}$$

Таким образом, приходим к постановке задачи магнитостатики относительно двух неизвестных скалярных потенциалов Ψ и φ:

$$\operatorname{div}\Big(\mu\big(|\nabla\Psi(p)|\big)\nabla\Psi(p)\Big) = 0, \quad p \in \Omega_f; \tag{16}$$

$$\Delta\varphi(p) = 0, \quad p \in \mathscr{R}^3 \backslash (\Omega_f \cup \Gamma). \tag{17}$$

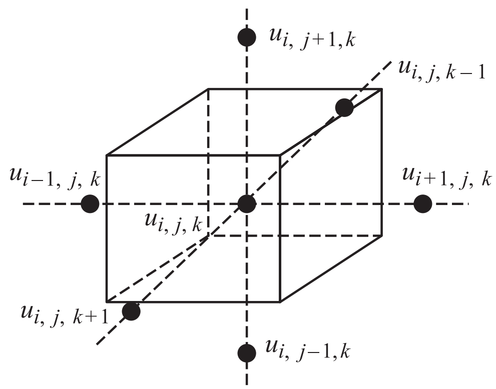

Рис. 3. Элементарная ячейка разностной схемы.

Уравнение (16) получается из (2) с учетом того, что $\mu = 1$ в области $\mathscr{R}^3 \ (\Omega_f \cup \Gamma)$ и $\operatorname{div} \mathbf{T}_c = 0$. На границе области Ω_f имеют место условия, вытекающие из (4):

$$-\mu \frac{\partial \Psi}{\partial n}\Big|_{\Gamma_-} = (\mathbf{T}_c, \mathbf{n})\big|_{\Gamma_+} - \frac{\partial \varphi}{\partial n}\Big|_{\Gamma_+},$$

$$\Psi(p) - \varphi(p) = -\int_Q^P [\mathbf{T}_c, \mathbf{n}]\, d\mathbf{r}, \tag{18}$$

$$\Phi = -\mathbf{T}_c \cdot \mathbf{n}, \qquad \phi(p) = \int_Q^p (\mathbf{T}_c, \mathbf{n})\, d\mathbf{r},$$

где p — произвольная точка на поверхности Γ, а $d\mathbf{r}$ — вектор касательной к поверхности.

Аналогичным образом для разностной аппроксимации краевой задачи (16)–(17) построим неравномерную сетку с элементарными ячейками (рис. 3) в виде параллелепипедов. Проинтегрировав (16) по объему параллелепипеда П, который содержит узел (i, j, k) и вершинами которого являются центры элементарных ячеек $(i + 1/2, j + 1/2, k + 1/2)$, и применив формулу Грина, получим

$$\int_\Pi \sum_{i=1}^{3} \frac{d}{dx_i} \left(\mu \frac{d}{dx_i} u\right) dV = \int_{S_\Pi} \mu \nabla u d\, \mathbf{S} = 0. \tag{19}$$

Для вычисления интегралов в (19) заменим производные их разностными аналогами и будем считать магнитную проницаемость μ постоянной в пределах одной элементарной ячейки и равной значению в центре ячейки. Получим систему нелинейных уравнений для определения сеточной функции $u_{i,j,k} = u(i, j, k)$

$$A_i u_{i+1,j,k} + A_{i-1} u_{i-1,j,k} + B_j u_{i,j+1,k} + B_{j-1} u_{i,j-1,k} + C_k u_{i,j,k+1} + C_{k-1} u_{i,j,k-1} - S_{i,j,k} u_{i,j,k} = 0;$$

$$A_i = \frac{1}{h_i^x} \sum_{m=j-1}^{j} \sum_{n=k-1}^{k} \mu_{i,m,n} h_m^y h_n^z,$$

$$B_j = \frac{1}{h_j^y} \sum_{m=i-1}^{i} \sum_{n=k-1}^{k} \mu_{m,j,n} h_m^x h_n^z;$$

$$C_k = \frac{1}{h_k^z} \sum_{m=i-1}^{j} \sum_{n=j-1}^{j} \mu_{m,n,k} h_m^x h_n^y;$$

$$S_{i,j,k} = A_i + A_{i-1} + B_j + B_{j-1} + C_k + C_{k-1},$$

$$\mu_{i,j,k} = \mu\Big(\big|\mathbf{B}(1+1/2, j+1/2, k+1/2)\big|\Big), \quad (i, j, k) \in \Omega_f^h;$$

$$\mu_{i,j,k} = 1, \qquad (i, j, k) \in \Omega_v^h. \tag{20}$$

Функции Φ и ϕ определены в (18). Для решения нелинейной системы разностных уравнений (20) применяется двухступенчатый итерационный процесс [6], в котором циклы последовательной верхней релаксации при вычислении потенциала чередуются с нижней релаксацией для магнитной проницаемости:

$$\mu_{i,j,k}^{n+1} = (1-\eta)\mu_{i,j,k}^{n} + \eta \mu_{i,j,k}^{n+1/2},$$

$$0 < \eta \le 1, \quad \mu_{i,j,k}^{n+1/2} = \mu\big(\mu_{i,j,k}^{n} |\operatorname{grad} u|\big);$$

$$|\operatorname{grad} u| = \Bigg\{ \Bigg[\frac{1}{4} \sum_{m=j-1}^{j} \sum_{l=k-1}^{k} \Bigg(\frac{u_{i+1,m,l}^{n+1} - u_{i,m,l}^{n}}{h_i^x}\Bigg)\Bigg]^2 + \Bigg[\frac{1}{4} \sum_{m=i-1}^{j} \sum_{l=k-1}^{k} \Bigg(\frac{u_{m,j+1,l}^{n+1} - u_{m,j,l}^{n+1}}{h_j^y}\Bigg)\Bigg]^2 + \Bigg[\frac{1}{4} \sum_{m=i-1}^{i} \sum_{l=j-1}^{j} \Bigg(\frac{u_{m,l,k+1}^{n+1} - u_{m,l,k}^{n+1}}{h_k^z}\Bigg)\Bigg]^2 \Bigg\}^{1/2}.$$

Векторы ϕ и Φ вычисляются один раз до начала итерационного процесса и используются в дальнейших итерациях. Для формирования ϕ и Φ необходимо знать

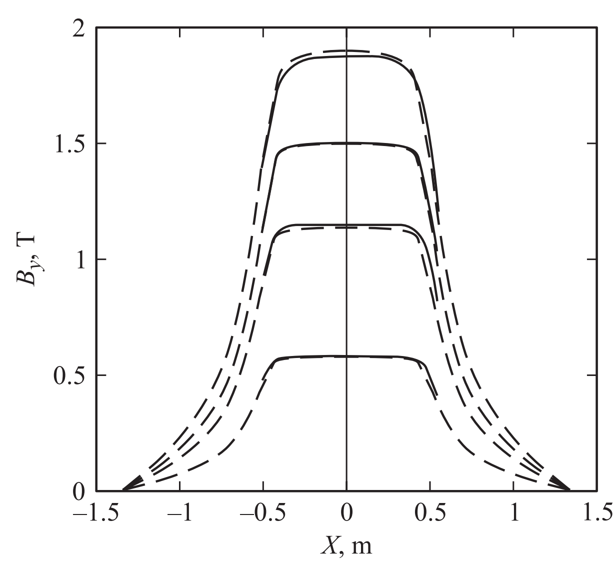

Рис. 4. Расчетная B_y компонента магнитного поля для $I = 1100, 800, 600, 300$ A (при фиксированных $y = z = 0$ m). Сплошные линии — данные измерений.

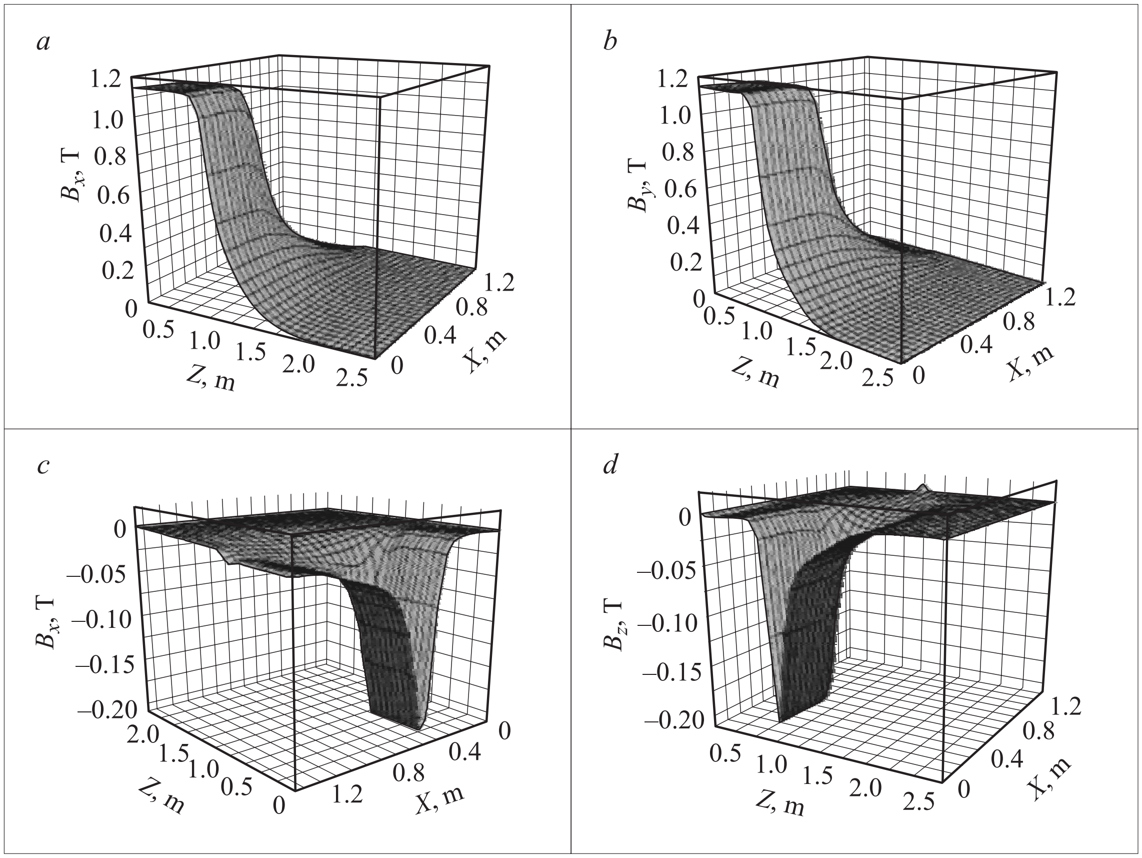

Рис. 5. Пространственное распределение компонент B_y, B_x, B_z магнитного поля СП-40 при токе $I = 600\,\mathrm{A}$.

поле $\mathbf{T}_c$ на поверхности ферромагнетика, создаваемое токовыми обмотками Ω_c. Итерации прекращаются при выполнении условия

$$\sum_{i,j,k} \left| U_{i,j,k}^{(n)} - U_{i,j,k}^{(n-1)} \right| / \left| U_{i,j,k}^{(n)} \right| < \varepsilon.$$

Вопросы устойчивости вычислительного алгоритма рассмотрены в [6,7] и в данной работе используются их результаты.

Результаты расчетов и сравнение с измерениями

На рис. 4 приведен график сравнения эксперимента (сплошные линии) с расчетом по методу А (пунктир) основной компоненты B_y в зависимости от поперечной координаты x при продольной координате z, равной 0.

На рис. 5 представлены зависимости $B_y(x, 0, z)$, $B_y(x, 0.05\,\mathrm{m}, z)$, $B_x(x, 0.05\,\mathrm{m}, z)$, $B_z(x, 0.05\,\mathrm{m}, z)$ для тока 600 A (метод Б). На рис. 5, *a* приведено распределение основной компоненты поля $B_y(x, 0, z)$ на медианной плоскости ($y = 0$). Область однородного поля на уровне 1.21 T находится целиком под полюсом магнита, спадая на краях полюса (и в поперечном направлении, и по пучку) до величин порядка 8 Gs для $z = 2.50\,\mathrm{m}$ ($x = y = 0$) и до 0 Gs в поперечном направлении для $x = 1.35\,\mathrm{m}$ ($y = z = 0$).

На рис. 5, *b* приведено распределение основной компоненты поля $B_y(x, 0.05\,\mathrm{m}, z)$ на плоскости $y = 0.05\,\mathrm{m}$. Область однородного поля на уровне 1.21 T находится также под полюсом магнита. Далее поле спадает на краях полюса (и в поперечном направлении, и по пучку) до величин порядка 5 Gs для $z = 2.50\,\mathrm{m}$ ($x = y = 0$) и до 0 в поперечном направлении для $x = 1.35\,\mathrm{m}$ ($y = z = 0$).

На рис. 5, *c* приведено распределение поперечной компоненты поля $B_x(x, 0.05\,\mathrm{m}, z)$ на плоскости $y = 0.05\,\mathrm{m}$. На рис. 5, *d* приведено распределение продольной компоненты поля $B_z(x, 0.05\,\mathrm{m}, z)$ на плоскости $y = 0.05\,\mathrm{m}$.

Более подробные (для плоскостей $y = 0$, $y = 0.05\,\mathrm{m}$) графики сравнения величин B_y, B_x, B_z в зависимости от z и от x приведены на рис. 6–11 по методу Б при токе $I = 600\,\mathrm{A}$. Здесь и далее сплошными линиями обозначены экспериментальные величины, расчетные — пунктиром. На рис. 6–9 число N_p обозначает номер измерения (измерения делались с шагом 0.01 m по оси Z и по оси X с шагом 0.02 m).

На рис. 6 и 7 приведены распределения расчетных и экспериментальных компонент B_y, B_x, B_z при фиксированных $x = 0$, $y = 0\,\mathrm{m}$ (медианная плоскость, центр магнита) и разность (расчетной и экспериментальной) основной компоненты ΔB_y по оси Z (по пучку) и по

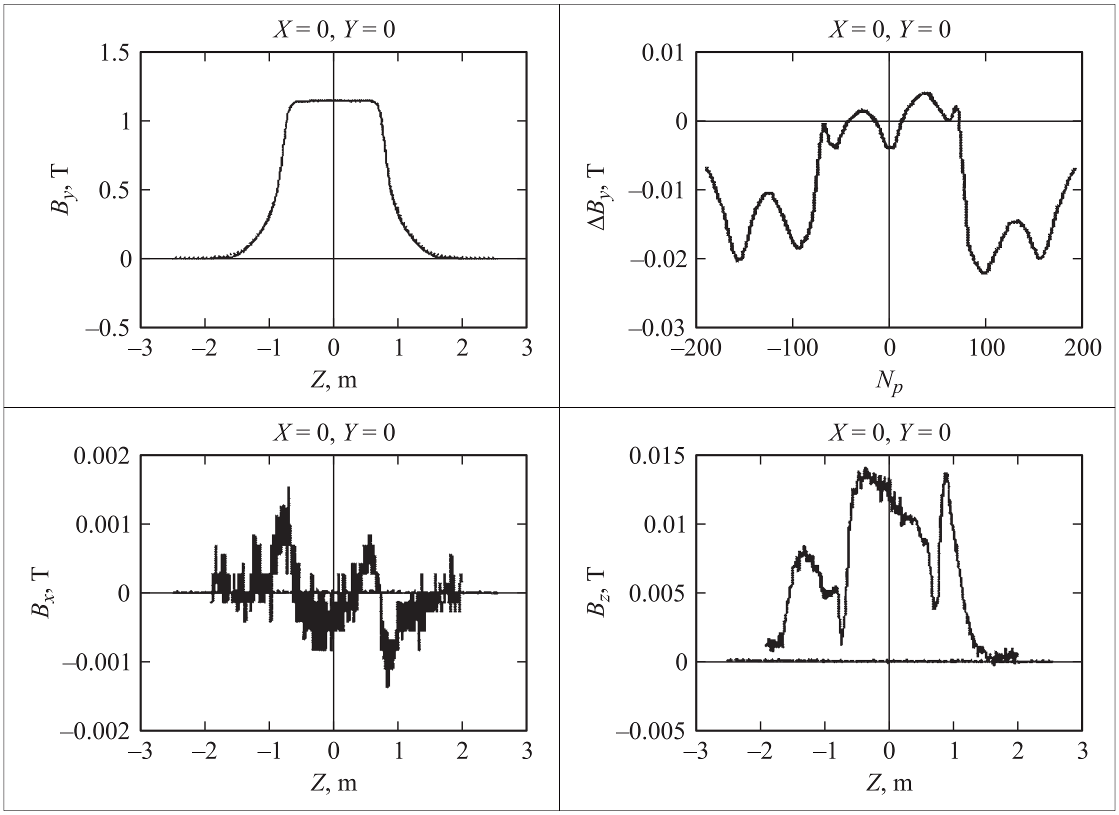

Рис. 6. Распределение компонент B_y, B_x, B_z при фиксированных $x = 0$, $y = 0$ m (медианная плоскость, центр магнита) и разность основной компоненты ΔB_y вдоль оси Z.

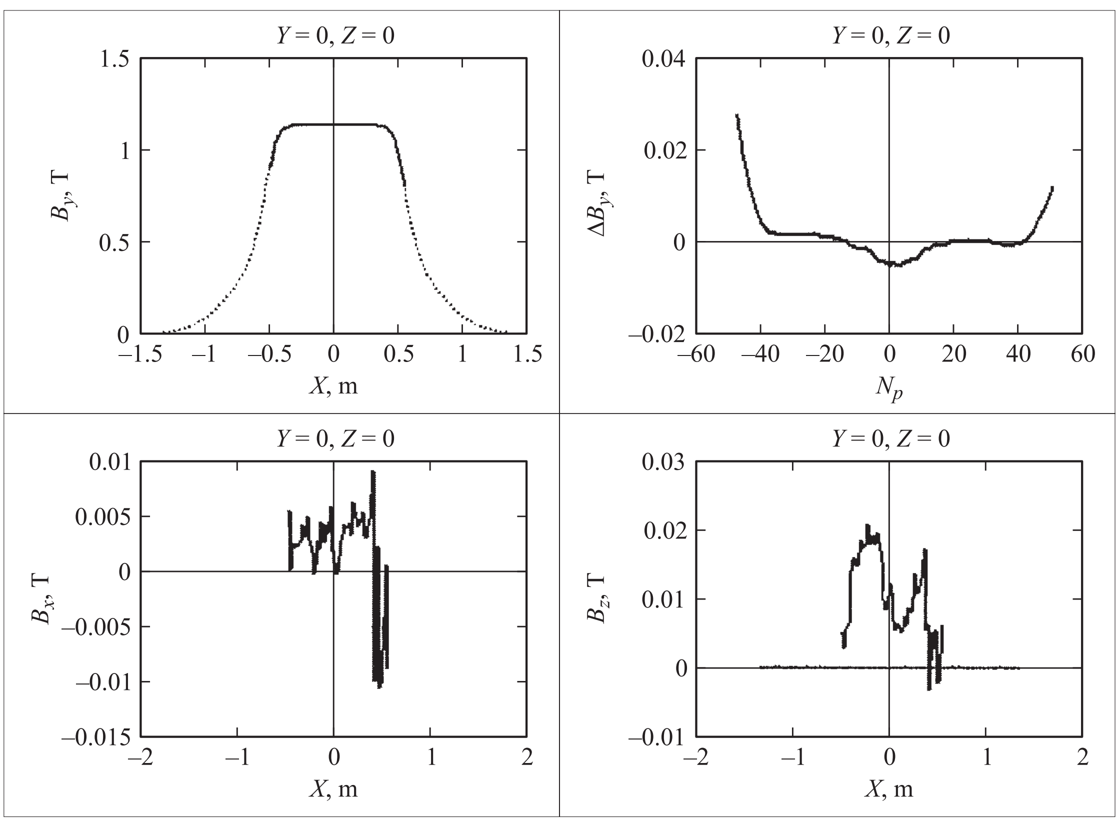

Рис. 7. То же, что для рис. 6, по оси X.

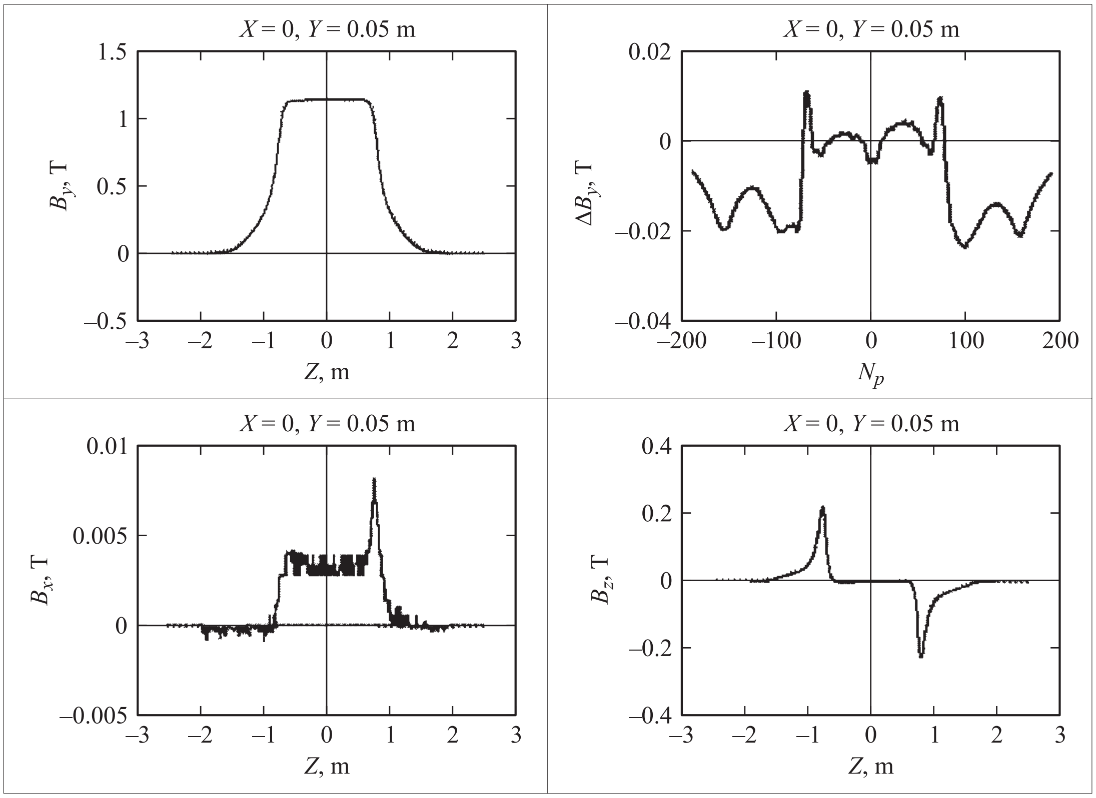

Рис. 8. Распределение расчетных и экспериментальных компонент B_y, B_x, B_z при фиксированных $x = 0$, $y = 0.05$ m и разность ΔB_y вдоль оси Z.

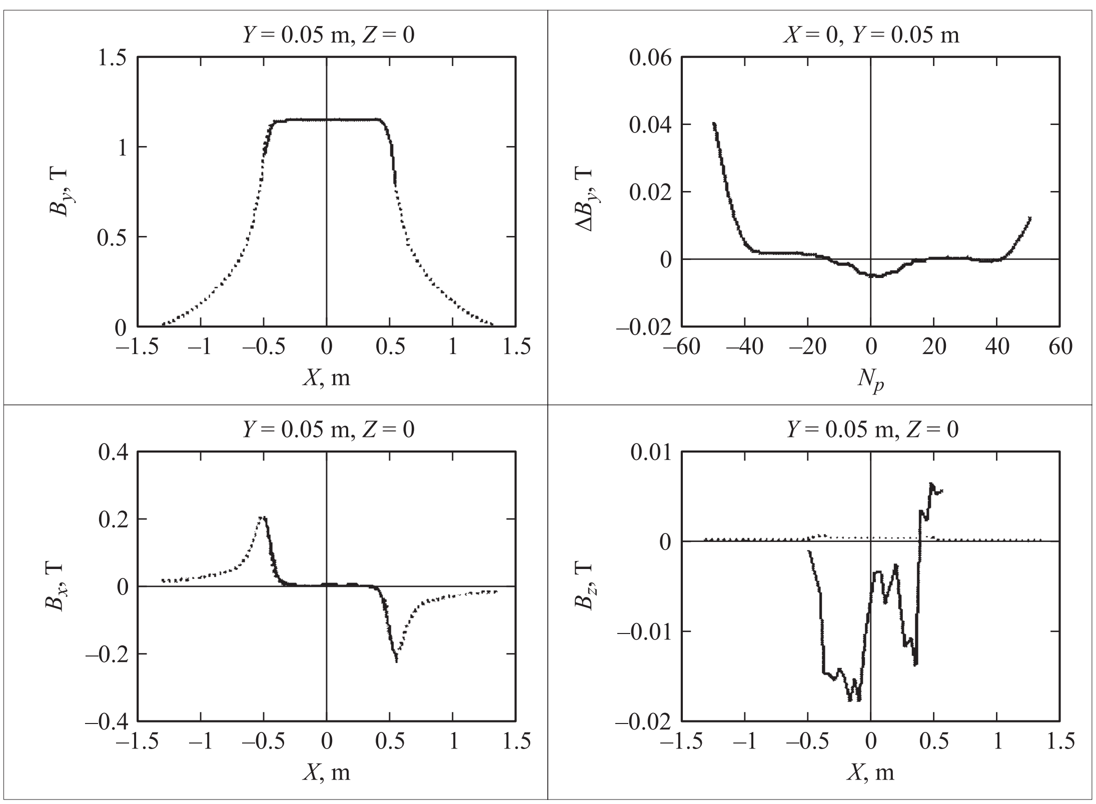

Рис. 9. То же, что для рис. 8, при $y = 0.05$ m, $z = 0$ m и разность ΔB_y вдоль оси X.

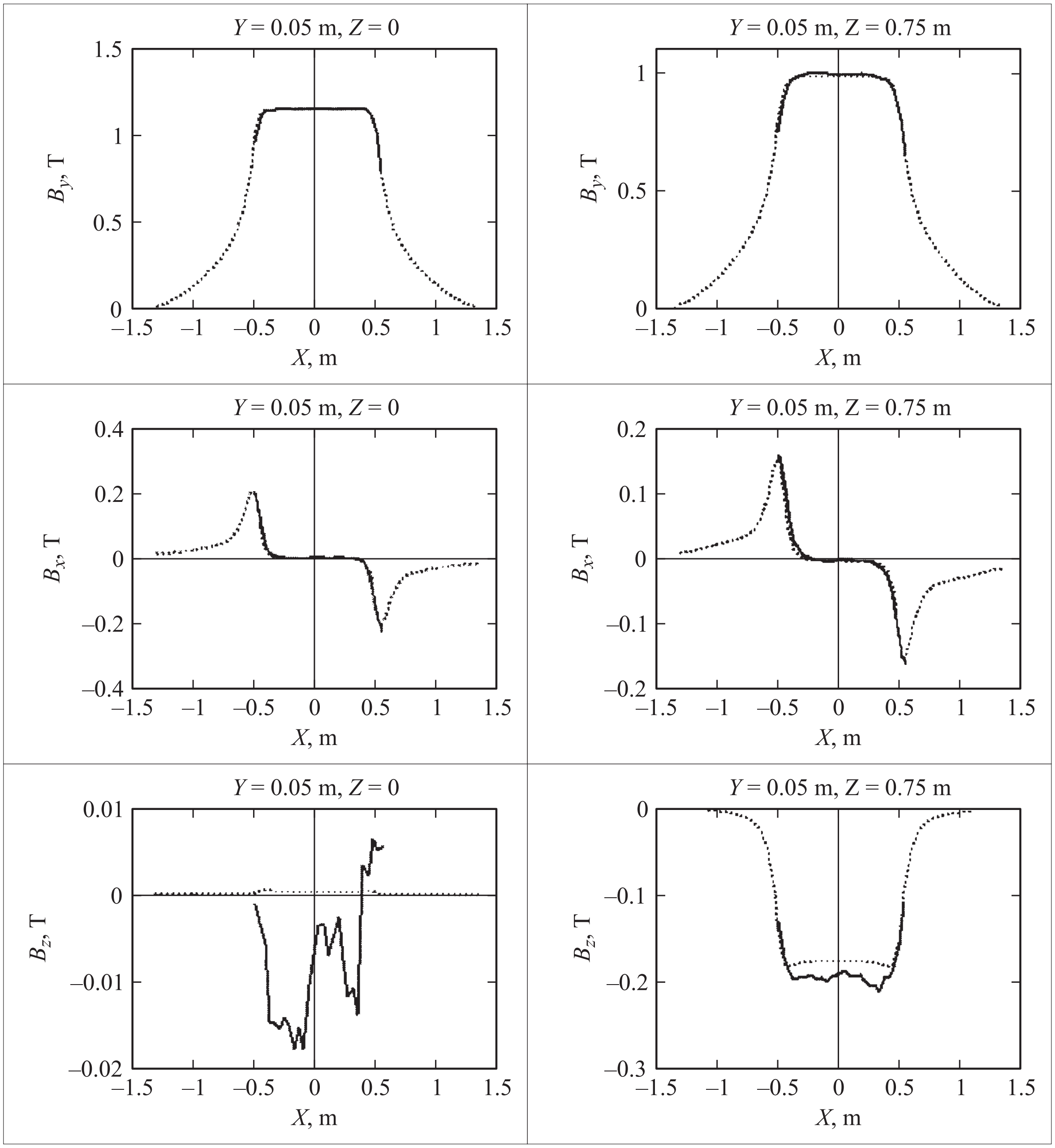

Рис. 10. Распределение расчетных и экспериментальных компонент B_y, B_x, B_z при фиксированных $y = 0.05$, $z = 0$ и $y = 0.05$, $z = 0.75$ m (торец магнита) вдоль оси X.

оси X (в поперечной к направлению пучка) соответственно. Разности ΔB_x и ΔB_z здесь ($y = 0$) равны измеренным величинам B_x, B_z, так как расчетные значения равны нулю.

На рис. 8 и 9 приведены распределения расчетных и экспериментальных компонент B_y, B_x, B_z при фиксированных $x = 0$, $y = 0.05$ m и разность ΔB_y по оси Z (по пучку) и X (в поперечной к направлению пучка) соответственно. Разности ΔB_x и ΔB_z здесь ($y = 0.05$ m) примерно равны значениям ΔB_x и ΔB_z при $y = 0$.

На рис. 10 приведено распределение расчетных и экспериментальных компонент B_y, B_x, B_z при фиксированных $y = 0.05$, $z = 0$ и $u = 0.05$, $z = 0.75$ m (торец магнита). На рис. 11 приведено распределение расчетных и экспериментальных компонент B_y, B_x, B_z при фиксированных значениях $x = 0$, $y = 0.05$ и $x = 0.5$, $y = 0.05$ m (торец магнита).

Заключение

В работе приведены расчетные формулы и алгоритмы расчета поля в методе А — относительно векторного потенциала, в методе Б — с помощью двух скалярных

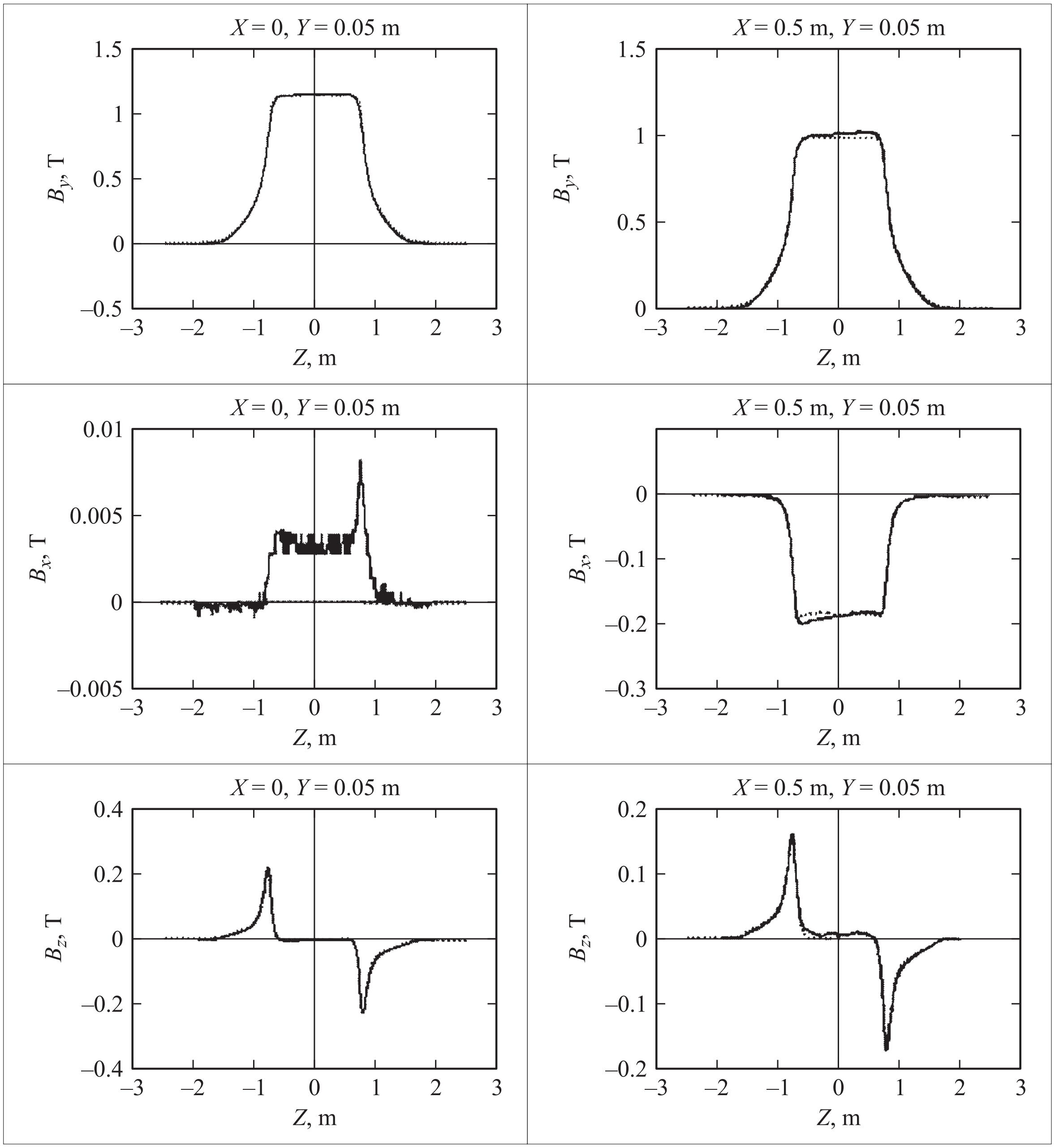

Рис. 11. То же, что для рис. 10, при $x = 0$, $y = 0.05$ и $x = 0.50$, $y = 0.05$ m (торец магнита) вдоль оси Z.

потенциалов. Расчетным путем получено в полной апертуре трехмерное распределение компонент магнитного поля спектрометра „МАРУСЯ". Представлены результаты сравнения расчетного распределения магнитного поля с проведенными измерениями [1] поля модифицированного магнита СП-40 с межполюсным зазором в 0.207 m.

Полученные результаты используются для проведения компьютерного моделирования установки и эксперимента и в последующем, после проведения сеансов набора физических данных, будут использованы для обработки этих данных.

Как показано, например, на рис. 4, предлагаемая методика адекватно описывает нелинейные изменения формы магнитного поля в зависимости от тока в обмотке. Сравнение расчетов и измерений, проведенное в данной работе, показало, что погрешность в величине $\Delta B/B \leq 0.5\%$ (≤ 50 Gs на уровне 1.78 T в центре магнита) для области поля вблизи границ полюсов и $\Delta B/B \leq 0.1\%$ (8 Gs на уровне 1.78 T в центре магнита) для остальной области задачи. Отметим, что в [1] измерения выполнены с такой же погрешностью.

Таким образом, описанная в работе методика расчета конфигурации магнитного поля может быть использована для моделирования магнитооптических систем и спектрометров.

Авторы выражают глубокую благодарность проф. Жидкову Е.П. за обсуждение алгоритмов решения поставленной краевой задачи.

Список литературы

[1] *Балдин А.А.* и др. Измерение объемной карты магнитного поля для магнитооптического спектрометра „МАРУСЯ". Дубна: ОИЯИ, Р13-2006-67, 2006. 18 с.

[2] *Перепелкин Е.Е.* и др. // XI Всерос. конф. по проблемам математики, информатики, физики и химии. Секция физики. М.: Изд-во РУДН, 2004. С. 174–177.

[3] *Юдин И.П.* Формирование магнитного поля и расчет магнитной структуры сверхпроводящего синхротрона. Дубна: ОИЯИ, 9-85-153, 1985. 15 с.

[4] *Жидков Е.П.* и др. // Тр. XI Всесоюз. совещ. по ускорителям заряженных частиц. Дубна: ОИЯИ, Д9-89-52. 1989. Т. 1. С. 354–360.

[5] *Simkin J., Trowbridge C.W.* // Proc. IEEE. 1980. Vol. 127. Pt B. N 6. P. 368–374.

[6] *Айрян Э.А., Жидков Е.П.* и др. // ЭЧАЯ. 1990. Т. 21. Вып. 1. С. 251–307.

[7] *Самарский А.А., Николаев Е.С.* Методы решения сеточных уравнений. М.: Наука, 1978. С. 266–350.