

01;06

## Усиление парамагнитных эффектов при спиновом выстраивании в 2D-полупроводниках

© Ф.Е. Орленко,<sup>1</sup> Г.Г. Зегря,<sup>1</sup> Е.В. Орленко<sup>2</sup><sup>1</sup> Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН,  
194021 Санкт-Петербург, Россия<sup>2</sup> Санкт-Петербургский государственный политехнический университет,  
195251 Санкт-Петербург, Россия  
e-mail: orlenko quark.stu.neva.ru

(Поступило в Редакцию 24 декабря 2007 г.)

В двумерной ферми-системе рассмотрены эффекты магнитного упорядочения, обусловленные кулоновским обменным взаимодействием свободных электронов. Показано, что имеет место существенное усиление парамагнитного отклика вследствие ферми-жидкостных эффектов. Фазовый переход в состояние со спонтанной поляризацией спинов может наблюдаться, если параметр Гейзенберга  $J$  оказывается не меньше  $\frac{\mu_F}{3.06}$  (приблизительно одной трети от энергии Ферми) и не больше половины энергии Ферми  $J \leq \frac{\mu_F}{2}$ .

PACS: 71.10.Ca, 75.20.-g, 75.30.Et

### Введение

В последние десять лет внимание исследователей сосредоточено на изучении основного состояния 2D-электронов при низких температурах и больших значениях внешнего магнитного поля [1–8]. Считается, что основное состояние 2D-электронов в сильном квантовом магнитном поле при определенных условиях является ферромагнитным [7]. Однако отсутствуют качественный и количественный анализ влияния сильного магнетизма 2D-электронов на кинетические явления [7]. Возможность существования спонтанного магнетизма обсуждается в работах [5,8] на основе метода Хартри–Фока.

Использование детерминанта Слэттера в качестве базисной функции позволяет достаточно корректно с учетом квазидвумерности системы вычислить обменный вклад, определяющий основное энергетическое состояние системы, но делает невозможным последовательный анализ спинового состояния системы. Детерминант Слэттера не позволяет отделять координатную и спиновую части полной антисимметричной волновой функции. Вообще при построении антисимметричной функции в виде детерминанта Слэттера полностью теряется информация о полном спине системы, указанный вектор состояния не является собственным вектором оператора квадрата полного спина системы. Именно поэтому в работах [5,8] сравнивается значение полной энергии с учетом отрицательного максимального обменного вклада в случае полной стопроцентной поляризации спина с энергией вырожденного электронного газа в случае полной деполаризации. На основании такого сравнения делается вывод о том, что для реализации состояния со спонтанной поляризацией электронов в квазидвумерном полупроводнике необходимо, чтобы обменная энергия превосходила кинетическую энергию, что возможно лишь при концентрации электронов в квазидвумерной

системе  $\sigma \sim 7.6 \cdot 10^{10} - 5 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  [8] или из критерия [5] при  $\sigma \leq 1.6 \cdot 10^{12} - 3 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-2}$ .

Надо отметить, что использование схем, или таблиц, Юнга позволяет строить антисимметричную функцию, более последовательно учитывающую спиновое состояние системы. Такая функция выбирается в виде прямого произведения двух неприводимых представлений, отвечающих координатной и спиновой частям волновой функции, и ее можно использовать в методе Хартри–Фока, но сам метод должен быть в этом случае существенно переработан. Подобный анализ энергетического спектра можно производить и на основе обменных теорий возмущений, позволяющих разделять координатные и спиновые части волновой функции системы, не нарушая при этом их спинового состояния [9]. Однако допустим и непосредственный переход к описанию в спиновом пространстве, где усредненное значение энергии обменного взаимодействия будет выступать в качестве параметра Гейзенберга.

Эффекты спинового выстраивания, обусловленные кулоновским обменным взаимодействием свободных электронов, оказывают существенное влияние на характер магнитного упорядочения в низкотемпературных структурах, например, в 2D-полупроводниках. Это связано с тем, что основные параметры, характеризующие электронную систему в такой системе, помещенной в магнитное поле ( $E_F$  — энергия Ферми,  $A$  — энергия обменного взаимодействия и  $\mu_B H$  — энергия магнитно-дипольного взаимодействия с внешним магнитным полем), являются величинами одного порядка. Это обстоятельство является спецификой низкоразмерной структуры, так как в трехмерном случае энергия Ферми превышает другие указанные параметры, особенно в металлах. В случае полупроводниковых материалов в трехмерном случае параметр обменного взаимодействия свободных электронов в зоне проводимости, оставаясь малым из-за низкой концентрации носителей заряда, может быть все-таки сравнимым с энергией Ферми.

Вариация указанных трех основных параметров в 2D-системе приводит к ряду магнитных явлений в пленке, связанных с конкуренцией различных вкладов в спиновое упорядочение. Во-первых, происходит значительное усиление парамагнитного отклика системы, во-вторых, при определенных соотношениях указанных параметров может наблюдаться фазовый переход в ферромагнитное состояние с образованием макроскопических областей со спонтанной намагниченностью, о чем шла речь в работах [10–12].

В процессе установления равновесной спиновой поляризации участвуют два конкурирующих фактора: несилевой обмен, являющийся следствием принципа запрета Паули, и собственно обменное кулоновское взаимодействие. Первый фактор повышает кинетическую энергию системы, тогда как второй изменяет полную энергию в зависимости от парной соориентации электронных спинов на величину  $\Delta E = -J \widehat{\mathbf{s}}_i \widehat{\mathbf{s}}_j$ , где  $J$  — параметр обменного взаимодействия. В трехмерной системе учет обоих факторов производится путем применения формализма ферми-жидкости Ландау [10], где малым параметром разложения является отношение обменной энергии к энергии Ферми.

## 1. Вариационный метод определения спонтанной поляризации

Пусть в системе спинов имеется поляризация степени  $\alpha$ , тогда

$$\begin{aligned} n^+ - n^- &= \alpha n, \\ n^+ + n^- &= n, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $n^\pm = \frac{n}{2}(1 \pm \alpha)$  — число спинов, направленных вверх или вниз соответственно. В отсутствие поляризации энергия Ферми двумерного газа находится обычным путем:

$$\begin{aligned} N &= \int \frac{d^2 p d^2 r}{(2\pi\hbar)^2} g_s n_F(E); \\ E_F &= \frac{\hbar^2}{m} \sigma \pi, \end{aligned}$$

где  $\sigma$  — поверхностная плотность частиц,  $g_s$  — фактор спинового вырождения,  $n_F(E)$  — функция распределения Ферми. Тепловая поправка к химическому потенциалу  $\Delta\mu(T) = -Te^{-\frac{E_F}{T}}$  в двумерной системе мала и мы ею будем пренебрегать во всех последующих расчетах.

Наличие поляризации (1) в системе спинов приведет к изменению положения самого уровня Ферми:

$$E_F^\pm = E_F(1 \pm \alpha). \quad (2)$$

Тогда полная кинетическая энергия системы при наличии поляризации будет равна

$$K = E_F \frac{N}{2} (1 + \alpha^2). \quad (3)$$

Учет парного обменного взаимодействия  $\langle \Delta E_{ij} \rangle = -J \langle \widehat{\mathbf{s}}_i \widehat{\mathbf{s}}_j \rangle$  приводит к изменению полной энергии системы  $U(\alpha)$ , которая в случае указанной поляризации  $\alpha$  равна

$$\begin{aligned} U(\alpha) &= K + \frac{J}{4} 2n_- - \frac{J}{4} \alpha n \\ &= \frac{n}{2} \left( E_F(1 + \alpha^2) + \frac{J}{2} (1 - 2\alpha) \right). \end{aligned} \quad (4)$$

При варьировании величины  $U(\alpha)$  по параметру поляризации  $\alpha$  получим равновесное значение этого параметра, соответствующего экстремальному значению полной энергии системы:

$$\alpha^* = \frac{J}{2E_F}. \quad (5)$$

При этом вторая производная в точке экстремума

$$\left. \frac{\partial^2 U}{\partial \alpha^2} \right|_{\alpha^*} = nE_F > 0,$$

что соответствует минимуму энергии системы. Приведенные оценки позволяют сделать вывод о возможности существования состояния со спонтанной поляризацией при определенных соотношениях основных параметров и температуры.

## 2. Функция Ландау двумерной системы

Выражение для энергии Ферми (2) с учетом поляризации может быть переписано как оператор, учитывающий соориентацию имеющихся в системе спинов. Как известно, оператор четности перестановки  $P = \frac{1}{2}(1 + 4\widehat{\mathbf{s}}\widehat{\mathbf{s}}')$  имеет собственные значения — +1 или -1 — при параллельной или антипараллельной соориентации спинов соответственно. Поскольку при числе частиц, равном  $N$ , число пар составляет  $N(N-1)$ , то оператор энергии Ферми, выраженный с помощью оператора перестановки  $P$ , будет иметь вид:

$$E_F^\pm = E_F \left( 1 + \frac{\alpha}{2n} P \right) = E_F \left[ 1 + \frac{\alpha}{2n} (1 + \widehat{\mathbf{s}}\widehat{\mathbf{s}}') \right]. \quad (6)$$

Вклад от обменного взаимодействия, приходящийся на одну частицу, может быть записан в виде

$$E_{\text{exc}} = -\frac{J}{n} \widehat{\mathbf{s}}\widehat{\mathbf{s}}'. \quad (7)$$

Полагая поправку к энергии, обусловленную соориентацией спинов, малой по сравнению с величиной энергии Ферми  $\Delta E \leq E_F$ , можно представить функцию распределения Ферми в виде разложения по малому параметру:

$$\frac{1}{\exp\left(\frac{E+\Delta E-E_F}{T}\right)+1} \approx n_0 - \Delta E \frac{\partial n_0}{\partial E}.$$

Учитывая зависимость величины поправки к энергии от спиновой ориентации, заменим функцию распределения матрицей плотности по спиновой переменной, как это делается в работе [11,12]:

$$\widehat{n} = n_0 - \widehat{f} \frac{\partial n_0}{\partial E}, \quad (8)$$

где

$$n_0 = \frac{1}{\exp\left(\frac{E-E_F}{T}\right) + 1},$$

$$\widehat{f} = -\frac{1}{\sigma} \left[ \frac{\alpha}{2} E(p) + (2\alpha E(p) + J) \widehat{\mathbf{s}} \mathbf{s}' \right]. \quad (9)$$

Здесь  $\widehat{f}$  — явный вид функции Ландау, в которой  $\sigma$  — поверхностная плотность электронов.

### 3. Усиление парамагнетизма в вырожденном газе при наличии обменного взаимодействия

Оценим влияние обменного взаимодействия на парамагнетизм двумерного Ферми-газа. Обменное взаимодействие приводит к появлению спонтанной поляризации, что отражается на положении уровня Ферми (6).

Рассмотрим воздействие внешнего магнитного поля на атомную систему. Полное изменение энергии системы в результате воздействия поля может быть записано в виде

$$\delta E = -\beta_1(\mathbf{p}) \widehat{\mathbf{s}} \mathbf{B}. \quad (10)$$

Это изменение складывается из двух компонент. Во-первых, магнитное поле действует на магнитный момент электрона, что дает вклад

$$\delta E_1 = -2\mu_0^* \mathbf{B} \widehat{\mathbf{s}},$$

где  $\mu_0^* = \frac{e\hbar}{2m^*c}$ . Здесь  $m^*$  — масса электрона в полупроводнике. Во-вторых, оказывает влияние на энергетический спектр, вызывая изменение функции распределения.

Соответствующее изменение энергии равно:

$$\begin{aligned} \delta E_2 &= S p_{s'} \left( \int \widehat{f}(\mathbf{p}, \widehat{\mathbf{s}}, \mathbf{p}', \widehat{\mathbf{s}}') \delta n(\mathbf{p}', \widehat{\mathbf{s}}') \frac{d^2 p'}{(2\pi\hbar)^2} \right) \\ &= S p_{s'} \left( \int \widehat{f}(\mathbf{p}, \widehat{\mathbf{s}}, \mathbf{p}', \widehat{\mathbf{s}}') \frac{\partial n_0}{\partial E} \delta E(\mathbf{p}', \widehat{\mathbf{s}}') \frac{d^2 p'}{(2\pi\hbar)^2} \right) \\ &= -S p_{s'} \left( \widehat{f}(\mathbf{p}, \widehat{\mathbf{s}}, \mathbf{p}', \widehat{\mathbf{s}}') \frac{\partial n_0}{\partial E}, \beta_1(p') \widehat{\mathbf{s}}' \mathbf{H} \frac{d^2 p'}{(2\pi\hbar)^2} \right) \\ &= -S p_{s'} \left\{ \int \frac{d^2 p'}{(2\pi\hbar)^2 \sigma} \left( \frac{\alpha}{2} E(p') + (2\alpha E(p') \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + 2A(p, p')) \widehat{\mathbf{s}} \mathbf{s}' \right) \left( -\frac{\partial n_0}{\partial E'} \right) \beta_1(p') (\widehat{\mathbf{j}} \mathbf{B}) \right\} = -\frac{1}{(2\pi\hbar)^2 \sigma} \\ &\quad \times \widehat{\mathbf{s}} \mathbf{B} \int \left( (2\alpha E(p') + J(p, p')) \left( -\frac{\partial n_0}{\partial E'} \right) \beta_1(p') \right) d^2 p'. \end{aligned} \quad (11)$$

Учитывая (10) и (11), получим

$$\begin{aligned} \beta_1(p) &= 2\mu_0^* + \frac{2\pi m}{(2\pi\hbar)^2 \sigma} \\ &\quad \times \int \left\{ \left( -\frac{\partial n_0}{\partial E'} \right) \beta_1(p') (2\alpha E(p') + J(p, p')) \right\} dE'. \end{aligned}$$

Принимая во внимание свойства функции ферми, найдем

$$\beta_1(p) \approx 2\mu_0 + \frac{1}{2E_F} \{2\alpha E_F + J(p)\} \beta_1(p),$$

или

$$\beta_1(p) = \frac{2\mu_0^*}{1 - \left(\alpha + \frac{J(p)}{2E_F}\right)}. \quad (12)$$

Магнитный момент системы равен

$$\begin{aligned} \mathbf{M} &= 2\mu_0^* S p_s \left( \widehat{\mathbf{s}} \int \delta n(\mathbf{p}', \widehat{\mathbf{s}}') \frac{d^2 p'}{(2\pi\hbar)^2} \right) \\ &= 2\mu_0^* S p_s \left( \widehat{\mathbf{s}} \int \frac{\partial n_0}{\partial E} \delta E(\mathbf{p}, \widehat{\mathbf{s}}) \frac{d^2 p'}{(2\pi\hbar)^2} \right) \\ &= 2\mu_0^* S p_s \left( \widehat{\mathbf{s}} (\widehat{\mathbf{s}} \mathbf{B}) \int \left( -\frac{\partial n_0}{\partial E} \right) \beta_1(\mathbf{p}) \frac{d^2 p}{(2\pi\hbar)^2} \right), \\ \mathbf{M} &= \frac{2\mu_0^* \sigma}{1 - \left(\alpha + \frac{J(p)}{2E_F}\right)} \frac{\mu_0^* \mathbf{B}}{E_F}. \end{aligned} \quad (13)$$

Тогда для магнитной восприимчивости имеем

$$\chi = \frac{2\mu_0^{*2} \sigma}{1 - \left(\alpha + \frac{J(p)}{2E_F}\right)} \frac{1}{E_F}. \quad (14)$$

Хорошо видно, что если отношение  $\frac{J}{E_F}$  не является малым, то может существовать усиление парамагнитной восприимчивости. Используя для оценки соотношение (5), имеем для восприимчивости

$$\chi = \frac{2\mu_0^{*2} \sigma}{1 - \frac{J(p)}{E_F}} \frac{1}{E_F}.$$

### 4. Фазовый переход в двумерной системе

Пусть в системе имеется спонтанная поляризация спинов, тогда можно говорить о спонтанном магнитном моменте системы. Обозначим через  $\mathbf{m}$  единичный вектор, характеризующий направление спонтанного магнитного момента [10]. Тогда энергия квазичастиц будет зависеть от ориентации спина по отношению к  $\mathbf{m}$ :

$$E(\mathbf{p}, \mathbf{s}) = E_0(\mathbf{p}) - b(\mathbf{p}) \widehat{\mathbf{s}} \mathbf{m}. \quad (15)$$

Согласно (15), энергия электрона со спином, параллельным  $\mathbf{m}$ , есть  $E_0 - b/2$ , и соответственно равновесная функция распределения равна  $n_F(E_0 - b/2) = n^+$ .

У электрона с противоположным спином энергия равна  $E_0 + b/2$ , а  $n_F(E_0 + b/2) = n^-$  — равновесная функция распределения. В отличие от параметра Гейзенберга, который является фиксированным для данной системы, варьируемый параметр  $b$  содержит в себе как вклад от энергии обменного взаимодействия, так и зависимость от  $\alpha$  степени поляризации. Собственные значения  $n^+$ ,  $n^-$  при соответствующих ориентациях получаются при действии оператора

$$\widehat{n}(\mathbf{p}, \mathbf{s}) = \frac{1}{2}(n^+ + n^-) + (n^+ - n^-)\widehat{\mathbf{s}} \cdot \mathbf{m} \quad (16)$$

на соответствующее спиновое состояние.

Разность функций распределения соответствующих спиновых состояний будет

$$n^+ - n^- = \text{th}\left(\frac{b}{T}\right) \left(\frac{\text{ch}\left(\frac{E-E_F}{T}\right)}{\text{ch}\left(\frac{b}{T}\right)} + 1\right)^{-1}. \quad (17)$$

Рассмотрим, как изменится значение энергии электрона при повороте единичного вектора  $\mathbf{m}$  на угол  $\delta\theta$ . При этом  $\delta\mathbf{m} = \delta\theta \times \mathbf{m}$ , и, согласно (15), имеем

$$\delta E = -b[\mathbf{m} \times \mathbf{s}]\delta\theta. \quad (18)$$

Но в этом случае меняется и равновесная функция распределения:

$$\delta \widehat{\mathbf{s}}_0(\mathbf{p}, \mathbf{s}) = (n^+ - n^-)[\mathbf{m} \times \mathbf{s}]\delta\theta, \quad (19)$$

а с нею и энергия

$$\begin{aligned} \delta E &= S p_{s'} \left\{ \int \widehat{f} \delta \widehat{\mathbf{n}}_0 \frac{d^2 p}{(2\pi\hbar)^2} \right\} \\ &= S p_{s'} \left\{ \int \widehat{f} (n^+ - n^-) [\mathbf{m} \times \widehat{\mathbf{s}}'] \frac{d^2 p}{(2\pi\hbar)^2} \right\} \delta\theta. \end{aligned} \quad (20)$$

Приравняв (18) и (20) при произвольном  $\delta\theta$ , получим

$$-b[\mathbf{m} \times \mathbf{s}] = S p_{s'} \left\{ \int \widehat{f} (n^+ - n^-) [\mathbf{m} \times \widehat{\mathbf{s}}'] \frac{d^2 p}{(2\pi\hbar)^2} \right\}. \quad (21)$$

Подставив сюда (17), находим

$$\begin{aligned} b &= \int_0^\infty (2\alpha E + J)(n^+ - n^-) \frac{dE}{2\mu} \\ &= \int_0^\infty (2\alpha E + J) \text{th}\left(\frac{b}{T}\right) \left(\frac{\text{ch}\left(\frac{E-\mu}{T}\right)}{\text{ch}\left(\frac{b}{T}\right)} + 1\right)^{-1} \frac{dE}{2\mu}. \end{aligned} \quad (22)$$

Здесь химический потенциал  $\mu$  практически совпадает с энергией Ферми  $E_F$  в соответствии с тем, что тепловая поправка к химическому потенциалу  $\Delta\mu(T) = -Te^{-\frac{E_F}{T}}$  в двумерной системе пренебрежимо мала. Будем решать трансцендентное уравнение (22) относительно параметра  $b$  в низкотемпературном пределе  $\frac{\mu}{T} \sim \frac{E_F}{T} \gg 1$  (вырожденный газ).

Корни уравнения (23)

$\frac{\mu}{2J}$	$x_1$	$x_2$	$\alpha^*$
1.53	1.15	1.15	0.163
1.5	0.85	1.6	0.167
1.45	0.6	2	0.172
1.4	0.5	2.5	0.179
1.35	0.45	3	0.185
1	0	$\infty$	0.25

Тогда для этого случая уравнение (22) преобразуется к следующему виду:

$$\mu b = 2(T + b)J \text{th}\left(\frac{b}{T}\right),$$

или, введя новую переменную  $x = \frac{b}{T}$ , окончательно приходим к трансцендентному уравнению для определения степени поляризации  $\alpha(x)$ .

$$\text{th}(x) = \frac{\mu}{2J} \frac{x}{1+x}. \quad (23)$$

При значениях параметра  $\frac{\mu}{2J}$ , лежащих в пределах  $\frac{\mu}{2J} \in [1, 1.53]$ , уравнение (23) имеет три решения, одно тривиальное и два других,  $x_1$  и  $x_2$ , отличных от нуля (см. таблицу). Картина пересечения графиков для  $\frac{\mu}{2J} = 1.4$  показана на рис. 1.

При значении параметра  $\frac{\mu}{2J} \rightarrow 1$  уравнение (23) имеет только одно нетривиальное решение — при  $x \rightarrow \infty$ , которое соответствует степени поляризации  $\alpha^* = 1/4$  (рис. 2). При  $\frac{\mu}{2J} < 1$  остается только тривиальное решение, так как при  $x \rightarrow \infty$   $\text{th}(x) \rightarrow 1$ , а  $f(x) = \frac{\mu}{2J} \frac{x}{1+x} \rightarrow \frac{\mu}{2J}$ . При значении параметра  $\frac{\mu}{2J} > 1.53$  уравнение (23) имеет только тривиальное решение, соответствующее степени поляризации  $\alpha = 0$  (рис. 3).

Итак, в случае вырожденного газа в двумерной системе может наблюдаться фазовый переход в состояние со спонтанной поляризацией спинов, если параметр Гейзенберга  $J$  оказывается не меньше  $J \geq \frac{\mu}{2 \cdot 1.53} = \frac{\mu}{3.06}$ , но не больше  $J \leq \frac{\mu_F}{2}$ .

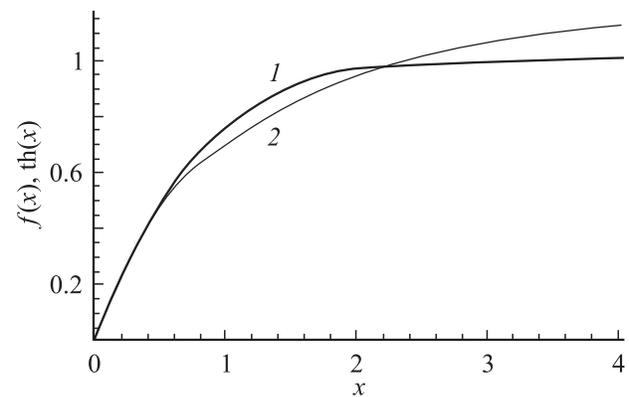
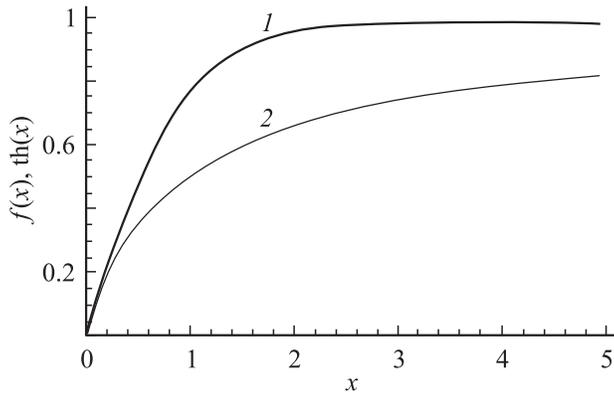
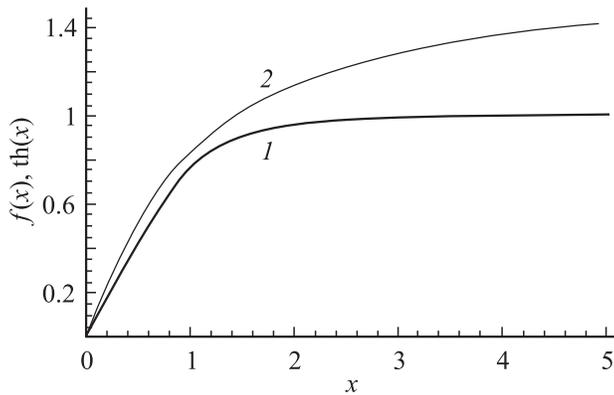


Рис. 1. Пересечение графиков функций  $\alpha = \text{th}(x)$  (1) и  $f(x) = \frac{\mu}{2J} \frac{x}{1+x}$  (2).



**Рис. 2.** Положение графиков функций  $\text{th}(x)$  (1) и  $f(x) = \frac{\mu}{2J} \frac{x}{1+x}$  (2) при  $\frac{\mu}{2J} \rightarrow 1$ .



**Рис. 3.** Положение графиков функций  $\text{th}(x)$  (1) и  $f(x) = \frac{\mu}{2J} \frac{x}{1+x}$  (2) при  $\frac{\mu}{2J} = 1.7$ .

В отличие от классических систем переход в состояние со спонтанной поляризацией в вырожденном газе обусловлен не только изменением температуры относительно величины обменного взаимодействия, но и определенным отношением химического потенциала к параметру Гейзенберга.

## 5. Заключение

Рассматриваемые явления усиления парамагнитной восприимчивости и переход к спонтанной спиновой поляризации обусловлены обменным взаимодействием свободных электронов. Величина обменного кулоновского взаимодействия в двумерной системе по порядку величины равна  $A = \frac{e^2}{2\lambda} \left(\frac{\lambda}{R}\right)^3$ , где  $\lambda = \frac{\hbar}{p_F}$  — длина волны де-Бройля, соответствующая импульсу Ферми, а  $R$  — среднее расстояние, обусловленное поверхностной плотностью частиц:  $R = \sqrt{\frac{4}{\pi\sigma}}$ . Отношение  $\frac{J}{E_F} = \frac{e^2 m}{32\hbar^2 \sqrt{2\pi\sigma}}$ , определяющее наличие нетривиального решения в уравнении (23), налагает определенные требования к поверхностной концентрации. Так, интервал значений параметра

$1 \leq \frac{E_F}{2J} < 1.53$  соответствует интервалу допустимых концентраций  $7.8 \cdot 10^{11} \leq \sigma \leq 1.82 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-2}$  при  $m = 0.05m_e$ ;  $2.8 \cdot 10^{11} \leq \sigma \leq 6.55 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  при  $m = 0.03m_e$ ;  $3.1 \cdot 10^{10} \leq \sigma \leq 7.28 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-2}$  при  $m = 0.01m_e$ . Значение концентрации согласуется с экспериментом [13], где сообщается о наблюдении спонтанной поляризации в кремниевых структурах МОП при  $\sigma_c = 8 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-2}$ .

Таким образом, можно прийти к выводу о том, что в квазидвумерной системе вырожденный электронный газ может проявлять сильный парамагнетизм, обусловленный ферми-жидкостными эффектами, приводящими к спиновому выстраиванию. Эффекты выстраивания могут при указанных выше условиях приводить систему спинов к фазовому переходу в ферромагнитное состояние даже в отсутствие магнитного поля. Подобные явления обусловлены спецификой двумерных систем, в которых параметр Гейзенберга и энергия Ферми могут быть величинами одного порядка в области значений указанных поверхностных концентраций. Различие в полученных в [5,8] критериях реализации магнитного состояния двумерной системы состоит отнюдь не в точности вычисления обменного интеграла, выражения для которого различаются только числовыми множителями, а именно в подходе к описанию самой спиновой системы. Переход к спиновым операторам в пространстве спиновых состояний позволяет последовательно, с учетом констант взаимодействия манипулировать и анализировать это спиновое состояние, тогда как метод Хартри-Фока позволяет вычислять значения энергии в предельных спиновых состояниях — в состоянии полной поляризации и в парамагнитном.

## Приложение. Обменная энергия свободных электронов

Обменный интеграл будем вычислять с учетом экранировки

$$A = e^2 \int \frac{\psi_{\mathbf{p}'}^*(\mathbf{r})\psi_{\mathbf{p}}^*(\mathbf{r}')\psi_{\mathbf{p}'}(\mathbf{r}')\psi_{\mathbf{p}}(\mathbf{r})}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \exp(-\aleph|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) d^3r d^3r', \quad (\text{П } 1)$$

где  $\psi_{\mathbf{p}}(\mathbf{r}')$ ,  $\psi_{\mathbf{p}}(\mathbf{r})$  — волновые функции свободных электронов с импульсами  $\mathbf{p}$ ,  $\mathbf{p}'$ , которые по модулю не превышают импульса Ферми,  $\aleph$  — обратный радиус экранирования для вырожденного газа. Тогда обменный интеграл  $A$  будет Фурье-образом экранированного потенциала [14]

$$A(q) = \frac{4\pi e^2}{(q^2 + \aleph^2)\Omega}, \quad (\text{П } 2)$$

где  $\mathbf{q} = \frac{\mathbf{p} - \mathbf{p}'}{\hbar}$ ,  $\Omega$  — элемент объема, приходящийся на одну частицу. После усреднения с функцией распределения Ферми, полагая  $\mathbf{q} \approx 2\mathbf{p}$ , получим

$$\tilde{A} = \frac{4\pi e^2}{(4p_F^2/\hbar^2 + \aleph^2)\Omega}. \quad (\text{П } 3)$$

Здесь обратный радиус экранировки в сильно вырожденном газе

$$\kappa = \sqrt{\frac{12\pi e^2 nm}{p_F^2}}.$$

Таким образом,

$$\tilde{A} = \frac{3\pi e^2 \lambda_F^2}{(1 + \kappa^2 \lambda_F^2 / 4) 4\pi R^3} \approx \frac{e^2}{2\lambda_F} \frac{\lambda_F^3}{R^3}. \quad (\text{П 4})$$

Следует заметить, что здесь рассматривается квазидвумерный случай, такой, что толщина слоя сильно превышает радиус экранировки вырожденного газа. Таким образом, правомочно использовать обменный кулоновский интеграл для свободных частиц, движущихся в трехмерном пространстве. В литературе, например, в [15] предпринимаются попытки вычисления потенциалов как прямого кулоновского взаимодействия для двумерного случая, так и обменного [5,8], но в данном случае специфика квазидвумерной системы слабо влияет на значение и общее выражение обменного вклада.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты № 07-07-00283-а; 08-02-01337-а) и Федеральной программы поддержки Ведущих научных школ.

## Список литературы

- [1] *Von Klitzig K., Dorda G., Pepper M.* // Phys. Rev. Lett. 1980. Vol. 45. N 1. P. 494–498.
- [2] *Halperin B.I., Lee P.A., Read N.* // Phys. Rev. B. 1993. Vol. 47. N 6. P. 7312–7319; *Moon K., Mori H., Kun Yang.* // Phys. Rev. B. 1995. Vol. 51. N 3. P. 5138–5141.
- [3] *Sondhi S.L., Karlhede A., Kivelson S.A., Rezay E.H.* // Phys. Rev. B. 1993. Vol. 47. N 11. P. 16 419–16 425; *Ferting H.A., Brey L., Côte R., MacDonald A.H.* // Phys. Rev. B. 1994. Vol. 50. P. 11 018–11 023.
- [4] *Зегря Г.Г.* // ФТП. 1999. Т. 33. Вып. 8. С. 1144–1147.
- [5] *Stern F.* // Phys. Rev. Lett. 1973. Vol. 30. N 7. P. 278–280; *Rajagopal A.K., Kimball J.C.* // Phys. Rev. B. 1977. Vol. 15. N 5. P. 2819–2825; *Noaki Iwamoto.* // Phys. Rev. B. 1991. Vol. 43. N 3. P. 2174–2182.
- [6] *Вучков Ю.А., Манив Т., Вэгнер И.Д.* // Phys. Rev. B. 1996. Vol. 53. N 10. P. 10 148–10 155.
- [7] *Иорданский С.В., Плясунов С.Г.* // ЖЭТФ. 1997. Т. 112. № 10. С. 1899–1908; *Иорданский С.В.* // Письма в ЖЭТФ. 1997. Т. 66. № 1. С. 178–179.
- [8] *Шелых И.А., Баграев Н.Т., Клячкин Л.Е.* // ФТП. 2003. Т. 45. Вып. 11. С. 2085–2089.
- [9] *Каплан И.Г.* Введение в теорию межмолекулярных взаимодействий. М.: Наука, 1982. 310 с. *Каплан И.Г.* Симметрия многоэлектронных систем. М.: Наука, 1969. 407 с.
- [10] *Абрикосов А.А.* Основы теории металлов. М.: Наука, 1987. 576 с.
- [11] *Орленко Е.В., Матисов Б.Г.* // Письма в ЖТФ. 2000. Т. 26. Вып. 18. С. 806–809.
- [12] *Орленко Е.В., Матисов Б.Г., Кетиладзе Г.Т.* // ЖТФ. 2001. Т. 71. Вып. 12. С. 6–12.

- [13] *Shashkin A.A., Kravchenko S.V., Dolgoplov V.T., Klapwijk T.M.* // Phys. Rev. Lett. 2001. Vol. 87. P. 086 801; *Shashkin A.A., Kravchenko S.V., Dolgoplov V.T.* // Phys. Rev. Lett. 2002. Vol. 89. P. 219 701.
- [14] *Анималу А.* Квантовая теория кристаллических твердых тел. М.: Мир, 1981. 574 с.
- [15] *Баженов Н.Л., Мынбаев К.Д., Зегря Г.Г.* // ФТП. 1992. Т. 26. Вып. 2. С. 190–195.