01;05

„Вакуумное“ трение и теплообмен нано- и микрочастицы с поверхностью твердого тела

© Г.В. Дедков, А.А. Кясов

Кабардино-Балкарский государственный университет,
360004 Нальчик, Россия
e-mail: gv dedkov@mail.ru; nano@kbsu.ru

(Поступило в Редакцию 16 февраля 2007 г. В окончательной редакции 20 августа 2007 г.)

В дипольном приближении впервые получены наиболее общие релятивистские формулы для тангенциальной силы флуктуационно-электромагнитного взаимодействия и скорости теплового нагрева сферической нейтральной частицы, движущейся в вакууме вблизи поверхности конденсированной среды. Показано, что наличие флуктуационного магнитного момента у проводящей частицы приводит к значительному превышению скорости вакуумного теплообмена по сравнению с контактным и радиационным (в соответствии с законом Стефана). Отмечено, что наличие совпадающих пиков поглощения у частицы и поверхности в СВЧ-диапазоне может объяснить наблюдаемые силы демпфирования нанозондов в динамической моде атомно-силового микроскопа.

PACS: 41.20.-q, 78.70.-g

Введение

„Вакуумным“ принято называть трение („вязкое“), пропорциональное скорости незаряженного пробного тела, движущегося в вакууме вблизи другого, неподвижного тела. „Вакуумный“ теплообмен между покоящимися телами осуществляется при различии их температур (частным случаем является закон Стефана–Больцмана), а между движущимися — зависит также от мощности диссипации энергии при трении. В целом оба явления имеют общую физическую природу, являясь следствием флуктуационно-электромагнитного взаимодействия, обусловленного квантово-статистическими флуктуациями поляризации и намагниченности контактирующих тел. В случае покоящихся тел электромагнитные флуктуации приводят к возникновению консервативных сил Ван-дер-Ваальса и Казимира [1–3].

Целью настоящей работы является развитие теории вакуумного трения и теплообмена движущейся наночастицы (атомного кластера, зонда атомно-силового микроскопа АСМ) с поверхностью твердого тела при самых общих предположениях об электрических и магнитных свойствах контактирующих материалов и произвольных температурах. Так, твердое тело характеризуется диэлектрической и магнитной проницаемостью общего вида, а частица — дипольной электрической и магнитной поляризуемостью. В основе применяемого подхода лежат результаты работ [4–9], но в отличие от них предполагается, что частица в собственной системе покоя обладает не только флуктуационным электрическим, но также и флуктуационным магнитным дипольными моментами.

Аналогичное общее решение задачи о вакуумном трении и теплообмене двух протяженных тел, разделенных плоской вакуумной щелью, в литературе пока отсутствует. Хотя этому вопросу посвящено большое число работ (см., например, [10–20]), в целом результаты разных авторов противоречивы и плохо согласуются между собой. В работах [18–20], например, был предложен нерелятивистский вариант теории вакуумного трения, но в своих расчетах авторы не учитывали эффекты, обусловленные флуктуационными токами магнитной поляризации, которые возникают как для диэлектрических, так и для металлических частиц, причем в последнем случае они даже могут стать определяющими.

Общие теоретические результаты

Рассматривается нейтральная сферическая частица с радиусом R, движущаяся с произвольной скоростью V параллельно плоской границе среда–вакуум на расстоянии z от нее (рис. 1). Предполагается, что $R \ll z$, поэтому частицу можно рассматривать как точечный флуктуирующий электрический и магнитный диполь. Ее электрическая и магнитная поляризуемости определяются функциями частоты $\alpha_{e,m}(\omega)$, а среда характеризуется диэлектрической $\varepsilon(\omega)$ и магнитной $\mu(\omega)$ проницаемостью. Здесь и в дальнейшем термин „поверхность“ понимается как конденсированное тело (континуум) с плоской границей, отделяющей его от вакуума. В самой общей ситуации (рис. 1) исходные выражения для проекций силы F_x, F_z, действующей на частицу, и скорости ее теплового нагрева $\dot{Q}$ целесообразно записать в симметричном виде [5–8,21]

$$F_{x,z} = \langle \nabla_{x,z}(\mathbf{dE} + \mathbf{mB}) \rangle, \tag{1}$$

$$\dot{Q} = \langle \dot{\mathbf{d}}\mathbf{E} + \dot{\mathbf{m}}\mathbf{B} \rangle, \tag{2}$$

где $\mathbf{d}$, $\mathbf{m}$ — флуктуационные электрический и магнитный дипольные моменты частицы, $\mathbf{E}$, $\mathbf{B}$ — компоненты флуктуационного электромагнитного поля, угловые скобки обозначают полное квантово-статистическое усреднение. Все величины, входящие в (1), (2), а также операции

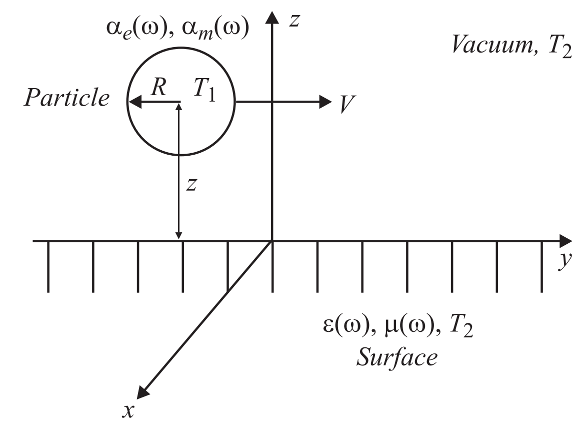

Рис. 1. Система координат и схема движения частицы над плоской поверхностью. T_1 — температура частицы, T_2 — температура поверхности и фонового излучения.

дифференцирования по координатам x, z в (1) и по времени t в (2) заданы в неподвижной декартовой системе отсчета, связанной с поверхностью (рис. 1).

Флуктуационные моменты **d**, **m** частицы и компоненты **E**, **B** электромагнитного поля включают суммы спонтанных и индуцированных составляющих, метод вычисления которых подробно изложен в [5-8]. При условиях, отвечающих рис. 1, отклики частицы и среды—вакуума и континуума, заполненного веществом, представляются суммой флуктуационных моментов и полей, соответствующих частице, вакуумному фону и веществу. С учетом этого из (1), (2) в ходе вычислений получаются суммы сил и скоростей нагрева, обусловленных взаимодействием частицы с веществом и с вакуумным фоном, а попутно возникающие интерференционные составляющие из-за отсутствия взаимной корреляции полей поверхности и фона в итоге исчезают.

В нашей недавней работе [22], в частности, было строго показано, что плотность энергии равновесного флуктуационного электромагнитного поля над плоской поверхностью нагретого континуума определяется суммой независимых вкладов от континуума и от окружающего прозрачного вакуумного фона. Таким образом, при проведении вычислений, основанных на формулах (1), (2), соответствующие вклады можно находить в отдельности, а затем их суммировать.

В результате расчета по формулам (1), (2), технические детали которого аналогичны работам [5,6], предполагая, что температура частицы равна T_1, а окружающего фона и поверхности — T_2, для компонент флуктуационной силы $F_{x,z}$ и скорости радиационного нагрева $\dot{Q}$ получим

$$
\begin{aligned}
F_x = &-\frac{\hbar\gamma}{\pi c^4}\int_0^\infty d\omega\,\omega^4 \\
&\times \int_{-1}^{1} dx\,x(1+\beta x)^2\big[\alpha''_e(\omega_1)+\alpha''_m(\omega_1)\big]W_1(\omega_1,T_1,T_2) \\
&-\frac{\hbar\gamma}{\pi^2}\iiint\limits_{k>\omega/c} d\omega\,d^2k k_x q_0^{-1}\exp(-2q_0 z) \\
&\times\Big\{W_2(\omega^+,T_1,T_2)\big[\alpha''_e(\omega^+)\,\mathrm{Im}\,R_e^+(\omega,\mathbf{k}) \\
&+\alpha''_m(\omega^+)\,\mathrm{Im}\,R_m^+(\omega,\mathbf{k})\big]-W_2(\omega^-,T_1,T_2) \\
&\times\big[\alpha''_e(\omega^-)\,\mathrm{Im}\,R_e^-(\omega,\mathbf{k})+\alpha''_m(\omega^-)\,\mathrm{Im}\,R_m^-(\omega,\mathbf{k})\big]\Big\} \\
&-\frac{\hbar\gamma}{\pi^2}\iiint\limits_{k<\omega/c} d\omega\,d^2k k_x \tilde{q}_0^{-1}\big(-\sin(2\tilde{q}_0 z)\big) \\
&\times\big\{R_e^\pm, R_m^\pm \to \tilde{R}_e^\pm, \tilde{R}_m^\pm\big\}-\frac{\hbar\gamma}{\pi^2}\iiint\limits_{k<\omega/c} d\omega d^2k k_x \tilde{q}_0^{-1}\cos(2\tilde{q}_0 z) \\
&\times\Big\{W_2(\omega^+,T_1,T_2)\big[\alpha''_e(\omega^+)\,\mathrm{Re}\,\tilde{R}_e^+(\omega,\mathbf{k}) \\
&+\alpha''_m(\omega^+)\,\mathrm{Re}\,\tilde{R}^+(\omega,\mathbf{k})\big] \\
&-W_2(\omega^-,T_1,T_2)\big[\alpha''_e(\omega^-)\,\mathrm{Re}\,\tilde{R}_e^-(\omega,\mathbf{k}) \\
&+\alpha''_m(\omega^-)\,\mathrm{Re}\,\tilde{R}_m^+(\omega,\mathbf{k})\big]\Big\}.
\end{aligned} \tag{3}
$$

$$
\begin{aligned}
\dot{Q} = &\frac{\hbar\gamma}{\pi c^3}\int_0^\infty d\omega\,\omega^4 \\
&\times\int_{-1}^{1} dx(1+\beta x)^3\big[\alpha''_e(\omega_1)+\alpha''_m(\omega_1)\big]W_1(\omega_1,T_1,T_2) \\
&-\frac{\hbar}{\pi^2}\iiint\limits_{k>\omega/c} d\omega\,d^2k\,q_0^{-1}\exp(-2q_0 z) \\
&\times\Big\{\omega^+W_2(\omega^+,T_1,T_2)\big[\alpha''_e(\omega^+)\,\mathrm{Im}\,R_e^+(\omega,\mathbf{k}) \\
&+\alpha''_m(\omega^+)\,\mathrm{Im}\,R_m^+(\omega,\mathbf{k})\big]+\omega^-W_2(\omega^-,T_1,T_2) \\
&\times\big[\alpha''_e(\omega^-)\,\mathrm{Im}\,R_e^-(\omega,\mathbf{k})+\alpha''_m(\omega^-)\,\mathrm{Im}\,R_m^-(\omega,\mathbf{k})\big]\Big\} \\
&-\frac{\hbar}{\pi^2}\iiint\limits_{k<\omega/c} d\omega\,d^2k\,\tilde{q}_0^{-1}\big(-\sin(2\tilde{q}_0 z)\big) \\
&\times\big\{R_e^\pm, R_m^\pm \to \tilde{R}_e^\pm, \tilde{R}_m^\pm\big\} \\
&-\frac{\hbar}{\pi^2}\iiint\limits_{k<\omega/c} d\omega\,d^2k\,\tilde{q}_0^{-1}\cos(2\tilde{q}_0 z)\Big\{\omega^+W_2(\omega^+,T_1,T_2) \\
&\times\big[\alpha''_e(\omega^+)\,\mathrm{Re}\,\tilde{R}_e^+(\omega,\mathbf{k})+\alpha''_m(\omega^+)\,\mathrm{Re}\,\tilde{R}_m^+(\omega,\mathbf{k})\big] \\
&-\omega^-W_2(\omega^-,T_1,T_2)\big[\alpha''_e(\omega^-)\,\mathrm{Re}\,\tilde{R}_e^-(\omega,\mathbf{k}) \\
&+\alpha''_m(\omega^-)\,\mathrm{Re}\,\tilde{R}_m^+(\omega,\mathbf{k})\big]\Big\}.
\end{aligned} \tag{4}
$$

В формулах (3) и (4) $\hbar$, k_B, c — постоянные Планка, Больцмана и скорость света в вакууме соответственно. Функции, отмеченные сверху двумя штрихами обозначают соответствующие мнимые компоненты, $\beta = V/c$, $\gamma = (1-\beta^2)^{-1/2}$, $\mathbf{k} = (k_x, k_y)$, $\omega_1 = \gamma\omega(1+\beta\cos\theta)$, $\omega^{\pm} = \gamma(\omega \pm k_x V)$, θ — угол между векторами $\mathbf{k}$ и $\mathbf{V}$, $V = |\mathbf{V}|$, $\tilde{q} = (\varepsilon\mu\omega^2/c^2 - k^2)^{1/2}$, $q = (k^2 - \varepsilon\mu\omega^2/c^2)^{1/2}$, $q_0 = (k^2 - \omega^2/c^2)^{1/2}$, $\tilde{q}_0 = (\omega^2/c^2 - k^2)^{1/2}$, $k^2 = k_x^2 + k_y^2$,

$$\Delta_e = \frac{\varepsilon q_0 - q}{\varepsilon q_0 + q}, \qquad \Delta_m = \frac{\mu q_0 - q}{\mu q_0 + q},$$

$$\tilde{\Delta}_e = \frac{\varepsilon \tilde{q}_0 - \tilde{q}}{\varepsilon \tilde{q}_0 + \tilde{q}}, \qquad \tilde{\Delta}_m = \frac{\mu \tilde{q}_0 - \tilde{q}}{\mu \tilde{q}_0 + \tilde{q}}; \tag{5}$$

$$\begin{aligned} R_e^{(\pm)}(\omega, \mathbf{k}) &= \chi_e^{(\pm)}(\omega, \mathbf{k})\Delta_e(\omega) + \chi_m^{(\pm)}(\omega, \mathbf{k})\Delta_m(\omega), \\ R_m^{(\pm)}(\omega, \mathbf{k}) &= \chi_e^{(+)}(\omega, \mathbf{k})\Delta_m(\omega) + \chi_m^{(+)}(\omega, \mathbf{k})\Delta_e(\omega), \\ \tilde{R}_e^{(\pm)}(\omega, \mathbf{k}) &= \chi_e^{(\pm)}(\omega, \mathbf{k})\tilde{\Delta}_e(\omega) + \chi_m^{(\pm)}(\omega, \mathbf{k})\tilde{\Delta}_m(\omega), \\ \tilde{R}_m^{(\pm)}(\omega, \mathbf{k}) &= \chi_e^{(+)}(\omega, \mathbf{k})\tilde{\Delta}_m(\omega) + \chi_m^{(+)}(\omega, \mathbf{k})\tilde{\Delta}_e(\omega), \end{aligned} \tag{6}$$

$$\chi_e^{(\pm)}(\omega, \mathbf{k}) = 2(k^2 - k_x^2\beta^2)(1 - \omega^2/k^2c^2) + \frac{(\omega \pm k_x V)^2}{c^2}, \tag{7}$$

$$\chi_m^{(\pm)}(\omega, \mathbf{k}) = 2k_y^2\beta^2(1 - \omega^2/k^2c^2) + \frac{(\omega \pm k_x V)^2}{c^2}, \tag{8}$$

$$W_1(\omega_1, T_1, T_2) = \coth\left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T_2}\right) - \coth\left(\frac{\hbar\omega_1}{2k_B T_1}\right), \quad \omega_1 = \gamma\omega(1+\beta x); \tag{9}$$

$$W_2(\omega^{\pm}, T_1, T_2) = \coth\left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T_2}\right) - \coth\left(\frac{\hbar\omega^{\pm}}{2k_B T_1}\right), \quad \omega^{\pm} = \gamma(\omega \pm k_x V). \tag{10}$$

Все частотные интегралы берутся в пределах $(0, \infty)$, а по проекциям волновых векторов — в первом координатном квадрате (в координатных осях k_x, k_y). Для сокращения записи зависимости от волновых векторов величин Δ_e, Δ_m, $\tilde{\Delta}_e$, $\tilde{\Delta}_m$ в (5) и (6) опущены. Кроме того, в подынтегральных слагаемых формул (3), (4), в которые входит скобочное выражение $\{R_e^{\pm}, R_m^{\pm} \to \tilde{R}_e^{\pm}, \tilde{R}_m^{\pm}\}$, нужно иметь в виду, что их структура идентична структурам выражений в больших фигурных скобках, в интегралах по области волновых векторов $k > \omega/c$ (т. е. для ближних мод поверхности).

Первые интегральные слагаемые в (3) и (4) описывают вклад во взаимодействие вакуумного фона в предположении, что равновесный фотонный газ имеет, как и поверхность, температуру T_2 и не зависит от расстояния z частицы от поверхности; второе и третье слагаемые (3), (4) описывают взаимодействие частицы с поверхностью и зависят от z. В отличие от аналогичных формул, приведенных в работах [5–8], формулы (3), (4) включают вклады магнитной поляризации частицы: слагаемые, пропорциональные α_m. Они отличаются от вкладов электрической поляризации (слагаемые, пропорциональные α_e) преобразованиями $\alpha_e \leftrightarrow \alpha_m$ в соответствии с принципом перестановочной двойственности. В целом, как нетрудно видеть, формулы (3), (4) симметричны к перестановке слагаемых, связанных с вкладом электрических (с индексом „e“) и магнитных (с индексом „m“) взаимодействий. Таким образом, учитываются (в дипольном приближении) все возможные составляющие флуктуационно-электромагнитного взаимодействия произвольно нагретой частицы с плоской поверхностью, граничащей с равновесным вакуумным фоном.

В заключение данного раздела заметим, что магнитная поляризация металлической наночастицы вносит также заметный вклад в силу ее нормального взаимодействия с поверхностью, F_z (силу Казимира). Этот вопрос недавно рассматривался нами в [21,23].

„Вязкая“ сила трения

В дальнейшем ограничимся случаем немагнитной среды ($\mu = 1$) и нерелятивистским приближением как более характерными для многих приложений и, в частности, для приложений в атомно-силовой микроскопии [24]. Типичные скорости зондов в колебательном режиме АСМ не превышают 1 m/s, поэтому нерелятивистское (линейное по скорости) приближение для латеральной силы F_x является полностью оправданным. В то же время эффекты запаздывания необходимо учитывать в полной мере. Диэлектрическую функцию поверхности представим в общем виде $\varepsilon(\omega) = \varepsilon'(\omega) + i\varepsilon''(\omega)$, а диэлектрическую функцию материала зонда — в виде $\varepsilon_p(\omega) = \varepsilon_p'(\omega) + i\varepsilon_p''(\omega)$. Для электрической и магнитной поляризуемости сферической частицы воспользуемся классическими приближениями [25]

$$\begin{cases} \alpha_e'' = 3R^3 \dfrac{\varepsilon_p''}{(\varepsilon_p' + 2)^2 + \varepsilon_p''^2} \equiv 3R^3 \varphi_{ep}(\omega), \\ \alpha_m'' = -\dfrac{3R^3}{x^2}\left(1 - 0.5\,\dfrac{\sinh x + \sin x}{\cosh x - \cos x}\right) \equiv 3R^3\varphi_{mp}(x), \\ x = \dfrac{R\omega}{c}\sqrt{2\varepsilon_p''(\omega)}. \end{cases} \tag{11}$$

При переходе к нерелятивистскому пределу ($\beta \ll 1$, $\gamma = 1$) в формулах (7), (8) необходимо сохранить линейные по скорости члены, а в (3) — выполнить линейное разложение подынтегральных функций, содержащих допплеровские сдвиги.

Вводя обозначения $\omega_{W1} \equiv k_B T_1/\hbar$, $\omega_{W2} \equiv k_B T_2/\hbar$ для виновских частот частицы и равновесного фонового излучения, а также $a \equiv R(2\varepsilon_p'')^{1/2}/c$, после подстановки (10), (11) в первый интеграл (3) получим

$$F_x^{(1)} = -\frac{4}{\pi}\left(\frac{R}{c}\right)^3 \frac{\hbar V}{c^2}\big[\omega_{W1}^5\varphi_1(\omega_{W1}) + \omega_{W2}^5\varphi_2(\omega_{W2}) - \omega_{W1}^5\varphi_2(\omega_{W1})\big], \tag{12}$$

$$\varphi_1(x) = \frac{1}{4}\int_0^{\infty} \frac{t^5 dt}{\sinh^2(t/2)}\big[\varphi_{ep}(xt) + \varphi_{mp}(axt)\big], \tag{13}$$

$$\varphi_2(x) = \int_0^\infty \frac{t^4 dt}{\exp(t)-1} \frac{d}{dt}\Big[t\big(\varphi_{ep}(xt) + \varphi_{mp}(axt)\big)\Big]. \quad (14)$$

В нанометровой области расстояний от поверхности, т.е. в случае преобладания вклада мод ближнего поля (второй интеграл в (3)) следует принять во внимание, что, поскольку температурные факторы (10) резко обрезают частотные интегралы при $\omega > \omega_W$, то параметр запаздывания мал: $\eta = \omega_W z/c \ll 1$, а мнимые части функций $\Delta_{e,m}$ в (5) упрощаются (вместо волнового вектора k удобно ввести приведенную переменную $u = \sqrt{k^2c^2/\omega^2+1}$);

$$\Delta''_e = \frac{2\varepsilon''}{(\varepsilon'+1)^2 + \varepsilon''^2} \equiv \varphi_e(\omega), \quad (15)$$

$$\Delta''_m = \begin{cases} \dfrac{u}{\sqrt{\varepsilon''}}, & 0 \le u \le 0.63\sqrt{\varepsilon''}, \quad \varepsilon'' > 1, \\ \dfrac{\varepsilon''}{4u^2}, & u \ge 0.63\sqrt{\varepsilon''}. \end{cases} \quad (16)$$

Заметим, что при наличии резонансной линии поглощения поверхности на частоте ω_0, когда $\varepsilon' \approx -1$, $\varepsilon'' \ll 1$, из формул (5) и (15) следует $\Delta''_e \approx 2/\varepsilon''$, а величина Δ''_m пренебрежимо мала. С учетом (15), (16) интегрирование по волновому вектору k во втором интегральном слагаемом (3) выполняется элементарно, а частотные интегралы рационализируются в виде, аналогичном интегралу от вакуумных мод. В результате получим (функции Φ_{1-8} приведены в Приложении, $\eta_{1,2} = \omega_{W1,2}\, z/c$)

$$\begin{aligned} F_x^{(2)} = &-\frac{3}{4\pi}\frac{\hbar V R^3}{z^5}\Big\{\Phi_1(\omega_{W1}) + \eta_1^2\Phi_2(\omega_{W1}) \\ &+ \eta_1^4\Phi_3(\omega_{W1}) + \eta_1^5\Phi_4(\omega_{W1}, z) + \Phi_5(\omega_{W2}) \\ &- \Phi_5(\omega_{W1}) + \eta_2^2\Phi_6(\omega_{W2}) - \eta_1^2\Phi_6(\omega_{W1}) \\ &+ \eta_2^4\Phi_7(\omega_{W2}) - \eta_1^4\Phi_7(\omega_{W1}) + \eta_2^5\Phi_8(\omega_{W2}, z) \\ &- \eta_1^5\Phi_8(\omega_{W1}, z)\Big\}. \end{aligned} \quad (17)$$

Вклад волновых поверхностных мод $F_z^{(3)}$ имеет наиболее простой вид в случае контакта частицы с металлической поверхностью: $0 \le u \le 1$, $\varepsilon'' \gg 1$, из (5) следует $\tilde{\Delta}_e \approx 1$, $\tilde{\Delta}_m \sim 1$. В результате последующего упрощения третьего и четвертого интегралов (3) результирующая формула для $F_z^{(3)}$ приводится к виду

$$\begin{aligned} F_x^{(3)} = &-\frac{3\hbar V R^3}{\pi z^5}\Big\{-\Phi_9(\omega_{W1}, 2\eta_1) + \eta_1\Phi_{10}(\omega_{W1}, 2\eta_1) \\ &+ \eta_1^2\Phi_{11}(\omega_{W1}, 2\eta_1) - \eta_1^3\Phi_{12}(\omega_{W1}, 2\eta_1) \\ &+ \Phi_{13}(\omega_{W1}, 2\eta_1) - \Phi_{13}(\omega_{W2}, 2\eta_2) \\ &+ \eta_2\Phi_{14}(\omega_{W2}, 2\eta_2) - \eta_1\Phi_{14}(\omega_{W1}, 2\eta_1) \\ &+ \eta_2^2\Phi_{15}(\omega_{W2}, 2\eta_2) - \eta_1^2\Phi_{15}(\omega_{W1}, 2\eta_1) \\ &+ \eta_1^3\Phi_{16}(\omega_{W1}, 2\eta_1) - \eta_2^3\Phi_{16}(\omega_{W2}, 2\eta_2)\Big\}. \end{aligned} \quad (18)$$

Функции Φ_{9-16} также приведены в Приложении. Заметим, что разностные слагаемые (17), (18), включающие функци Φ_i с одинаковым индексом „i“, отличны от нуля лишь при различии температур частицы и поверхности. При тепловом равновесии сила трения определяется только первыми четырьмя слагаемыми (17), (18) и первым слагаемым в правой части (12).

Скорость теплообмена

Зависимость от скорости в (4) появляется только во втором порядке разложения по скорости, поэтому при нерелятивистском движении зонда достаточно ограничиться статическим случаем $V = 0$. При этих условиях (4) приводится к виду (см. (П.17)–(П.21))

$$\begin{aligned} \dot{Q} &= \dot{Q}^{(1)} + \dot{Q}^{(2)} + \dot{Q}^{(3)} \\ &= -\frac{12\hbar}{\pi}\left(\frac{R}{c}\right)^3 \left[\omega_{W1}^5\varphi_3(\omega_{W1}) - \omega_{W2}^5\varphi_3(\omega_{W2})\right] \\ &- \frac{6\hbar R^3}{\pi z^3}\Big\{\omega_{W1}^2\Phi_{17}(\omega_{W1}) - \omega_{W2}^2\Phi_{17}(\omega_{W2}) \\ &+ \omega_{W1}^2\eta_1^2\Phi_{18}(\omega_{W1}) - \omega_{W2}^2\eta_2^2\Phi_{18}(\omega_{W2}) \\ &+ \omega_{W1}^2\eta_1^3\Phi_{19}(\omega_{W1}, z) - \omega_{W2}^2\eta_2^3\Phi_{19}(\omega_{W2})\Big\} \\ &- \frac{4\hbar R^3}{\pi c^3}\left[\omega_{W1}^5\Phi_{20}(\omega_{W1}, z) - \omega_{W2}^5\Phi_{20}(\omega_{W2}, z)\right]. \end{aligned} \quad (19)$$

Как и при вычислении сил трения, отдельные слагаемые $\dot{Q}^{(1-3)}$ в (19) соответствуют вкладам в скорость нагрева частицы от вакуумных мод, мод ближнего поля и волновых мод поверхности.

Результаты численного расчета и обсуждение

Сила трения

Прежде всего заметим, что вклад неизотермических членов в общих формулах (3), (4) или (12), (17), (18) определяется параметром $\Delta T/T$, где ΔT — разность температур частицы и среды. Поэтому при $\Delta T/T \ll 1$ его можно не учитывать. Однако при $\Delta T/T \sim 1$ неизотермические члены могут доминировать, причем знак латеральной силы в итоге может быть как отрицательным (при $T_1 > T_2$, когда частица тормозится), так и положительным (при $T_1 < T_2$, когда частица ускоряется). В дальнейшем, если специально не оговаривается, подразумевается изотермический случай.

При анализе сочетаний различных контактирующих материалов интересно рассмотреть вакуумный контакт хорошо проводящих тел (нормальных металлов), полуметаллов (типа графита), диэлектрческих тел, с наличием резонансных пиков поглощения, и материалов

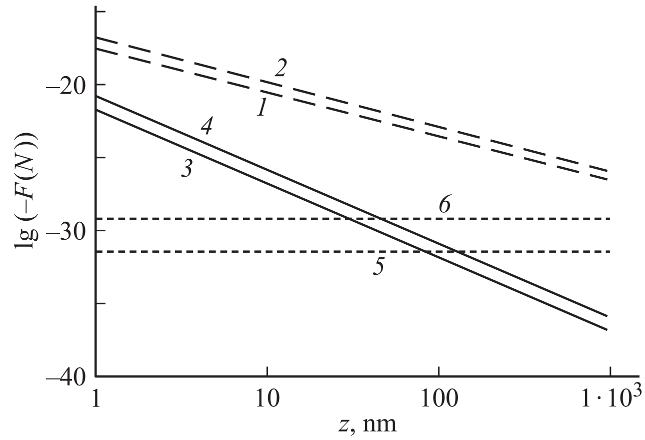

Рис. 2. Зависимость силы трения наночастиц меди ($R = 50\,\text{nm}$, $V = 1\,\text{cm/s}$) от расстояния до поверхности меди в области ближнего поля. Линии *1, 2* соответствуют вкладу членов с магнитной поляризацией; *3, 4* — то же для членов с электрической поляризацией; *5, 6* — вакуумный вклад (12): $T = 300\,\text{K}$ для линий *1, 3, 5* и $T = 900\,\text{K}$ для линий *2, 4, 6*.

смешанного типа. Для контактов первых двух видов $\varepsilon(\omega) = 1 + i4\pi\sigma/\omega$, где σ — проводимость, поэтому в области частот $\omega \approx \omega_W$ (наиболее существенной при вычислении сил трения) мнимая компонента магнитной поляризуемости металлической частицы всегда преобладает над электрической. Результаты численного расчета силы трения F_x для контакта медной частицы с поверхностью меди ($\sigma = 5.2 \cdot 10^{17}\,\text{s}^{-1}$ при $T = 300\,\text{K}$) в диапазоне расстояний $1-1000\,\text{nm}$ приведены на рис. 2. В расчетах принимались значения параметров $R = 50\,\text{nm}$, $T = 300\,\text{K}$, $V = 1\,\text{cm/s}$. Принятое значение скорости соответствует характерной максимальной скорости движения зонда АСМ в колебательном режиме [26–28]. Как видно из рис. 2, вклад магнитной поляризации на 5–10 порядков величины превосходит вклад электрической поляризации при $z > 10\,\text{nm}$, хотя абсолютные значения сил трения остаются достаточно низкими. Например, в экспериментах [26–28] измеренный коэффициент вязкого трения зонда микроскопа $\mu = F_x/V$ составлял $10^{-11}-10^{-13}\,\text{kg/s}$ (при $z = 10\,\text{nm}$), в то время как из рис. 2 следует оценка $\mu = 10^{-20}\,\text{kg/s}$. Для контакта полуметаллов более значительный вклад в силу трения связан с электрической поляризацией частицы, но порядок ее значения, как показывают расчеты [4,6], остается таким же (т. е. достаточно низким).

В области расстояний $R/z > 1$ (т. е. в рассматриваемом случае ($R = 50\,\text{nm}$) при $z < 50\,\text{nm}$) дипольное приближение нарушается, поэтому приведенные результаты следует квалифицировать как оценочные. Для получения более реалистичных значений сил, пригодных для сопоставления с АСМ-измерениями, воспользуемся приближением аддитивности взаимодействий, пренебрегая для простоты зависимостью магнитной поляризуемости от размера частицы (строго говоря, это справедливо лишь для диэлектрической частицы). Тогда, полагая, что зонд микроскопа имеет форму параболоида вращения с радиусом кривизны R вблизи апекса и большим отношением высоты к радиусу ($H/R \gg 1$), все формулы для F_x проинтегрируем по объему зонда, делая замену $R^3 \to \frac{3}{4\pi}\,d^3r$. В случае исходной степенной зависимости силы трения от расстояния вида $F_x = C/z^n$ получим (при $n > 2$)

$$F_x = \frac{3CR}{2(n-1)(n-2)}\,\frac{1}{z_0^{n-2}}, \tag{20}$$

где R теперь имеет смысл радиуса кривизны зонда, а z_0 — расстояние точки апекса от поверхности. Формула (20) имеет более слабую зависимость от расстояния, а по порядку величины (при $z_0 = 10\,\text{nm}$) получаемое из нее значение силы несколько меньше, чем следует из (16)–(18) в случае сферической частицы того же радиуса.

Силы трения значительно большей величины возможны (в зоне ближнего поля) в случае совпадающих резонансных пиков поглощения частицы и поверхности. Тогда основной вклад в F_x дает первый член (17), для которого с учетом (15), (П.1) будем иметь

$$F_x = -\frac{9}{4\pi}\,\frac{\hbar V R^3}{z^5}\int\limits_0^\infty \frac{dt}{\sinh(t/2)^2}\,\frac{1}{\varepsilon''(\omega_W t)\varepsilon_p''(\omega_W t)}. \tag{21}$$

Пусть центр пика поглощения приходится на частоту $\omega_0 = \omega_W t_0$, $t_0 \ll 1$, а его относительная ширина равна $\Delta\omega_0/\omega_0$. Проинтегрировав (21) по площади пика и принимая во внимание (20), для параболического зонда находим

$$F_x = -\frac{9}{8\pi}\,\frac{R}{z_0}\,\frac{\hbar V}{z_0^2}\,\frac{\omega_W}{\omega_0}\,\frac{\Delta\omega_0}{\omega_0}\,\frac{1}{\varepsilon''(\omega_0)\varepsilon_p''(\omega_0)}. \tag{22}$$

При $R = 50\,\text{nm}$, $z_0 = 10\,\text{nm}$, $T = 300\,\text{K}$, $\omega_0 = 10^9\,\text{s}^{-1}$, $\Delta\omega/\omega_0 = 0.1$, $\varepsilon''(\omega_0) = \varepsilon_p''(\omega_0) = 0.1$ из (22) для вязкого коэффициента трения получим $\mu \approx 10^{-12}\,\text{kg/s}$, причем зависимость от расстояния $F_x \propto z_0^{-3}$ согласуется с экспериментом [27]. Таким образом, наличие пиков поглощения частицы и поверхности в СВЧ-диапазоне может обеспечить демпфирование зонда, наблюдавшееся в экспериментах [26–28] (см. также [30]).

Следует заметить, что в указанный интервал частот попадают линии вращательных переходов молекулярных комплексов, и тот же порядок величины получается при измерении обратного времени затухания τ^{-1} колебательного движения адсорбатов в исследованиях сил трения методом кварцевого микробаланса [29]: $\tau^{-1} \approx 10^9\,\text{s}^{-1}$. С АСМ-экспериментами [26–28] согласуется также умеренная зависимость F_x (22) от температуры: $F_x \propto \omega_W \sim T$ (без учета влияния температуры на диэлектрические свойства).

На рис. 3 показаны результаты расчета сил трения для более крупных частиц меди (с радиусом 10 и $50\,\mu\text{m}$), находящихся в волновой зоне поверхности, $\eta \gg 1$. Характерная зависимость силы трения от расстояния и

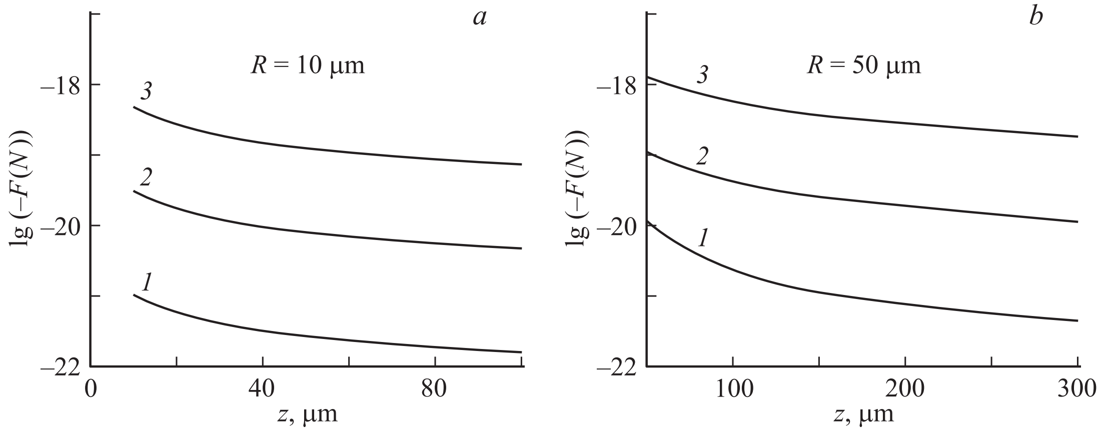

Рис. 3. Сила трения микрочастиц меди с радиусом 10 (*a*) и 50 μm (*b*) ($V = 1$ m/s) вблизи поверхности меди при температуре 77 (*1*), 300 (*2*) и 900 (*3*).

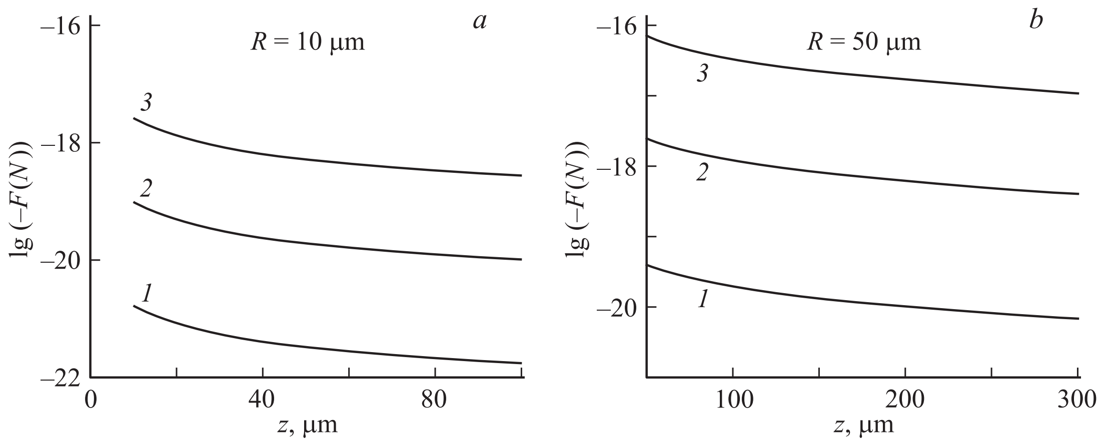

Рис. 4. То же, что на рис. 3, для диэлектрических частиц с резонансным поглощением вблизи поверхности меди. Частоты резонансного поглощения 10^{13} (*1*), $3.9 \cdot 10^{13}$ (*2*) и $1.2 \cdot 10^{14}$ (*3*).

температуры в этом случае имеет вид $F_x \propto T^a/z$, где $a = 2{-}2.2$, причем без учета магнитной поляризации частиц значение F_z оказывается на много порядков меньше [6,7].

В области $\eta \gg 1$ более значительными могут быть силы трения диэлектрической частицы с металлической поверхностью, если частота резонансного поглощения частицы попадает в микроволновую область. При этих условиях основной вклад в формуле (17) вносит слагаемое, пропорциональное $\Phi_3(\omega_W)$ (см. (П.3)), в котором доминирует подынтегральный член, пропорциональный $\varepsilon''(xt)\varphi_{ep}(xt)$. Максимальной величине соответствующего частотного интеграла отвечает максимум функции $t^3/\sinh^2(t/2)$, равный 6.09 при $t = 2.58$ т.е. резонанс поглощения приходится на частоту $\omega_0 = 2.58 k_B T/h$. В итоге для силы трения получаем

$$F_x = -2.3\,\frac{\hbar V}{z^2}\left(\frac{R}{z}\right)^3\left(\frac{\omega_W z}{c}\right)^4\frac{\sigma}{\omega_W}\,\frac{\Delta\omega}{\omega_0}\,\frac{1}{\varepsilon_p''(\omega_0)}. \qquad (23)$$

Результаты расчета F_x по формуле (23) для диэлектрических частиц с радиусом 10 и 50 μm у поверхности меди при различных температурах $T_1 = T_2 = T$ показаны на рис. 4. Как и в случае расчета по формуле (22), принималось, что $\Delta\omega_0/\omega_0 = 0.1$, $\varepsilon_p''(\omega_0) = 0.1$. Как следует из (23), в рассматриваемом случае сила трения обратно пропорциональна расстоянию частицы от поверхности.

Скорость теплового нагрева

При проведении численных расчетов будем считать, что $T_1 = T$, $T_2 = 0$ (т.е. зонд нагрет, а поверхность холодная). Сначала рассмотрим теплообмен в зоне ближнего поля поверхности ($\eta \ll 1$). Для перехода к нанозонду параболической формы с радиусом кривизны R и высотой $H \gg R$ проинтегрируем формулу (19) по объему зонда, аналогично (12), (17), (18) при нахождении силы трения. Наиболее интересны контакты с совпадающими пиками диэлектрического поглощения частицы и поверхности, а также металлической частицы

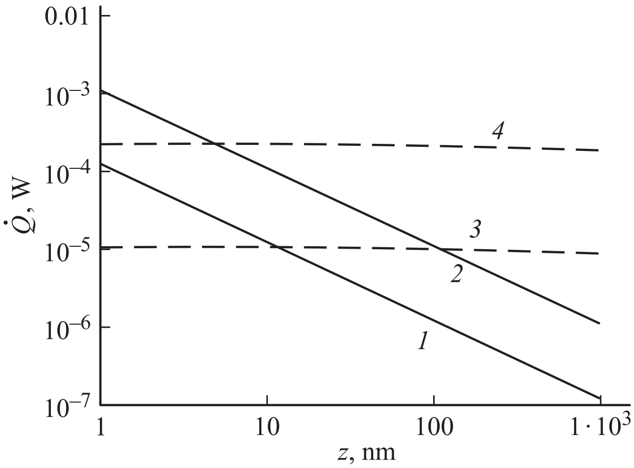

Рис. 5. Абсолютная скорость радиационного охлаждения диэлектрического зонда АСМ параболической формы ($R = 50$ nm) вблизи диэлектрической поверхности (кривые *1, 2*) и медного зонда у поверхности меди (кривые *3, 4*). Температура поверхности равна нулю. Температура диэлектрического и медного зондов: 300 K (*1, 3*) и 900 K (*2, 4*).

вблизи металлической поверхности. В формуле (19) при этом превалируют вклады функций $\Phi_{15}(z)$ или $\Phi_{16}(z)$. Для указанных случаев находим

$$\dot{Q} = -\frac{9}{2\pi}\frac{R}{z_0}\frac{1}{\varepsilon''}\frac{1}{\varepsilon''_p}\frac{\Delta\omega_0}{\omega_0}\hbar\omega_W^2\frac{\omega_0/\omega_W}{\exp(\omega_0/\omega_W)-1}, \quad (24)$$

$$\dot{Q} = -9\hbar\omega_W\sigma\left(\frac{\omega_W}{c}\right)^2 R\left[H + z_0 - z_0\ln\left(\frac{H+z_0}{z_0}\right)\right]$$

$$\times\int_0^\infty \frac{t^2 dt}{\exp(t)-1}\varphi_{mp}(at^{1/2}), \quad (25)$$

где $a = 2R(2\pi\sigma\omega_W)^{1/2}/c$, а формула (24) получена при тех же исходных предположениях о характере резонансных пиков поглощения, что и (22).

На рис. 5 показаны результаты расчета абсолютной величины теплового потока, соответствующие диэлектрическому зонду вблизи диэлектрической поверхности и медному — у поверхности меди. Значения необходимых параметров приняты такими же, как в комментарии к (22), $H/R = 100$, $\omega_0/\omega_W \ll 1$. Заметим, что последний множитель в (24) равен единице при $\omega_0/\omega_W \to 0$ и экспоненциально мал при $\omega_0/\omega_W > 1$. Как видно из рис. 5, при комнатных и более высоких температурах на расстояниях зонда от поверхности, превышающих 10 nm, более эффективным является теплообмен в металлическом контакте, при этом тепловой поток зависит от температуры как $\dot{Q} \propto T^{2.8}$, оставаясь практически постоянным в широком интервале расстояний.

Обратим внимание на значительную абсолютную величину скорости радиационного теплообмена. Так, например, а атомно-жестком контакте кремниевого зонда с поверхностью кремния при радиусе кривизны зонда 50 nm и прижимающей силе 12 nN площадь контактного пятна в рамках контактной модели Герца [31] равна $A = 7.5\,\text{nm}^2$, а скорость теплообмена зонда с образцом через образующееся контактное пятно соответственно равна $\dot{Q}_c = A\lambda(\Delta T/\Delta z)$, где λ — коэффициент теплопроводности. При $T = 300$ K и $\Delta T/\Delta z = 1/\text{nm}$ (для кремния $\lambda = 150\,\text{W/m}^2\,\text{K}$) отсюда следует $\dot{Q}_c \approx 1.1 \cdot 10^{-8}$ W, и из сравнения с рис. 5 видно, что радиационный теплообмен может превосходить классический контактный на несколько порядков величины. Аналогичный вывод сохраняет силу при сравнении скорости радиационного теплообмена $\dot{Q}_r$ со скоростью, соответствующей закону Стефана–Больцмана при охлаждении абсолютно черной частицы

$$\dot{Q}_{BB} = -\frac{\pi^3}{15}\left(\frac{R\omega_W}{c}\right)^2\hbar\omega_W^2.$$

Расчеты показывают, что для микронных частиц меди $\dot{Q}_r > \dot{Q}_{BB}$ вплоть до расстояний в несколько сотен микрон от поверхности меди [32], причем именно наличие флуктуационного магнитного момента у металлических частиц создает доминирующий вклад в скорость их радиационного нагрева (охлаждения).

Выводы

В дипольном приближении флуктуационно-электромагнитной теории впервые получены наиболее общие релятивистские формулы для тангенциальной силы взаимодействия и скорости теплового нагрева малой нейтральной частицы, движущейся в вакууме вблизи поверхности конденсированной среды. Получены также нерелятивистские выражения для соответствующих величин с учетом эффектов запаздывания. Конкретизируются вклады вакуумных мод флуктуационного электромагнитного поля, ближних и волновых мод поверхности. Показано, что наличие флуктуационного магнитного момента у проводящей частицы существенно влияет на силу вакуумного трения и скорость теплообмена со средой. В частности, скорость радиационного теплообмена может превышать скорость контактного теплообмена и тем более скорость теплообмена, отвечающую закону Стефана. Впервые также показано, что наличие пиков поглощения в СВЧ-диапазоне (у частицы и поверхности) может объяснить наблюдаемые в динамическом режиме АСМ силы демпфирования зондов.

Приложение

$$\Phi_1(x) = 1.5\int_0^\infty dt\,\varphi_e(xt)\varphi_{ep}(xt)\sinh^{-2}(t/2), \quad (\Pi.1)$$

$$\Phi_2(x) = \int_0^\infty dt \, \frac{t^2}{\sinh^2(t/2)} \left[\frac{\varepsilon''(xt)}{8} \, \varphi_{mp}(axt) + \frac{1}{4} \, \varphi_e(xt)\varphi_{mp}(axt) + \frac{3}{4} \, \varphi_e(xt)\varphi_{ep}(axt) \right], \quad (\text{П}.2)$$

$$\Phi_3(x) = \int_0^\infty dt \, \frac{t^4}{\sinh^2(t/2)} \left[\frac{\varepsilon''(xt)}{8} \big(3\varphi_{mp}(axt) + \varphi_{ep}(xt)\big) + \frac{1}{2} \, \varphi_e(xt)\big(\varphi_{mp}(axt) + \varphi_{ep}(xt)\big) \right], \quad (\text{П}.3)$$

$$\Phi_4(x, y) = \int_0^\infty dt \, \frac{t^5}{\sinh^2(t/2)} \left[\varphi_{ep}(xt) + \varphi_{mp}(axt) \right] \times Y_1\Big(2xyt, \, 0.63\sqrt{\varepsilon''(xt)}\Big), \quad (\text{П}.4)$$

$$\Phi_5(x) = 6 \int_0^\infty \frac{dt}{\exp(t) - 1} \, \varphi_e(xt)\varphi'_{ep}(xt), \quad (\text{П}.5)$$

$$\Phi_6(x) = \int_0^\infty dt \, \frac{t^2}{\exp(t) - 1} \left[0.5\varepsilon''(xt)\varphi'_{mp}(axt) + \varphi_e(xt)\varphi'_{mp}(axt) + 3\varphi_e(xt)\varphi'_{ep}(xt) \right] + \int_0^\infty dt \, \frac{t^2}{\exp(t) - 1} \left[\varphi'_{ep}(xt) + \varphi'_{mp}(axt) \right], \quad (\text{П}.6)$$

$$\Phi_7(x) = \int_0^\infty \frac{dt t^4}{\exp(t) - 1} \Big[2\varphi_e(xt)\varphi'_{ep}(xt) + 2\varphi_e(xt)\varphi'_{mp}(axt) + \frac{\varepsilon''(xt)}{2} \big(3\varphi'_{mp}(axt) + \varphi'_{ep}(xt)\big) + \big(2\varphi_e(xt) + 0.5\varepsilon''(xt)\big)\big(\varphi_{ep}(xt) + \varphi_{mp}(axt)\big) \Big], \quad (\text{П}.7)$$

$$\Phi_8(x, y) = \int_0^\infty \frac{dt t^4}{\exp(t) - 1} \left[t\varphi'_{ep}(xt) + t\varphi'_{mp}(axt) + \varphi'_{ep}(xt) + \varphi'_{mp}(axt) \right] Y\Big(2xyt, \, 0.63\sqrt{\varepsilon''(xt)}\Big), \quad (\text{П}.8)$$

$$\Phi_9(x, y) = 1.5 \int_0^\infty dt \sin(yt) \sinh^{-2}(t/2) \times \big(\varphi_{mp}(axt) - \varphi_{ep}(xt)\big), \quad (\text{П}.9)$$

$$\Phi_{10}(x, y) = 1.5 \int_0^\infty dtt \cos(yt) \sinh^{-2}(t/2) \times \big(\varphi_{mp}(axt) - \varphi_{ep}(xt)\big), \quad (\text{П}.10)$$

$$\Phi_{11}(x, y) = 2.5 \int_0^\infty dtt^2 \sin(yt) \sinh^{-2}(t/2) \times \big(\varphi_{mp}(axt) - \varphi_{ep}(xt)\big), \quad (\text{П}.11)$$

$$\Phi_{12}(x, y) = 0.5 \int_0^\infty dtt^3 \cos(yt) \sinh^{-2}(t/2) \times \big(\varphi_{mp}(axt) - \varphi_{ep}(xt)\big), \quad (\text{П}.12)$$

$$\Phi_{13}(x, y) = 6 \int_0^\infty dt \sin(yt)\big(\exp(t) - 1\big)^{-1} \times \big(\varphi_{mp}(axt) - \varphi_{ep}(xt)\big), \quad (\text{П}.13)$$

$$\Phi_{14}(x, y) = 6 \int_0^\infty dtt \cos(yt)\big(\exp(t) - 1\big)^{-1} \times \big(\varphi_{mp}(axt) - \varphi_{ep}(xt)\big), \quad (\text{П}.14)$$

$$\Phi_{15}(x, y) = 10 \int_0^\infty dtt^2 \sin(yt)\big(\exp(t) - 1\big)^{-1} \times \big(\varphi_{mp}(axt) - \varphi_{ep}(xt)\big), \quad (\text{П}.15)$$

$$\Phi_{16}(x, y) = 2 \int_0^\infty dtt^3 \cos(yt)\big(\exp(t) - 1\big)^{-1} \times \big(\varphi_{mp}(axt) - \varphi_{ep}(xt)\big), \quad (\text{П}.16)$$

$$\Phi_{17}(x) = \int_0^\infty t \, dt\big(\exp(t) - 1\big)^{-1} \varphi_e(xt)\varphi_{ep}(xt), \quad (\text{П}.17)$$

$$\Phi_{18}(x) = \int_0^\infty t^3 \, dt\big(\exp(t) - 1\big)^{-1} \left[\varphi_e(xt)\varphi_{ep}(xt) + \varphi_{mp}(axt)\varphi_e(xt) + 0.25\varphi_{mp}(axt)\varepsilon''(xt) \right] \quad (\text{П}.18)$$

$$\Phi_{19}(x, y) = \int_0^\infty dtt^4\big(\exp(t) - 1\big)^{-1}\big(\varphi_{ep}(xt) + \varphi_{mp}(axt)\big) \times Y\Big(2xyr, \, 0.63\sqrt{\varepsilon''(xt)}\Big), \quad (\text{П}.19)$$

$$\Phi_{20}(x, y) = \int_0^\infty dtt^4 \cos(yt)\big(\exp(t) - 1\big)^{-1} \times \big(\varphi_{mp}(axt) - \varphi_{ep}(xt)\big), \quad (\text{П}.20)$$

$$\varphi_3(x) = \int_0^\infty dtt^4\big(\exp(t) - 1\big)^{-1}\big(\varphi_{ep}(xt) + \varphi_{mp}(axt)\big), \quad (\text{П}.21)$$

$$Y(x,y)=\frac{1}{x^2}\left[1-(1+xy)\exp(-xy)\right]$$
$$+0.63y^2\left[\frac{\exp(-xy)}{y}+xEi(-xy)\right]. \quad (\text{П}.22)$$

$Ei(x)$ — интегральная показательная функция. Функции φ_{ep}, φ_{mp} в (П.5)−(П.8), отмеченные штрихом, обозначают производные по t.

Список литературы

[1] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Статистическая физика. Ч. 2. М.: Физматлит, 2002.
[2] *Бараш Ю.С.* Силы Ван-дер-Ваальса. М.: Наука, 1988.
[3] *Mostepanenko V.M., Trunov N.N.* The Casimir effect and its applications. Oxford: Clarendon Press, 1997.
[4] *Дедков Г.В., Кясов А.А.* // ФТТ. 2002. Т. 44. Вып. 10. С. 1729–1751.
[5] *Kyasov A.A., Dedkov G.V.* // Nucl. Instr. Meth. 2002. Vol. B195. P. 247–258.
[6] *Дедков Г.В., Кясов А.А.* // ФТТ. 2003. Т. 45. Вып. 10. С. 1729–1741.
[7] *Dedkov G.V., Kyasov A.A.* // Phys. Low.-Dim. Struct. 2003. Vol. 1/2. P. 1–86.
[8] *Dedkov G.V., Kyasov A.A.* // Phys. Lett. 2005. Vol. A339. P. 212–216.
[9] *Дедков Г.В., Кясов А.А.* // Нано- и микросистемная техника. 2005. № 8. С. 28–31.
[10] *Polder D., Van Hove* // Phys. Rev. 1971. Vol. B4. P. 3303–3314.
[11] *Левин М.Л., Полевой В.Г., Рытов С.М.* // ЖЭТФ. 1980. Т. 79. С. 2087–2102.
[12] *Levitov L.S.* // Europhys. Lett. 1989. Vol. 8. N 6. P. 499–504.
[13] *Полевой В.Г.* // ЖЭТФ. 1990. Т7 98. С. 1990–1999.
[14] *Loomis J.J., Maris H.J.* // Phys. Rev. 1994. Vol. B50. P. 18 517–18 524.
[15] *Mkrtchian V.E.* // Phys. Lett. 1995. Vol. A207. P. 299–304.
[16] *Pendry J.B.* // J. Phys.: Condens. Matter. 1997. Vol. 9. P. 10 301–10 320.
[17] *Pendry J.B.* // J. Phys.: Condens. Matter. 1999. Vol. 11. P. 6621–6632.
[18] *Volokitin A.I., Persson B.N.J.* // Phys. Rev. 2001. Vol. B63. P. 205 404.
[19] *Volokitin A.I., Persson B.N.J.* // Phys. Low.-Dim. Struct. 2001. Vol. 5/6. P. 151–172.
[20] *Volokitin A.I., Persson B.N.J.* // Phys. Rev. 2002. Vol. B65. P. 115 419.
[21] *Dedkov G.V., Kyasov A.A.* // Europhys. Lett. 2007. Vol. 78. P. 44 005–44 010.
[22] *Дедков Г.В., Кясов А.А.* // Письма в ЖТФ. 2007. Т. 33. Вып. 9. С. 61–69.
[23] *Дедков Г.В., Кясов А.А.* // Письма в ЖТФ. Т. 32. Вып. 5. С. 78–83.
[24] *Butt H.-J., Cappella B., Kappl M.* // Surf. Sci. Rep. 2005. Vol. 59. P. 1–152.
[25] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982.
[26] *Gotsmann B., Seidel C., Anczykowski B., Fuchs H.* // Phys. Rev. 1999. Vol. B60. P. 11 051–11 061.
[27] *Gotsmann B., Fuchs H.* // Phys. Rev. Lett. 2001. Vol. 86. P. 2597–2600.
[28] *Stipe B.C., Mamin H.J., Stowe T.D., Kenny T.W., Rugar D.* // Phys. Rev. Lett. 2001. Vol. 87. P. 096 801.
[29] *Krim J., Widom A.* // Phys. Rev. 1988. Vol. B38. P. 12 184–12 190.
[30] *Дедков Г.В.* // ФТТ. 2006. Т. 48. Вып. 4. С. 700–705.
[31] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теория упругости. М.: Физматлит, 2001.
[32] *Дедков Г.В., Кясов А.А.* // Письма в ЖТФ. 2007. Т. 33. Вып. 7. С. 71–78.