

01;03

О решении кинетического уравнения Больцмана при вычислении потока тепла в многоатомных газах

© С.А. Савков, Е.Ю. Тюлькина

Орловский государственный университет,
302015 Орел, Россия

(Поступило в Редакцию 19 апреля 2007 г. В окончательной редакции 12 октября 2007 г.)

Рассмотрен вопрос о решении модели Хансона–Морзе линеаризованного уравнения Ван Чанга–Уленбека в приложении к вычислению потока тепла в плоском слое молекулярного газа. Представлены общие (не зависящие от формы и способа решения кинетического уравнения) выражения зависимости потока тепла от коэффициентов аккомодации энергии. Получены значения коэффициента скачка температуры для конкретных газов.

PACS: 51.10.+y

Изучение процесса теплопереноса в молекулярных газах вызывает интерес как с теоретической, так и с практической точки зрения. В частности, данные, полученные в результате измерения потока тепла между параллельными пластинами, используются для определения характера взаимодействия молекул газа с поверхностями твердых тел [1].

В настоящее время для решения данной проблемы используются различные приближенные и численные методы [2–4]. При этом открытым остается вопрос о погрешности полученных результатов. В данной работе представлен аналогичный рассмотренному в [5] вариант метода полупространственных моментов. Критерием точности этого подхода является надежная сходимость результатов при последовательном увеличении числа моментов в функции распределения, а также возможность вычисления коэффициента скачка температуры и его сравнение с имеющимися аналитическими результатами.

Следует заметить, что проблема вычисления коэффициента скачка температуры представляет самостоятельный интерес. В настоящее время эта задача решена лишь для атомарного газа и простейших моделей молекулярных газов [6,7].

В настоящей работе впервые получены значения скачка температуры конкретных газов для кинетического уравнения в форме Хансона–Морзе.

Также важно и то обстоятельство, что подавляющее число авторов проводят расчеты при фиксированных значениях коэффициентов аккомодации, что затрудняет сравнение с экспериментом. Поэтому особую актуальность представляет определение аналитических выражений, которые задают зависимость потока тепла от характера аккомодации энергии.

Итак, рассмотрим процесс переноса тепла через слой газа толщиной d , заключенного между двумя неподвижными толстыми пластинами, на поверхности которых поддерживается постоянная температура $T_s^1 > T_s^2$. Перепад $\Delta T_s = T_s^1 - T_s^2$ условимся считать достаточно малым, для того чтобы ограничиться линейным приближением.

Введем декартову систему координат с осью OZ , направленной по нормали, и началом на расстоянии $d/2$ от каждой из пластин. Принимая для описания состояния газа уравнение Ван Чанга–Уленбека [8], запишем

$$V_z \frac{\partial f_l}{\partial z} = J_{st}[f_l]. \quad (1)$$

Здесь V — собственная (тепловая) скорость поступательного движения молекул газа, f_l — функция распределения для молекул, находящихся в состоянии с внутренней энергией E_l ; J_{st} — интегральный оператор столкновений.

В силу линейности поставленной задачи представим решение уравнения (1) в виде:

$$f_l = f_l^0(1 + \varphi_l),$$

$$f_l^0 = n_0 \left(\frac{m}{2\pi k T_0} \right)^{3/2} \frac{1}{\Theta} \exp(-C^2 - \varepsilon_l),$$

$$\mathbf{C} = \mathbf{v} \sqrt{\frac{m}{2k\pi T_0}}, \quad \varepsilon_l = \frac{E_l}{kT_0}, \quad \Theta = \sum_l \exp(-\varepsilon_l);$$

m — масса молекул газа; T_0, n_0 — некоторые, принятые за равновесные, значения температуры и концентрация молекул газа, k — постоянная Больцмана.

Следуя работе [4], в качестве интеграла столкновений примем модель Хансона–Морзе [9], которая широко применяется на практике и с успехом используется для описания поведения молекулярных газов:

$$C_z \frac{\partial \varphi_l}{\partial z} = \sum_{m=1}^6 \psi_m A_m - \varphi_l. \quad (2)$$

Здесь

$$\psi_1 = \rho_1, \quad \psi_2 = \frac{2}{3} \rho_2 \left(1 - \frac{2}{3} \frac{G}{Z} \right) + \frac{2}{3Z} \rho_3,$$

$$\psi_3 = \frac{2}{3Z} \rho_2 + \frac{1}{G} \left(1 - \frac{1}{Z} \right) \rho_3,$$

$$\psi_4 = \frac{4}{9}\rho_4\left(1 - \frac{G}{Z}\right) + \frac{2}{3Z}\rho_5,$$

$$\psi_5 = \rho_4 \frac{2}{3Z} + (1 - F) \frac{2}{G}\rho_5, \quad \psi_6 = 2\rho_6,$$

$$A_m = \frac{1}{\pi^{3/2}\Theta} \sum_l \int \varphi_l \rho_m \exp(-C^2 - \varepsilon_l) d^3C,$$

$$\rho_1 = 1, \quad \rho_2 = C^2 - \frac{3}{2}, \quad \rho_3 = \varepsilon_l - G,$$

$$\rho_4 = C_z \left(C^2 - \frac{5}{2} \right), \quad \rho_5 = C_z (\varepsilon_l - G), \quad \rho_6 = C_z,$$

$$F = \frac{\frac{10}{9} \frac{G}{Z} + \frac{2}{3} \left(\frac{4}{9} + \frac{5G}{9Z} \right) G + \frac{5G}{18Z^2} \left(\frac{3}{2} + G \right) F_l}{\left(\frac{4}{9} + \frac{5G}{9Z} \right) \left(\frac{3}{2} + G \right) F_l - \frac{5}{3}},$$

$$G = \frac{c_v^{\text{int}}}{k} = \frac{1}{\Theta} \sum_l \varepsilon_l \exp(-\varepsilon_l),$$

c_v^{int} — теплоемкость внутренних степеней свободы, приходящихся на одну молекулу газа, Z — параметр, определяющий отношение времени релаксации внутренней энергии молекул к среднему времени между их столкновениями. F_l — фактор Эйкена. За единицу длины принята величина

$$l = \frac{\eta}{n_0} \sqrt{\frac{2}{mkT_0}}, \quad (3)$$

η — коэффициент вязкости газа.

В качестве граничных условий примем закон диффузного отражения молекул газа от поверхности каждой из пластин [10], что эквивалентно

$$\varphi|_{(-1)^k C_z < 0, z = (-1)^k d/2} = \frac{n_r^k - n_0}{n_0} + \left(C^2 - \frac{3}{2} \right) \tau_{\text{tr}}^k + (\varepsilon_l - G) \tau_{\text{int}}^k, \quad k = 1, 2. \quad (4)$$

Значения n_r^k , τ_{tr}^k и τ_{int}^k определяются требованием отсутствия массового движения газа

$$\sum_l \int C_z \varphi_l \exp(-C^2 - \varepsilon_l) d^3C = 0 \quad (5)$$

и характером аккомодации энергии

$$\alpha_{\text{tr}}^k = \frac{E_{\text{tr},i}^k - E_{\text{tr},r}^k}{E_{\text{tr},i}^k - E_{\text{tr},s}^k}, \quad \alpha_{\text{int}}^k = \frac{E_{\text{int},i}^k - E_{\text{int},r}^k}{E_{\text{int},i}^k - E_{\text{int},s}^k}, \quad (6)$$

где

$$E_{\text{tr},i}^k = \frac{1}{\pi^{3/2}\Theta} \sum_l \int C_z C^2 \varphi|_{z=(-1)^k d/2} \exp(-C^2 - \varepsilon_l) d^3C \quad (7)$$

и

$$E_{\text{int},i}^k = \frac{1}{\pi^{3/2}\Theta} \sum_l \int C_z \varepsilon_l \varphi|_{z=(-1)^k d/2} \exp(-C^2 - \varepsilon_l) d^3C \quad (8)$$

— безразмерное значение энергии поступательного и вращательного движения, приносимой падающими, а

$$E_{\text{tr},r}^k = \frac{1}{\pi^{3/2}\Theta} \sum_{l'} \int_{(-1)^k C_z < 0} C_z C^2 \Phi_{i,r}^k \exp(-C^2 - \varepsilon_l) d^3C \quad (9)$$

и

$$E_{\text{tr},r}^k = \frac{1}{\pi^{3/2}\Theta} \sum_{l'} \int_{(-1)^k C_z < 0} C_z \varepsilon_l \Phi_{i,r}^k \exp(-C^2 - \varepsilon_l) d^3C \quad (10)$$

— уносимой отразившимися от поверхности k -й пластины молекулами;

$$E_{\text{tr},s}^k = \frac{2}{\pi^{3/2}\Theta} \sum_{l'} \int_{(-1)^k C_z < 0} C_z C^2 \Phi_{i,s}^k \exp(-C^2 - \varepsilon_l) d^3C \quad (11)$$

и

$$E_{\text{tr},s}^k = \frac{2}{\pi^{3/2}\Theta} \sum_{l'} \int_{(-1)^k C_z < 0} C_z \varepsilon_l \Phi_{i,s}^k \exp(-C^2 - \varepsilon_l) d^3C \quad (12)$$

— энергия, которую уносили бы молекулы, если бы отражались с температурой T_s^k , т.е. с функцией распределения

$$\Phi_s^k = \frac{n_s^k - n_0}{n_0} + \left(C^2 - \frac{3}{2} + \varepsilon_l - G \right) \frac{T_s^k - T_0}{T_0}. \quad (13)$$

Из (5)–(13) находим

$$\frac{n_r^k - n_0}{n_0} = (-1)^k 2I_0^k - \frac{\tau_{\text{tr}}^k}{2}, \quad E_{\text{tr},i}^k = \frac{I_1^k}{\sqrt{\pi}}, \quad E_{\text{int},i}^k = \frac{I_2^k}{\sqrt{\pi}} G,$$

$$E_{\text{tr},r}^k = \frac{(-1)^{k+1} \tau_{\text{tr}}^k + 2I_0^k}{\sqrt{\pi}}, \quad E_{\text{int},r}^k = G \frac{(-1)^{k+1} \tau_{\text{int}}^k + 2I_0^k}{2\sqrt{\pi}},$$

$$E_{\text{tr},s}^k = \frac{(-1)^{k+1} \tau_s^k + 2I_0^k}{\sqrt{\pi}}, \quad E_{\text{int},s}^k = G \frac{(-1)^{k+1} \tau_s^k + 2I_0^k}{2\sqrt{\pi}},$$

что дает

$$\tau_{\text{tr}}^k + (-1)^k (1 - \alpha_{\text{tr}}^k) (2I_0^k - I_1^k) = \alpha_{\text{tr}}^k \tau_s^k, \quad \tau_{\text{int}}^k + (-1)^k (1 - \alpha_{\text{int}}^k) (2I_0^k - I_2^k) = \alpha_{\text{int}}^k \tau_s^k. \quad (14)$$

Здесь

$$I_i^k = \frac{2}{\pi\Theta} \sum_l \int_{(-1)^k C_z > 0} A_i C_z \exp(-C^2 - \varepsilon_l) \varphi|_{z=(-1)^k d/2} d^2C,$$

$$A_0 = 1, \quad A_1 = C^2, \quad A_2 = A_3 = \frac{\varepsilon_l}{G}, \quad \tau_s^k = (T_s^k - T_0)/T_0.$$

Искомый поток тепла между пластинами определяется соотношением

$$q = \sum_l \int V_z \left(\frac{mV^2}{2} + \varepsilon_l \right) f_0 \varphi d^3V$$

и может быть представлен в виде

$$q = n_0 \sqrt{\frac{2k^3 T_0^3}{m}} Q, \quad \text{где } Q = Q_{\text{tr}} + Q_{\text{int}},$$

$$Q_{\text{tr}} = \frac{1}{\pi^{3/2} \Theta} \sum_l \int C_z C^2 \varphi \exp(-C^2 - \varepsilon_l) d^3 C,$$

$$Q_{\text{int}} = \frac{1}{\pi^{3/2} \Theta} \sum_l \int C_z \varphi \exp(-C^2 - \varepsilon_l) d^3 C.$$

В наиболее значимом с практической точки зрения случае, когда обе пластины выполнены из одного материала, из (14) имеем

$$(2\sqrt{\pi} Q_{\text{tr}}^{\text{tr}} (1 - \alpha_{\text{tr}}) + \alpha_{\text{tr}}) \tau_{\text{tr}} + 2\sqrt{\pi} Q_{\text{tr}}^{\text{int}} (1 - \alpha_{\text{tr}}) \tau_{\text{int}} = \alpha_{\text{tr}} \frac{\Delta T_s}{T_0},$$

$$\left(\frac{4}{G} \sqrt{\pi} Q_{\text{int}}^{\text{int}} (1 - \alpha_{\text{int}}) + \alpha_{\text{int}} \right) \tau_{\text{int}} + \frac{4}{G} \sqrt{\pi} Q_{\text{int}}^{\text{tr}} (1 - \alpha_{\text{tr}}) \tau_{\text{tr}} = \alpha_{\text{int}} \frac{\Delta T_s}{T_0}. \quad (15)$$

Под $Q_{\text{tr}}^{\text{tr}}$ и $Q_{\text{int}}^{\text{tr}}$ понимаются значения Q_{tr} и Q_{int} на поверхности первой (более нагретой) пластины, вычисленные при $\tau_{\text{tr}} = 1$, $\tau_{\text{int}} = 0$, а $Q_{\text{tr}}^{\text{int}}$ и $Q_{\text{int}}^{\text{int}}$ — при $\tau_{\text{tr}} = 0$, $\tau_{\text{int}} = 1$. В качестве равновесных приняты значения температуры и концентрации при $z = 0$.

Решив (15), находим

$$\tau_{\text{tr}} = \frac{\Delta_{\text{tr}}}{\Delta} \frac{\Delta T_s}{T_0}, \quad \tau_{\text{int}} = \frac{\Delta_{\text{int}}}{\Delta} \frac{\Delta T_s}{T_0},$$

где

$$\Delta_{\text{tr}} = \alpha_{\text{tr}} \left(\frac{4}{G} \sqrt{\pi} Q_{\text{int}}^{\text{int}} (1 - \alpha_{\text{int}}) + \alpha_{\text{int}} \right) - 2\sqrt{\pi} Q_{\text{int}}^{\text{tr}} \alpha_{\text{int}} (1 - \alpha_{\text{tr}}),$$

$$\Delta_{\text{int}} = \alpha_{\text{int}} (2\sqrt{\pi} Q_{\text{tr}}^{\text{tr}} (1 - \alpha_{\text{tr}}) + \alpha_{\text{tr}}) - \frac{4}{G} \sqrt{\pi} Q_{\text{int}}^{\text{tr}} \alpha_{\text{tr}} (1 - \alpha_{\text{int}}),$$

$$\Delta = (2\sqrt{\pi} Q_{\text{tr}}^{\text{tr}} (1 - \alpha_{\text{tr}}) + \alpha_{\text{tr}}) \left(\frac{4}{G} \sqrt{\pi} Q_{\text{int}}^{\text{int}} (1 - \alpha_{\text{int}}) + \alpha_{\text{int}} \right) - \frac{8}{G} \pi Q_{\text{tr}}^{\text{int}} Q_{\text{int}}^{\text{tr}} (1 - \alpha_{\text{tr}}) (1 - \alpha_{\text{int}}).$$

Результирующий поток тепла определяется соотношением

$$Q = (Q_{\text{tr}}^{\text{tr}} + Q_{\text{int}}^{\text{tr}}) \tau_{\text{tr}} + (Q_{\text{tr}}^{\text{int}} + Q_{\text{int}}^{\text{int}}) \tau_{\text{int}}. \quad (16)$$

Полученные выражения являются общими и не зависят от формы кинетического уравнения и способа его решения.

Для вычисления входящих в (15), (16) параметров воспользуемся методом полупространственных моментов. По аналогии с [5] представим искомую функцию распределения в виде

$$\varphi = \varphi_l^+ H(C_z) + \varphi_l^- H(-C_z),$$

где

$$\varphi_l^\pm = \sum_{k=0}^N (a_{1,k}^\pm + a_{2,k}^\pm C^2 + a_{3,k}^\pm \varepsilon_l) C_z^k, \quad (17)$$

$H(x) = \frac{|x|+x}{2x}$ — стандартная функция Хевисайда.

Коэффициенты $a_{i,k}$ определяются из системы дифференциальных уравнений, для составления которой кинетическое уравнение следует последовательно умножить на все входящие в (17) моменты и проинтегрировать по всему пространству скоростей.

Опуская громоздкие выкладки, которые могут быть выполнены в любой среде символьного программирования, такой, например, как Maple, отметим, что результирующее решение задается выражением

$$\varphi_l = \varphi_{\text{Ch.E.}} + \tilde{\varphi}_l,$$

где

$$\varphi_{\text{Ch.E.}} = K_1 + K_2 \left(C^2 - \frac{3}{2} + \varepsilon_l - G \right) + K_3 C_z + K_4 \left(\frac{6(G + 3FZ)C^2 + (8Z + 10G + 15)\varepsilon_l}{8FZ + 10GF - 5G/Z} C_z - \left(C^2 - \frac{5}{2} + \varepsilon_l - G \right) z \right)$$

представляет собой газодинамическое решение кинетического уравнения (функцию Чепмена–Энскога), задающее распределение молекул на достаточно большом (порядка нескольких длин свободного пробега) удалении от каждой из пластин. Функция

$$\tilde{\varphi}_l = \sum_{k=1}^{N-4} K_{k+4} \varphi_l^k \exp(\alpha_k z)$$

описывает поведение газа в непосредственной близости от каждой из пластин.

Соответственно

$$Q_{\text{tr}} = \frac{15}{2} K_4 \frac{G + 3FZ}{8FZ + 10GF - 5G/Z} + \tilde{Q},$$

$$Q_{\text{int}} = \frac{1}{2} K_4 \frac{8Z + 10G + 15}{8FZ + 10GF - 5G/Z} - \tilde{Q},$$

где

$$\tilde{Q} = \frac{1}{\pi^{3/2} \Theta} \sum_l \int C_z C^2 \tilde{\varphi}_l \exp(-C^2 - \varepsilon_l) d^3 C = -\frac{1}{\pi^{3/2} \Theta} \sum_l \int C_z \varepsilon_l \tilde{\varphi}_l \exp(-C^2 - \varepsilon_l) d^3 C.$$

Результаты расчетов, выполненных при $N = 5$, представлены в табл. 1–4. Значения параметров, указанных в заголовках таблиц, взяты из работы [4]. Там же приведены значения $Q^* = Q_{\text{tr}}^{\text{tr}} + 2Q_{\text{tr}}^{\text{int}} + Q_{\text{int}}^{\text{int}}$, т.е. приходящегося на единицу относительной разности температур

Таблица 1. $F_l = 1.96, Z = 5.08, G = 1$, газ — N_2

d	Q_{tr}^{tr}	$Q_{int}^{tr} = Q_{tr}^{int}$	Q_{int}^{int}	Q^*	$Q_{[4]}^*$
0.01	0.56101	0.00021	0.28025	0.84169	0.8418
0.1	0.53706	0.00186	0.26630	0.80744	0.8081
0.5	0.47071	0.00627	0.22754	0.71094	0.7107
1	0.41814	0.00832	0.19783	0.63243	0.6323
1.25	0.39796	0.00849	0.18689	0.60172	0.6016
1.5	0.38053	0.00829	0.17769	0.57475	0.5746
1.75	0.36524	0.00781	0.16984	0.55069	0.5505
2	0.35167	0.00710	0.16307	0.52898	0.5288
2.5	0.32856	0.00524	0.15198	0.49108	0.4908
3	0.30947	0.00299	0.14334	0.45885	0.4583
4	0.27958	-0.00202	0.13089	0.40644	0.4057
5	0.25790	-0.00716	0.12250	0.36529	0.3643
7	0.22525	-0.01662	0.11227	0.30427	0.3026
10	0.19513	-0.02791	0.10427	0.24359	0.2410
50	0.11114	-0.06532	0.08620	0.06671	
100	0.09616	-0.07214	0.08309	0.03497	

Таблица 2. $F_l = 1.629, Z = 7, G = 1.412$, газ — CO_2

d	Q_{tr}^{tr}	$Q_{int}^{tr} = Q_{tr}^{int}$	Q_{int}^{int}	Q^*	$Q_{[4]}^*$
0.01	0.56102	0.00021	0.39529	0.95673	0.9571
0.1	0.53725	0.00188	0.37229	0.91329	0.9172
0.5	0.47051	0.00609	0.30751	0.79019	0.8014
1	0.41743	0.00751	0.25925	0.69171	0.7083
1.25	0.39718	0.00734	0.24197	0.65383	0.6719
1.5	0.37969	0.00680	0.22763	0.62092	0.6401
1.75	0.36436	0.00598	0.21553	0.59184	0.6117
2	0.35074	0.00495	0.20521	0.56585	0.5861
2.5	0.32753	0.00248	0.18857	0.52106	0.5415
3	0.30837	-0.00032	0.17582	0.48355	0.5038
4	0.27846	-0.00632	0.15789	0.42371	0.4429
5	0.25612	-0.01228	0.14613	0.37769	0.3955
7	0.22486	-0.02304	0.13214	0.31091	0.3257
10	0.19585	-0.03562	0.12152	0.24613	0.2571
50	0.11848	-0.07590	0.09865	0.06533	
100	0.10520	-0.08300	0.09486	0.03406	

суммарного потока тепла при $\alpha_{tr} = \alpha_{int} = 1$. Последняя колонка — результаты [4].

Самостоятельный интерес представляет рассмотрение решения в газодинамическом пределе и условия полной аккомодации энергии на поверхности каждой из пластин. В этом случае суммарный поток тепла может быть представлен в виде

$$Q = \frac{3}{8} \frac{(3 + 2G)F_l}{(1 + 2KnC_t)d} \frac{\Delta T_s}{T_0},$$

где $Kn = \lambda/d, \lambda = l\sqrt{\pi}/2$.

Значения коэффициента скачка температуры C_t для конкретных газов представлены в табл. 5. Там же приведен результат аналогичного решения БГК-модели кинетического уравнения для атомарного газа, что менее чем на 0.006% отличается от аналитического решения 2.20494 [6].

Анализ характера зависимости результатов от числа удерживаемых в функции распределения моментов позволяет утверждать, что погрешность изложенного подхода к решению кинетического уравнения не превышает 0.01% во всем диапазоне значения числа Кнудсена.

Таблица 3. $F_l = 1.5838, Z = 25, G = 3.6124$, газ — SO_2

d	Q_{tr}^{tr}	$Q_{int}^{tr} = Q_{tr}^{int}$	Q_{int}^{int}	Q^*	$Q_{[4]}^*$
0.01	0.56111	0.00015	1.01270	1.57410	1.5742
0.1	0.53797	0.00137	0.96514	1.50584	1.5069
0.5	0.47298	0.00475	0.82995	1.31244	1.3120
1	0.42081	0.00645	0.72229	1.15598	1.1558
1.25	0.40072	0.00665	0.68119	1.09521	1.0951
1.5	0.38328	0.00655	0.64569	1.04208	1.0419
1.75	0.36792	0.00622	0.61454	0.99491	0.9946
2	0.35422	0.00570	0.58690	0.95253	0.9522
2.5	0.33075	0.00421	0.53986	0.87904	0.8784
3	0.31129	-0.00229	0.50121	0.81708	0.8163
4	0.28085	-0.00236	0.44140	0.71753	0.7163
5	0.25822	-0.00759	0.39741	0.64045	0.6387
7	0.22731	-0.01847	0.33764	0.52801	0.5252
10	0.20048	-0.03367	0.28531	0.41846	0.4140
50	0.14445	-0.09979	0.16651	0.11139	
100	0.13589	-0.11259	0.14739	0.05810	

Таблица 4. $F_l = 1.9843, Z = 25, G = 1.1799$, газ — воздух

d	Q_{tr}^{tr}	$Q_{int}^{tr} = Q_{tr}^{int}$	Q_{int}^{int}	Q^*	$Q_{[4]}^*$
0.01	0.56123	0.00005	0.33086	0.89220	0.8923
0.1	0.53921	0.00045	0.31604	0.85616	0.8568
0.5	0.47753	0.00160	0.27406	0.75479	0.7546
1	0.42745	0.00224	0.24041	0.67234	0.6722
1.25	0.40790	0.00235	0.22748	0.64008	0.6400
1.5	0.39076	0.00237	0.21624	0.61174	0.6116
1.75	0.37549	0.00230	0.20635	0.58644	0.5863
2	0.36173	0.00217	0.19753	0.56360	0.5634
2.5	0.33777	0.00175	0.18243	0.52370	0.5233
3	0.31746	0.00117	0.16994	0.48973	0.4892
4	0.28462	-0.00034	0.15047	0.43442	0.4336
5	0.25908	-0.00213	0.13608	0.39091	0.3899
7	0.22186	-0.00610	0.11657	0.32623	0.3245
10	0.18616	-0.01217	0.09991	0.26173	0.2590
50	0.09455	-0.04632	0.07028	0.07219	
100	0.07924	-0.05392	0.06650	0.03790	

Таблица 5. Зависимость значений коэффициента скачка температуры от числа удерживаемых в функции распределения моментов

N	N_2	CO_2	SO_2	Воздух	Атомарный газ
1	2.88857	2.52997	2.56241	2.97697	2.21928
2	2.87497	2.51879	2.55182	2.96322	2.20761
3	2.87274	2.51694	2.55002	2.96092	2.20571
4	2.87217	2.51646	2.54956	2.96033	2.20523
5	2.87198	2.51630	2.54940	2.96013	2.20507

Следует заметить, что в свободномолекулярном режиме изменением функции распределения в объеме газа можно пренебречь и считать равной

$$\varphi = \Phi_r^1 H(C_z) + \Phi_r^2 H(-C_z),$$

соответственно

$$Q_{\text{tr}}^{\text{tr}} = \frac{2}{G} Q_{\text{int}}^{\text{int}} = \frac{1}{\sqrt{\pi}}, \quad Q_{\text{tr}}^{\text{int}} = Q_{\text{int}}^{\text{tr}} = 0,$$

$$Q = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{\alpha_{\text{tr}}}{2 - \alpha_{\text{tr}}} + \frac{G}{2} \frac{\alpha_{\text{int}}}{2 - \alpha_{\text{int}}} \right) \frac{\Delta T_s}{T_0}.$$

Таким образом, в случае, когда расстояние между пластинами много меньше средней длины свободного пробега молекул, значение потока тепла не зависит от способа решения кинетического уравнения.

Как показывает сравнение с [4], квадратурный метод дает удовлетворительную точность в пределах, меньших 1%, при малых расстояниях между пластинами, т. е. при $d \leq 1$. Тогда как с ростом d погрешность указанного метода увеличивается, достигая, например, в случае углекислого газа 1.5% уже при $d \sim 0.5$, а для $d \geq 10$ превышает 5%. Очевидно, что в случае больших значений d можно говорить лишь о качественном характере его результатов.

Список литературы

- [1] Ларина И.Н., Рыков В.А. // Изв. АН СССР. МЖТ. 1978. № 5. С. 141–148.
- [2] Hsu S.K., Morse T.F. // Phys. Fluids. 1972. Vol. 15. N 4. P. 584–591.
- [3] Cipolla J.W. // Int. Heat Mass Tran. 1971. Vol. 14. N 10. P. 1599–1610.
- [4] Pazoiki N., Loyalka S.K. // Int. J. Heat Tran. 1985. Vol. 28. N 11. P. 2019–2026.
- [5] Савков С.А., Тюлькина Е.Ю. // ЖТФ. 2006. Т. 76. Вып. 2. С. 25–29.
- [6] Латышев А.В. // ПММ. 1990. Т. 54. Вып. 4. С. 581–586.
- [7] Латышев А.В., Юшканов А.А. // Теор. и мат. физика. 1993. Т. 95. № 3. С. 530–540.
- [8] Wang Chang C.S., Uhlenbeck G.E., de Boer J. Studies in Statistical Mechanics / Ed. by J. de Boer and G.E. Uhlenbeck. Amsterdam: North Holland Publishing Company, 1964. P. 243.
- [9] Hanson F.B., Morse T.F. // Phys. Fluids. 1967. Vol. 10. N 2. P. 345–353.
- [10] Черчиньяни К. Математические методы в кинетической теории газов. М.: Мир, 1973. 245 с.