01;09;10;11

Переходное излучение модулированного потока заряженных частиц на идеально проводящей поверхности со случайными неровностями

© С.И. Ханкина,[1] В.М. Яковенко,[1] И.В. Яковенко[2]

[1] Институт радиофизики и электроники им. А.Я. Усикова НАН Украины,
61085 Харьков, Украина
e-mail: yakovenko@ire.kharkov.ua
[2] Научно-исследовательский и проектно-конструкторский институт „Молния“,
61013 Харьков, Украина

(Поступило в Редакцию 18 июля 2007 г.)

Исследовано возбуждение поверхностных волн модулированным потоком электронов в среде, поверхность которой имеет случайные неоднородности. Показано, что плотность потока энергии поверхностной волны (поляритона) испытывает осцилляции, определяемые соотношением между периодом колебаний электронного пучка и временем пролета заряженной частицей пространства между плоскостью модуляции пучка и границей раздела среды.

PACS: 41.75.-i

Введение

Поверхность материальных сред всегда была и остается интересным объектом для исследователей, поскольку на границах среди многочисленных и разнообразных эффектов возникают особые состояния полей и частиц. Эти состояния являются двумерными (акустические, оптические, плазменные, магнитные, поверхностные волны, электронные и экситонные состояния и т.д.) [1–6]. В работе [7] изучена возможность распространения поверхностных волн над случайно неоднородной поверхностью. Нами в работах [8–10] была показана возможность возникновения поверхностных волн различной природы на границе твердого тела с регулярными или случайными неровностями.

Поиск механизмов возбуждения двумерных состояний различного рода является важной проблемой. Одним из таких механизмов возбуждения поверхностных электромагнитных волн может быть переходное излучение [11]. Первые исследования, посвященные переходному излучению поверхностных волн на границе плазмоподобной среды, были выполнены в работе [12]. Авторами [13] было исследовано переходное излучение поверхностных плазменных волн модулированным электронным потоком. При этом амплитуда плотности тока электронного потока предполагалась однородной вдоль нормали к границе (модуляция по скорости частиц). Нами [14] в отличие от [13] исследовано переходное излучение поверхностных поляритонов потоком частиц, модулированным не только по скорости, но и по плотности частиц. В этом случае возникают быстрые и медленные волны пространственного заряда, что приводит к ряду особенностей в переходном излучении. В СВЧ-диапазоне переходное излучение наблюдалось авторами работы [15].

В предполагаемой статье найдено переходное излучение поверхностных волн на идеально проводящей границе со случайными неровностями, возникающее под действием модулированного пучка.

1. Постановка задачи. Исходные уравнения

Пусть границу раздела двух сред (вакуум–идеальный проводник), направленную вдоль оси x, пересекает промодулированный по частоте ω квазинейтральный поток заряженных частиц, движущихся вдоль оси y с постоянной скоростью v_0. Предполагается, что поверхность проводника является неровной, причем неровности носят случайный характер и описываются однозначной гладкой функцией $y = \xi(x)$.

Эта функция удовлетворяет условиям

$$\overline{\xi}(x) = 0; \qquad \overline{\xi(x)\xi(x')} = \xi_0^2 W(|x - x'|), \tag{1}$$

где черта означает усреднение по ансамблю реализаций неровностей поверхности, ξ_0 — величина среднего отклонения поверхности от плоскости $y = 0$, $W(|x - x'|)$ — функция корреляции неровностей поверхности. При этом $\int\limits_{-\infty}^{\infty} W(x)dx = \sqrt{\pi}L_x$, L_x — радиус корреляции в направлении x. Рассматриваются пологие неровности, т.е. $\partial\xi/\partial x \ll 1$.

Поля, создаваемые потоком частиц, описываются следующей системой уравнений:

$$\operatorname{rot}\mathbf{E} = \frac{i\omega}{c}\mathbf{H}; \quad \operatorname{rot}\mathbf{H} = -\frac{i\omega}{c}\varepsilon\mathbf{E} + \frac{4\pi}{c}\mathbf{j};$$

$$\varepsilon\operatorname{div}\mathbf{E} = 4\pi e n;$$

$$\mathbf{j} = e n_0(x)\mathbf{v}(x, y) + e\mathbf{v}_0 n(x, y);$$

$$\mathbf{E} = (E_x, E_y, 0); \quad \mathbf{H} = (0, 0, H_z), \tag{2}$$

где ε — диэлектрическая проницаемость (в нашем случае $\varepsilon = 1$), e — заряд; $n_0(x)$ — равновесная плотность электронов; n и $\mathbf{v}$ — отклонения плотности и скорости электронов от равновесных значений. Величины n и v_y связаны между собой системой линейных гидродинамических уравнений

$$\left(-i\omega + v_0 \frac{\partial}{\partial y}\right) n + \operatorname{div} n_0 \mathbf{v} = 0,$$

$$\left(-i\omega + v_0 \frac{\partial}{\partial y}\right) v_y = \frac{e}{m} E_y. \qquad (3)$$

Электронный пучок ограничен в направлении x и безграничен в направлениях y и z. Поскольку толщина пучка d предполагается малой по сравнению с длиной волны, то $n_0(x) = n_{0s}\delta(x)$, где $n_{0s} = n_0 d$ — поверхностная плотность электронов. Для бесконечно „тонкого" пучка $n(x, y) = n_s(y)\delta(x)$, $v_x = 0$. После интегрирования уравнения непрерывности и уравнения Пуассона по толщине пучка получим

$$\left(-i\omega + v_0 \frac{\partial}{\partial y}\right) n_s(y) + n_{0s} \frac{\partial}{\partial y} v_y(0, y) = 0,$$

$$\left(-i\omega + v_0 \frac{\partial}{\partial y}\right) v_y(0, y) = \frac{e}{m} E_y(0, y),$$

$$d \frac{\partial E_y(0, y)}{\partial y} = 4\pi e n_s(y). \qquad (4)$$

Здесь мы предположили, что

$$E_x\left(-\frac{d}{2}\right) - E_x\left(\frac{d}{2}\right) \cong E_x(-0) - E_x(0) = 0.$$

Подставив в систему (4) зависимость всех переменных величин от y в виде $\exp(ik_y y)$, находим при $\omega \gg \omega_b$

$$n_s(y) = n_+ \exp(ik_y^+ y) + n_- \exp(ik_y^- y),$$

$$v_y(y) = \frac{\omega_b}{\omega} \frac{v_0}{n_{0s}} [n_- \exp(ik_y^- y) - n_+ \exp(ik_y^+ y)], \qquad (5)$$

где $k_y^{\pm} = \frac{\omega}{v_0} \pm \frac{\omega_b}{v_0}$; $\omega_b^2 = \frac{4\pi e^2 n_{0s}}{md}$.

2. Граничные условия

Амплитуды $n_{\pm}$ медленной и быстрой волн пространственного заряда (ВПЗ) находятся из граничных условий на плоскости $y = -l$. В качестве таковых могут быть выбраны следующие: $v_y(-l) = v_1$; $n_s(-l) = 0$, где v_1 — скорость электрона, возникающая под действием напряжения модуляции. В результате получим

$$v_y(y) = v_1 \cos \frac{\omega_b}{v_0}(l + y) \exp\left[i \frac{\omega}{v_0}(y + l)\right],$$

$$n_{\pm}^{(1)} = \mp \frac{\omega}{2\omega_b} \frac{v_1}{v_0} n_{0s} \exp(ik_y^{\pm} l),$$

$$n_s(y) = -i \frac{n_{0s} v_1 \omega}{v_0 \omega_b} \sin \frac{\omega_b}{v_0}(l + y) \exp\left[i \frac{\omega}{v_0}(y + l)\right],$$

$$j_y(y) = e n_{0s} v_1 \left[\cos \frac{\omega_b}{v_0}(l + y) - i \frac{\omega}{\omega_b} \sin \frac{\omega_b}{v_0}(l + y)\right]$$

$$\times \exp\left[i \frac{\omega}{v_0}(y + l)\right] \quad \text{при} \quad x = 0,$$

$$j_y(y) = 0 \quad \text{при} \quad x \neq 0, \qquad (6)$$

Определим поля, создаваемые модулированным пучком. Поскольку пучок нерелятивисткий, то поля, создаваемые им, можно найти исходя из уравнений электростатики. Такие поля являются потенциальными (продольными)

$$\operatorname{rot} \mathbf{E}^l = 0, \quad \operatorname{div} \mathbf{E}^l = 4\pi e \delta(x) n_s(\omega, y).$$

Представим поля $\mathbf{E}^l(x, y, \omega)$ в виде $\mathbf{E}^l(x, y, \omega) = \int \mathbf{E}^l(k_x, y, \omega) \exp(ik_x x) dk_x$. Тогда из уравнения Пуассона с учетом выражений (6) получим

$$\mathbf{E}_x^l(k_x, y, \omega) = -\frac{2ek_x v_0 v_1 n_{0s}}{\omega^2} \left[\frac{\omega}{\omega_b} \sin\beta(\dot{y} + l)\right.$$

$$\left. + 2i \cos\beta(y + l)\right] \exp\left[i \frac{\omega}{v_0}(y + l)\right],$$

$$\mathbf{E}_y^l(k_x, y, \omega) = -\frac{2ev_1 n_{0s}}{\omega} \left[\frac{\omega}{\omega_b} \sin\beta(y + l)\right.$$

$$\left. - i \cos\beta(y + l)\right] \exp\left[i \frac{\omega}{v_0}(y + l)\right], \quad \beta = \frac{\omega_b}{v_0}. \qquad (7)$$

Поля излучения, возникающие в результате взаимодействия ВПЗ с границей, описываются уравнениями (2), в которых следует положить $n = 0$ и $\mathbf{j} = 0$.

Так как идеально проводящая поверхность имеет неровности случайного характера, то отраженное в вакуум поле поперечной волны можно представить в виде суперпозиции средней и случайной величин $\mathbf{E}^t = \overline{\mathbf{E}^t} + \tilde{\mathbf{E}}$. Поле $\overline{\mathbf{E}^t}$ выражается через амплитуду падающей продольной волны из граничного условия — равенства нулю тангенциальной составляющей электрическго поля при $y = \xi(x)$, т.е.

$$[\mathbf{NE}]_z = 0, \qquad (8)$$

где $\mathbf{E} = \mathbf{E}^l + \mathbf{E}^t$, $\mathbf{N}$ — единичный вектор нормали к поверхности. В случае пологих неровностей $N_x = -\partial\xi/\partial x$, $N_y = 1$, $N_z = 0$, и условие (8) можно перенести на плоскость $y = 0$. Для этого поля, водящие в (8), разложим в ряд Тейлора по $\xi(x)$ вблизи $y = 0$. С точностью до членов, пропорциональных ξ, получим при $y = 0$

$$E_x(x) + \frac{\partial E_x}{\partial y} \xi(x) + E_y(x) \frac{\partial \xi}{\partial x} = 0. \qquad (9)$$

Выразим флуктуационное поле через поле, создаваемое потоком частиц, и среднее поле отраженной волны. Для этого усредним граничное условие (9) по всем реализациям функции $\xi(x)$. В результате уравнение (9) преобразуется к виду

$$\overline{E}_x^t(x) = E_x^l = \overline{\xi \frac{\partial \tilde{E}_x}{\partial y}} + \overline{\tilde{E}_y \frac{\partial \xi}{\partial x}} = 0. \qquad (10)$$

Вычтя из уравнения (9) уравнение (10), получим x компоненту флуктуационного поля:

$$\tilde{E}_x + \xi\left(\frac{\partial E_x^l}{\partial y} + \frac{\partial \overline{E}_x^t}{\partial y}\right) + \frac{\partial \xi}{\partial x}(E_y^l + \overline{E}_y^t) = 0. \qquad (11)$$

3. Поля излучения

Сренее поле отраженной волны можно представить так же, как и поле $\mathbf{E}^l(x, y, \omega)$, в виде

$$\overline{E}_y^t(x, y, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \overline{E}_y^t(k_x)\exp[i(k_x x + k_y y)]dk_x,$$

$$\overline{E}_x^t(x, y, \omega) = -\int_{-\infty}^{\infty} \frac{k_y}{k_x}\overline{E}_y^t(k_x)\exp[i(k_x x + k_y y)]dk_x,$$

$$\overline{H}_z^t(x, y, \omega) = \frac{\omega}{c}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\overline{E}_y^t(k_x)}{k_x}\exp[i(k_x x + k_y y)]dk_x,$$

$$k_y^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - k_x^2, \quad \mathrm{Im}\, k_y < 0. \qquad (12)$$

Эти поля обусловлены преобразованием продольных волн в поперечные на гладкой поверхности.

Флуктуационные поля представим в виде набора пространственных гармоник. Поскольку эти поля связаны с неоднородностями поверхности, то для них тенгенциальные составляющие волновых векторов отличаются от k_x, так как закон сохранения импульса квазичастиц в этом случае не выполняется

$$\tilde{E}_y(x, y, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{E}_y(\kappa_x)\exp[i(\kappa_x x + \kappa_y y)]d\kappa_x,$$

$$\tilde{E}_x(x, y, \omega) = -\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\kappa_x}{\kappa_y}\tilde{E}_y(\kappa_x)\exp[i(\kappa_x x + \kappa_y y)]d\kappa_x,$$

$$\kappa_y^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - \kappa_x^2 \quad \mathrm{Im}\, \kappa_y < 0. \qquad (13)$$

Функцию $\xi(x)$ представим в виде

$$\xi(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \xi(q)\exp(iqx)dq.$$

Если умножить выражение (10) на $\exp(-i\kappa_x x)$ и проинтегрировать его по dx в пределах от $-\infty$ до ∞, то с учетом соотношений между компонентами полей $\mathbf{E}^l$ и $\overline{\mathbf{E}}^t$ получим следующее интегральное уравнение:

$$\tilde{E}_x(\kappa_x) - i\int_{-\infty}^{\infty} dk_x \frac{\xi(\kappa_x - k_x)}{k_x}$$
$$\times\left\{[k_y^2 - k_x(\kappa_x - k_x)]\overline{E}_y^t(k_x) - \kappa_x k_x E_y^l(k_x)\right\} = 0 \qquad (14)$$

Подставив полученные значения флуктуационных полей в (10), найдем значение $\overline{E}_y^t(k_x)$

$$\overline{E}_y^t(k_x) = \frac{k_x[E_x^l(k_x)]}{k_y + k_0}, \quad k_0 = \xi_0^2 k_x^2 J,$$

$$J = \frac{1}{k_x^2}\int_{-\infty}^{\infty} d\kappa_x \frac{W(|\kappa_x - k_x|)}{\kappa_y}$$
$$\times\left[k_y^2 - k_x(\kappa_x - k_x)\middle|\kappa_y^2 - \kappa_x(k_x - \kappa_x)\right]. \qquad (15)$$

Здесь $W(|\kappa_x - k_x|)$ — фурье-представление функции корреляции.

При нахождении $\overline{E}_y^t(x, y, \omega)$ (см. (12), (15)) основной вклад в интеграл по dk_x дает полюс, определяемый из уравнения

$$k_y + k_0 = 0. \qquad (16)$$

В результате интегрирования получим, что

$$\overline{E}_y^t(x, y, \omega) = 2\pi i\xi_0^2 k_x^{02} E_x^l(k_x^0)J(k_x^0)\exp[i(k_x^0 x - k_0 y)], \qquad (17)$$

где $\mathrm{Im}\, k_0 > 0$, k_x^0 — решение уравнения (16).

Решение уравнения (16) находим методом последовательных приближений. При $\xi \to 0$ получим, что $k_y^0 = 0$, $k_x^0 = \omega/c$, $\kappa_y^2 = k_x^{02} - \kappa_x^2$. Тогда добавка к волновому числу δk_y^0 равна $\delta k_y^0 = -\xi_0^2 k_x^{02} J(k_x^0)$, где

$$J(k_x^0) = \int_{-\infty}^{\infty} W(|\kappa_x - k_x^0|)\frac{(\kappa_x - k_x^0)^2}{\kappa_y}d\kappa_x.$$

Обычно предполагается [16], что функция корреляции имеет гауссово распределение, т. е.

$$W(|\kappa_x - k_x|) = \frac{L_x}{2\sqrt{\pi}}\exp\left[-(\kappa_x - k_x)^2\frac{L_x^2}{4}\right]$$

и

$$J = \frac{L_x}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{(k_x - \kappa_x)^2}{\kappa_y}e^{-\frac{(k_x - \kappa_x)^2 L_x^2}{4}}d\kappa_x.$$

Если выполняется условие $|k_x|L_x \ll 1$, то в этом случае неровности приводят к появлению поверхностных волн. Так как характерный масштаб волновых чисел $\kappa_x \sim 1/L_x$, то $J = i/\sqrt{\pi}L_x$, тогда

$$\overline{E}_y^t(x, y, \omega) = 2\sqrt{\pi}\xi_0^2\frac{\omega^2}{c^2 L_x}E_x^l\left(\frac{\omega}{c}\right)$$
$$\times\exp\left[i\frac{\omega}{c}\left(x - i\xi_0^2\frac{\omega}{cL_x\sqrt{\pi}}y\right)\right]. \qquad (18)$$

Плотность потока энергии в положительном направлении x равна

$$S_x = \frac{c}{8\pi}\overline{E}_y^t\,\overline{H}_z^{t*} = \frac{c}{8\pi}|\overline{E}_y^t|^2. \qquad (19)$$

Так как в выражение $|\overline{E}_y^t|^2$ входит множитель $\left(\frac{\omega^2}{\omega_b^2}\sin^2\beta l + 4\cos^2\beta l\right)$, то значение плотности потока энергии поверхностной волны осциллирует в зависимости от соотношения между периодом ленгмюровских колебаний электронов пучка и временем пролета частицей $\tau = -1/v_0$ пространства l, отделяющего плоскость модуляции от границы раздела сред. Это связано с тем, что ленгмюровские колебания переносятся в пространстве со скоростью v_0 и длина волны оказывается равной $2\pi v_0/\omega_b$. По условиям модуляции при $y = -l$ поток частиц минимален. Таким образом, при $\beta l = N\pi$ $(N = 1, 2, 3)$ на расстоянии l укладывается четное число четвертей волн и S_x минимально. При $\beta l = \frac{\pi}{2}(2N+1)$ на этом расстоянии укладывается нечетное число четвертей волн. В этом случае на границе $y = 0$ создается максимальная плотность потока частиц и S_x достигает наибольшей величины. Так как $\frac{\omega^2}{4\omega_b^2} \gg 1$.

Заключение

В работе найдено переходное излучение поверхностных электромагнитных волн, возникающих на шероховатой идеально проводящей границе под действием модулированного потока заряженных частиц. Плотность потока излучения определяется высотой неровностей и радиусом их корореляции. Показано, что поверхностные волны возникают (излучаются) только на частотах, меньших некоторой критической частоты, определяемой радиусом корреляции неровностей поверхности — $\omega < c/L$. В этом случае длины волн велики по сравнению с радиусом корреляции, и электромагнитные поля потока, рассеянные на неровностях, приводят к образованию поверхностных волн. Поток частиц представляет собой суперпозицию быстрых и медленных волн пространственного заряда. Это обстоятельство приводит к осцилляциям плотности потока энергии поверхностных волн в зависимости от соотношений между периодом ленгмюровских колебаний электронов пучка и временем пролета частицей расстояний между поверхностью и плоскостью модуляции.

На более высоких частотах модуляции потока $\omega > c/L$ неровности не проявляются, и возникает переходное излучение объемных волн как на гладкой границе.

Список литературы

[1] Поверхностные поляритоны / Под ред. В.М. Аграновича, Д.Л. Милса. М.: Наука, 1985. 525 с.

[2] *Гуляев Ю.В.* // Письма в ЖТФ. 1969. Т. 9. Вып. 1. С. 63.

[3] *Дмитрук Н.Л., Литовченко В.Т., Стрижевский В.Л.* Поверхностные поляритоны в полупроводниках. Киев: Наук. думка, 1989. 376 с.

[4] *Белецкий Н.Н., Светличный В.М., Халамейда Д.Д., Яковенко В.М.* Электромагнитные явления СВЧ диапазона в неоднородных полупроводниковых структурах. Киев: Наук. думка, 1991. 215 с.

[5] *Каганов М.И., Пустыльник М.В., Шалаева Г.И.* // УФН. 1997. Т. 168. № 8. С. 191–237.

[6] *Ханкина С.И., Яковенко В.М., Яковенко И.В.* // ЖЭТФ. 2007. Т. 131. Вып. 3. С. 518–524.

[7] *Rice S.O.* // Comm. Pure. Appl. Math. 1951. Vol. 4. N 2/3. P. 351–378.

[8] *Яковенко В.М.* // Укр. физ. журн. 1982. Т. 27. № 9. С. 1424.

[9] *Bulgakov A.A., Khankina S.I.* // Solid State Comm. 1982. Vol. 44. N 1. P. 55–57.

[10] *Pogrebnyak V.A., Yakovenko V.M., Yakovenko I.V.* // Phys. Solid State. 1997. Vol. 39. N 10. P. 1677–1680.

[11] *Гинзбург В.Л., Франк И.М.* // ЖЭТФ. 1946. Т. 16. № 1. С. 15–18.

[12] *Эйдман В.Я.* // Изв. вузов. Радиофизика. 1965. Т. 8. № 1. С. 188–190.

[13] *Анисимов И.А., Левитский С.М.* // РиЭ. 1980. Т. 31. № 3. С. 614–615.

[14] *Yakovenko V.M., Yakovenko J.V.* // Telecomm. and Radio Eng. 2002. Vol. 57. N 5. P. 45–54.

[15] *Буртыка М.В., Еремка В.Д., Кириченко А.Я.* // ПТЭ. 1978. № 4. С. 167–169.

[16] *Басс Ф.Г., Фукс И.М.* Рассеяние волн на статистически неровной поверхности. М.: Наука, 1972. 424 с.