

01;05;07

Эффект аномального фотопоглощения в параметрическом рентгеновском излучении в условиях асимметричного отражения

© С.В. Блажевич,¹ А.В. Носков²¹ Белгородский государственный университет,
308015 Белгород, Россия² Белгородский университет потребительской кооперации,
308023 Белгород, Россия
e-mail: science@bupk.ru

(Поступило в Редакцию 15 октября 2007 г.)

Рассматривается параметрическое рентгеновское излучение (ПРИ) релятивистского электрона, пересекающего монокристаллическую пластинку в геометрии рассеяния Лауэ. На основе двухволнового приближения динамической теории дифракции получены выражения, описывающие спектрально-угловое распределение ПРИ и дифрагированного переходного излучения (ДПИ), сформированные на атомных плоскостях, расположенных под произвольным углом δ к поверхности кристаллической пластинки (асимметричное отражение). Выявлены условия, при которых эффект аномально низкого фотопоглощения (эффект Бормана) проявляется наиболее ярко. Данный эффект может существенно повысить интенсивность источников перестраиваемого квазимонохроматического рентгеновского излучения, основанных на механизме ПРИ.

PACS: 41.60.-m, 41.75.Ht, 42.25.Fx

Введение

Одним из динамических эффектов в рассеянии свободных рентгеновских лучей в кристалле является эффект аномально низкого фотопоглощения. Впервые этот эффект был экспериментально обнаружен в опытах по рассеянию свободных рентгеновских лучей в кристалле Г. Борманом [1]. Физика эффекта заключается в образовании падающей и рассеянной рентгеновскими волнами стоячей волны, пучности которой расположены в середине пространства между соседними атомными плоскостями, где электронная плотность кристалла, а следовательно и фотопоглощение, являются минимальными. При этом в кристалле образуются две волны, одна из которых поглощается аномально сильно, а другая — аномально слабо. Линейный коэффициент поглощения для обеих волн имеет следующий вид [2]:

$$\mu = \mu_0 \left(1 \pm C^{(s)} \frac{\chi_g''}{\chi_0''} \right),$$

где знак „+“ соответствует аномально большому, а „-“ — аномально низкому поглощению; χ_g'' , χ_0'' — мнимые части коэффициентов в разложении диэлектрической восприимчивости в ряд Фурье по векторам обратной решетки

$$\chi(\omega, \mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{g}} (\chi_g'(\omega) + i\chi_g''(\omega)) e^{i\mathbf{g}\mathbf{r}},$$

$C^{(s)}$ — поляризационный множитель. Для σ -поляризации $C^{(1)} = 1$, для π -поляризации $C^{(2)} = \cos 2\theta_B$, θ_B — угол Брегга. Из приведенной выше формулы следует, что эффект Бормана более ярко наблюдается для σ поляризации, и необходимым условием проявления данного эффекта является выполнение соотношения $\chi_g'' C^{(s)} / \chi_0'' \approx 1$.

Интересным является вопрос о существовании аналогичного эффекта в параметрическом рентгеновском излучении (ПРИ), которое возникает в процессе брэгговской дифракции псевдофотонов кулоновского поля движущейся в кристалле быстрой частицы [3–5]. Ранее в работе [6] было показано, что дополнительный вклад в выход ПРИ из толстой поглощающей кристаллической мишени со стороны переходного излучения, генерируемого быстрой частицей на входной поверхности кристалла и дифрагирующего на тех же атомных плоскостях, которые ответственны за возникновение ПРИ, может существенно возрастать за счет эффекта Бормана, проявляющегося для свободных фотонов. В работах [7–9] эффект Бормана был предсказан непосредственно для процесса рассеяния псевдо-фотонного поля излучающей частицы в геометриях рассеяния Брэгга и Лауэ. Однако в цитируемых работах [6–9] ПРИ и дифрагированное переходное излучение (ДПИ) рассматривались в схеме симметричного отражения, а эффект Бормана рассматривался в предельном случае полубесконечного кристалла, что в реальном эксперименте может привести к ослаблению данного эффекта из-за многократного рассеяния излучающих частиц в мишени. При симметричном отражении в случае геометрии рассеяния Брэгга поверхность кристаллической мишени располагается параллельно ($\delta = 0$), а в случае Лауэ — перпендикулярно ($\delta = \pi/2$) системе дифрагирующих атомных плоскостей.

В работах [10,11] было показано, что спектрально-угловое распределение ПРИ и ДПИ существенно зависят от угла δ . В случае полубесконечного кристалла в геометрии рассеяния Брэгга проявление эффекта Бормана в ПРИ в условиях асимметричного отражения рассматривалось в работе [12].

В настоящей работе рассмотрено когерентное рентгеновское излучение релятивистского электрона, пересекающего монокристаллическую пластинку в геометрии рассеяния Лауэ, получены выражения для спектрально-углового распределения ПРИ, ДПИ, а также слагаемого, описывающего интерференцию этих двух механизмов излучения в общем случае асимметричного отражения, т. е. с учетом различной ориентации атомных плоскостей кристалла относительно его поверхности (угол δ). При этом были выявлены условия, при которых эффект аномально низкого фотопоглощения проявляется наиболее ярко. В частности, показано, что при увеличении асимметрии в одну сторону (увеличение δ) можно при небольшой длине пути электрона в пластинке, при которой можно пренебречь многократным рассеянием, увеличить путь фотона ПРИ в кристалле до величины, превышающей длину фотопоглощения, что приведет к яркому проявлению эффекта Бормана. А при увеличении асимметрии в другую сторону (уменьшении δ) данный эффект проявляется слабее, однако существенно возрастает не только амплитуда, что очевидно, так как поглощение уменьшается, но и ширина спектра, что является неожиданным.

Данный результат может быть использован при создании источников перестраиваемого квазимонохроматического рентгеновского излучения, основанных на механизме ПРИ.

Спектрально-угловое распределение излучения

Рассмотрим излучение быстрой заряженной частицы, пересекающей монокристаллическую пластину с постоянной скоростью \mathbf{V} (рис. 1). При решении задачи будем рассматривать уравнения для фурье-образа электромагнитного поля

$$\mathbf{E}(\mathbf{k}, \omega) = \int dt d^3\mathbf{r} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \exp(i\omega t - i\mathbf{k}\mathbf{r}). \quad (1)$$

Поскольку поле релятивистской частицы с высокой степенью точности можно считать поперечным, то падающая $\mathbf{E}_0(\mathbf{k}, \omega)$ и дифрагированная $\mathbf{E}_g(\mathbf{k}, \omega)$ электромагнитные волны определяются двумя амплитудами с разными значениями поперечной поляризации

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_0(\mathbf{k}, \omega) &= E_0^{(1)}(\mathbf{k}, \omega) \mathbf{e}_0^{(1)} + E_0^{(2)}(\mathbf{k}, \omega) \mathbf{e}_0^{(2)}, \\ \mathbf{E}_g(\mathbf{k}, \omega) &= E_g^{(1)}(\mathbf{k}, \omega) \mathbf{e}_1^{(1)} + E_g^{(2)}(\mathbf{k}, \omega) \mathbf{e}_1^{(2)}. \end{aligned} \quad (2)$$

Единичные векторы поляризации $\mathbf{e}_0^{(1)}$, $\mathbf{e}_0^{(2)}$, $\mathbf{e}_1^{(1)}$ и $\mathbf{e}_1^{(2)}$ выбираются следующим образом. Векторы $\mathbf{e}_0^{(1)}$ и $\mathbf{e}_0^{(2)}$ перпендикулярны вектору \mathbf{k} , а векторы $\mathbf{e}_1^{(1)}$ и $\mathbf{e}_1^{(2)}$ перпендикулярны вектору $\mathbf{k}_g = \mathbf{k} + \mathbf{g}$. Причем векторы $\mathbf{e}_0^{(2)}$, $\mathbf{e}_1^{(2)}$ лежат в плоскости векторов \mathbf{k} и \mathbf{k}_g (π -поляризация), а векторы $\mathbf{e}_0^{(1)}$ и $\mathbf{e}_1^{(1)}$ перпендикулярны ей (σ -поляризация);

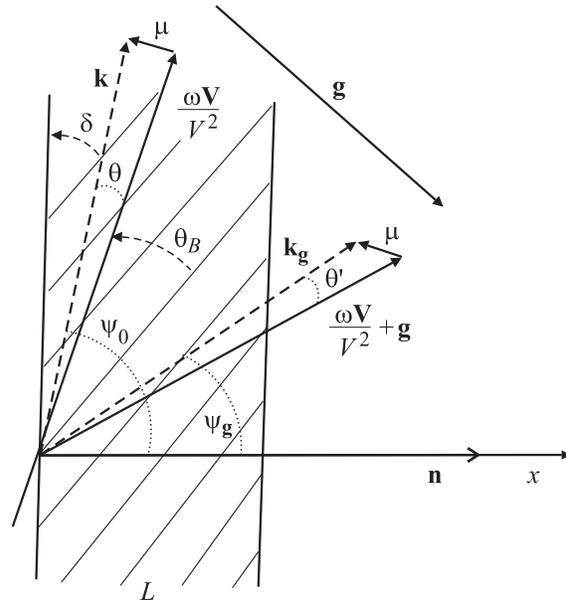


Рис. 1. Геометрия процесса излучения: θ' — угол излучения, θ_B — угол Брэгга (угол между скоростью электрона \mathbf{V} и атомными плоскостями), δ — угол между поверхностью рассматриваемыми атомными плоскостями кристалла, \mathbf{k} и \mathbf{k}_g — волновые векторы падающего и дифрагированного фотона.

\mathbf{g} — вектор обратной решетки, определяющий систему отражающих атомных плоскостей кристалла. Система уравнений для фурье-образа электромагнитного поля в двухволновом приближении динамической теории дифракции имеет следующий вид [13]:

$$\begin{cases} (\omega^2(1 + \chi_0) - k^2)E_0^{(s)} + \omega^2\chi_{-g}C^{(s)}E_g^{(s)} = \\ = 8\pi^2ie\omega\theta V P^{(s)}d(\omega - \mathbf{k}\mathbf{V}), \\ \omega^2\chi_g C^{(s)}E_0^{(s)} + (\omega^2(1 + \chi_0) - k_g^2)E_g^{(s)} = 0, \end{cases} \quad (3)$$

где χ_g , χ_{-g} — коэффициенты фурье-разложения диэлектрической восприимчивости кристалла по векторам обратной решетки \mathbf{g} :

$$\chi(\omega, \mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{g}} \chi_g(\omega) e^{i\mathbf{g}\mathbf{r}} = \sum_{\mathbf{g}} (\chi'_g(\omega) + i\chi''_g(\omega)) e^{i\mathbf{g}\mathbf{r}}. \quad (4)$$

Будем рассматривать кристалл с симметрией ($\chi_g = \chi_{-g}$); χ_g определяется выражением

$$\chi_g = \chi_0 (F(g)/Z) (S(g)/N_0) \exp\left(-\frac{1}{2} g^2 u_T^2\right), \quad (5)$$

где $\chi_0 = \chi'_0 + i\chi''_0$ — средняя диэлектрическая восприимчивость, $F(g)$ — формфактор атома, содержащего Z электронов, $S(g)$ — структурный фактор элементарной ячейки, содержащей N_0 атомов, u_T — среднеквадратичная амплитуда тепловых колебаний атомов кристалла. В работе рассматривается рентгеновская область частот ($\chi'_g < 0$, $\chi''_g < 0$).

Значения $C^{(s)}$ и $P^{(s)}$ определены в системе (3) следующим образом:

$$C^{(s)} = \mathbf{e}_0^{(s)} \mathbf{e}_1^{(s)}, \quad C^{(1)} = 1, \quad C^{(2)} = \cos 2\theta_B,$$

$$P^{(s)} = \mathbf{e}_0^{(s)} (\boldsymbol{\mu}/\mu), \quad P^{(1)} = \sin \varphi, \quad P^{(2)} = \cos \varphi, \quad (6)$$

где $\boldsymbol{\mu} = \mathbf{k} - \omega \mathbf{V}/V^2$ — составляющая импульса виртуального фотона, перпендикулярная скорости частицы \mathbf{V} ($\mu = \omega\theta/V$, где $\theta \ll 1$ — угол между векторами \mathbf{k} и \mathbf{V}), θ_B — угол между скоростью электрона и системой кристаллографических плоскостей (угол Брэгга), φ — азимутальный угол. Излучение отсчитывается от плоскости, образованной векторами \mathbf{V} и \mathbf{g} , значение вектора обратной решетки определяется выражением $g = 2\omega_B \sin \theta_B/V$, ω_B — частота Брэгга. Угол между вектором $\frac{\omega \mathbf{V}}{V^2} + \mathbf{g}$ и волновым вектором дифрагированной волны \mathbf{k}_g обозначен θ' . Система уравнений (3) при $s = 1$ описывает поля σ -поляризованные, а при $s = 2$ — π -поляризованные.

Решим следующее из системы (3) дисперсионное уравнение для рентгеновских волн в кристалле:

$$(\omega^2(1 + \chi_0) - k^2)(\omega^2(1 + \chi_0) - k_g^2) - \omega^4 \chi_{-g} \chi_g C^{(s)^2} = 0 \quad (7)$$

стандартными методами динамической теории [2].

Будем искать проекции волновых векторов \mathbf{k} и \mathbf{k}_g на ось x , совпадающую с вектором \mathbf{n} (см. рис. 1) в виде

$$k_x = \omega \cos \psi_0 + \frac{\omega \chi_0}{2 \cos \psi_0} + \frac{\lambda_0}{\cos \psi_0},$$

$$k_{gx} = \omega \cos \psi_g + \frac{\omega \chi_0}{2 \cos \psi_g} + \frac{\lambda_g}{\cos \psi_g}. \quad (8)$$

При этом будем использовать известное соотношение, связывающее динамические добавки λ_0 и λ_g для рентгеновских волн [2]:

$$\lambda_g = \frac{\omega \beta}{2} + \lambda_0 \frac{\gamma_g}{\gamma_0}, \quad (9)$$

где $\beta = \alpha - \chi_0(1 - \frac{\gamma_g}{\gamma_0})$, $\alpha = \frac{1}{\omega^2}(k_g^2 - k^2)$, $\gamma_0 = \cos \psi_0$, $\gamma_g = \cos \psi_g$, ψ_0 — угол между волновым вектором падающей волны \mathbf{k} и вектором нормали к поверхности пластинки \mathbf{n} , ψ_g — угол между волновым вектором \mathbf{k}_g и вектором \mathbf{n} (см. рис. 1). Модули векторов \mathbf{k} и \mathbf{k}_g имеют вид

$$k = \omega \sqrt{1 + \chi_0} + \lambda_0, \quad k_g = \omega \sqrt{1 + \chi_0} + \lambda_g. \quad (10)$$

Подставим (8) в (7), учтя (9) и $k_{\parallel} \approx \omega \sin \psi_0$, $k_{g\parallel} \approx \omega \sin \psi_g$, получим выражения для динамических добавок

$$\lambda_g^{(1,2)} = \frac{\omega}{4} \left(\beta \pm \sqrt{\beta^2 + 4\chi_g \chi_{-g} C^{(s)^2} \frac{\gamma_g}{\gamma_0}} \right),$$

$$\lambda_0^{(1,2)} = \omega \frac{\gamma_0}{4\gamma_g} \left(-\beta \pm \sqrt{\beta^2 + 4\chi_g \chi_{-g} C^{(s)^2} \frac{\gamma_g}{\gamma_0}} \right). \quad (11)$$

Так как $|\lambda_0| \ll \omega$, $|\lambda_g| \ll \omega$, то можно показать, что $\theta \approx \theta'$ (см. рис. 1), и поэтому в дальнейшем θ' будем обозначать θ .

Решение системы уравнений (3) для дифрагированного поля в кристалле удобно представить в виде

$$E_g^{(s)cr} = -\frac{8\pi^2 i e V \theta P^{(s)}}{\omega}$$

$$\times \frac{\omega^2 \chi_g C^{(s)}}{4 \frac{\gamma_0^2}{\gamma_g^2} (\lambda_g - \lambda_g^{(1)}) (\lambda_g - \lambda_g^{(2)})} \delta \left(\frac{\omega \beta}{2} + \frac{\gamma_g}{\gamma_0} \lambda_0^* - \lambda_g \right)$$

$$+ E^{(s)(1)} \delta(\lambda_g - \lambda_g^{(1)}) + E^{(s)(2)} \delta(\lambda_g - \lambda_g^{(2)}), \quad (12)$$

где $\lambda_0^* = \omega \left(\frac{\gamma_0^{-2} + \theta^2 - \chi_0}{2} \right)$, $\gamma = \sqrt{1 - V^2}$ — лоренц-фактор частицы, а $E^{(s)(1)}$ и $E^{(s)(2)}$ — свободные поля, соответствующие двум решениям (11) дисперсионного уравнения (7).

Для поля в вакууме перед кристаллом решение системы (3) имеет вид:

$$E_0^{(s)vac} = \frac{8\pi^2 i e V \theta P^{(s)}}{\omega} \frac{1}{-\chi_0 - \frac{2}{\omega} \lambda_0} \delta(\lambda_0^* - \lambda_0)$$

$$= \frac{8\pi^2 i e V \theta P^{(s)}}{\omega} \frac{1}{\frac{\gamma_0}{\gamma_g} \left(-\chi_0 - \frac{2}{\omega} \frac{\gamma_0}{\gamma_g} \lambda_g + \beta \frac{\gamma_0}{\gamma_g} \right)}$$

$$\times \delta \left(\frac{\omega \beta}{2} + \frac{\gamma_g}{\gamma_0} \lambda_0^* - \lambda_g \right), \quad (13)$$

здесь используется вытекающее из (9) соотношение

$$\delta(\lambda_0^* - \lambda_0) = \frac{1}{\gamma_0/\gamma_g} \delta \left(\frac{\omega \beta}{2} + \frac{\gamma_g}{\gamma_0} \lambda_0^* - \lambda_g \right).$$

Для поля в вакууме позади кристалла

$$E_g^{(s)vac} = E_g^{(s)Rad} \delta \left(\lambda_g + \frac{\omega \chi_0}{2} \right), \quad (14)$$

где $E^{(s)Rad}$ — поле излучения.

Из второго уравнения системы (3) следует выражение, связывающее дифрагированное и падающее поля в кристалле:

$$E_0^{(s)cr} = \frac{2\omega \lambda_g}{\omega^2 \chi_g C^{(s)}} E_g^{(s)cr}. \quad (15)$$

Воспользовавшись обычными граничными условиями

$$\left. \begin{aligned} \int E_0^{(s)vac} d\lambda_g &= \int E_0^{(s)cr} d\lambda_g, \\ \int E_g^{(s)cr} \exp \left(i \frac{\lambda_g}{\gamma_g} L \right) d\lambda_g &= \int E_g^{(s)vac} \exp \left(i \frac{\lambda_g}{\gamma_g} L \right) d\lambda_g, \\ \int E_g^{(s)cr} d\lambda_g &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

получим выражение для поля излучения:

$$E_g^{(s)Rad} = \frac{8\pi^2 i e V \theta P^{(s)}}{\omega} \frac{\omega^2 \chi_g C^{(s)} \exp\left(i\left(\frac{\omega\chi_0}{2} + \lambda_g^* \frac{L}{\gamma_g}\right)\right)}{2\omega(\lambda_g^{(1)} - \lambda_g^{(2)})} \times \left[\left(\frac{\omega}{\frac{\gamma_0}{\gamma_g}(-\chi_0\omega - 2\lambda_0^*)} + \frac{\omega}{2\frac{\gamma_0^2}{\gamma_g^2}(\lambda_g^* - \lambda_g^{(2)})} \right) \times \left(1 - \exp\left(-i\frac{\lambda_g^* - \lambda_g^{(2)}}{\gamma_g} L\right) \right) - \left(\frac{\omega}{\frac{\gamma_0}{\gamma_g}(-\chi_0\omega - 2\lambda_0^*)} + \frac{\omega}{2\frac{\gamma_0^2}{\gamma_g^2}(\lambda_g^* - \lambda_g^{(1)})} \right) \times \left(1 - \exp\left(-i\frac{\lambda_g^* - \lambda_g^{(1)}}{\gamma_g} L\right) \right) \right], \quad (17)$$

где $\lambda_g^* = \frac{\omega\beta}{2} + \frac{\gamma_g}{\gamma_0} \lambda_0^*$.

Из выражения для поля излучения прямолинейно движущегося электрона (17) можно выделить два слагаемых:

$$E_g^{(s)Rad} = E_g^{(s)PXR} + E_g^{(s)DTR}, \quad (18a)$$

$$E_g^{(s)PXR} = \frac{8\pi^2 i e V \theta P^{(s)}}{\omega} \frac{\omega^2 \chi_g C^{(s)}}{2\omega(\lambda_g^{(1)} - \lambda_g^{(2)}) \frac{\gamma_0}{\gamma_g}} \times \left[\left(\frac{\omega}{2\frac{\gamma_0}{\gamma_g}(\lambda_g^* - \lambda_g^{(2)})} - \frac{\omega}{2\lambda_0^*} \right) \left(1 - \exp\left(-i\frac{\lambda_g^* - \lambda_g^{(2)}}{\gamma_g} L\right) \right) - \left(\frac{\omega}{2\frac{\gamma_0}{\gamma_g}(\lambda_g^* - \lambda_g^{(1)})} - \frac{\omega}{2\lambda_0^*} \right) \left(1 - \exp\left(-i\frac{\lambda_g^* - \lambda_g^{(1)}}{\gamma_g} L\right) \right) \right] \times \exp\left(i\left(\frac{\omega\chi_0}{2} + \lambda_g^* \frac{L}{\gamma_g}\right)\right), \quad (18b)$$

$$E_g^{(s)DTR} = \frac{8\pi^2 i e V \theta P^{(s)}}{\omega} \frac{\omega^2 \chi_g C^{(s)}}{2\omega(\lambda_g^{(1)} - \lambda_g^{(2)}) \frac{\gamma_0}{\gamma_g}} \times \left(\frac{\omega}{-\omega\chi_0 - 2\lambda_0^*} + \frac{\omega}{2\lambda_0^*} \right) \left(\exp\left(-i\frac{\lambda_g^* - \lambda_g^{(1)}}{\gamma_g} L\right) - \exp\left(-i\frac{\lambda_g^* - \lambda_g^{(2)}}{\gamma_g} L\right) \right) \exp\left(i\left(\frac{\omega\chi_0}{2} + \lambda_g^* \frac{L}{\gamma_g}\right)\right). \quad (18c)$$

Выражение (18b) описывает поле ПРИ, причем существенной является первая ветвь ПРИ, так как реальная часть знаменателя, соответствующего этой ветви, может обратиться в нуль ($\text{Re}(\lambda_g^* - \lambda_g^{(1)}) = 0$), а второй нет ($\text{Re}(\lambda_g^* - \lambda_g^{(2)}) \neq 0$). Выражение (18c) описывает поле ДПИ, которое возникает вследствие дифракции на системе атомных плоскостей кристалла, ответственных за

формирование ПРИ, переходного излучения, возникшего на входной поверхности.

Подставив выражения (11) в (18b) и (18c) и оставив только первую ветвь ПРИ, представим их в следующем виде:

$$E_g^{(s)PXR} = -\frac{4\pi^2 i e V}{\omega} \frac{\theta P^{(s)}}{\theta^2 + \gamma^{-2} - \chi_0} \times \frac{\exp\left(i\left(\frac{\omega\chi_0}{2} + \lambda_g^* \frac{L}{\gamma_g}\right)\right)}{K^{(s)}} \frac{\xi^{(s)}(\omega) - \frac{i\rho^{(s)}(1-\varepsilon)}{2} - K^{(s)}}{\sigma^{(s)} - \frac{i\rho^{(s)}(1+\varepsilon)}{2\varepsilon} + \frac{\xi^{(s)}(\omega) - K^{(s)}}{\varepsilon}} \times \left(1 - \exp\left(-ib^{(s)}\left(\sigma^{(s)} - \frac{i\rho^{(s)}(1+\varepsilon)}{2\varepsilon} + \frac{\xi^{(s)}(\omega) - K^{(s)}}{\varepsilon}\right)\right) \right), \quad (19a)$$

$$E_g^{(s)DTR} = -\frac{4\pi^2 i e V}{\omega} \theta P^{(s)} \left(\frac{1}{\theta^2 + \gamma^{-2}} - \frac{1}{\theta^2 + \gamma^{-2} - \chi_0} \right) \times \frac{\exp\left(i\left(\frac{\omega\chi_0}{2} + \lambda_g^* \frac{L}{\gamma_g}\right)\right)}{\frac{K^{(s)}}{\varepsilon}} \times \left(\exp\left(-ib^{(s)}\left(\sigma^{(s)} - \frac{i\rho^{(s)}(1+\varepsilon)}{2\varepsilon} + \frac{\xi^{(s)}(\omega) - K^{(s)}}{\varepsilon}\right)\right) - \exp\left(-ib^{(s)}\left(\sigma^{(s)} - \frac{i\rho^{(s)}(1+\varepsilon)}{2\varepsilon} + \frac{\xi^{(s)}(\omega) + K^{(s)}}{\varepsilon}\right)\right) \right), \quad (19b)$$

где

$$K^{(s)} = \sqrt{\frac{\xi^{(s)}(\omega)^2 + \varepsilon - 2i\rho^{(s)}\left(\frac{1-\varepsilon}{2}\right)\xi^{(s)}(\omega) + \kappa^{(s)}\varepsilon}{-\rho^{(s)2}\left(\frac{1-\varepsilon}{4}\right) + \kappa^{(s)2}\varepsilon}},$$

$$\xi^{(s)}(\omega) = \frac{\alpha}{2|\chi_g'|C^{(s)}} - \frac{\chi_0'(1-\varepsilon)}{2|\chi_g'|C^{(s)}} = \eta^{(s)}(\omega) + \frac{(1-\varepsilon)}{2\nu^{(s)}},$$

$$\nu^{(s)} = \frac{|\chi_g'|C^{(s)}}{|\chi_0'|}, \quad \rho^{(s)} = \frac{\chi_0''}{|\chi_g'|C^{(s)}},$$

$$\eta^{(s)}(\omega) = \frac{\alpha}{2|\chi_g'|C^{(s)}} = \frac{2\sin^2\theta_B}{V^2|\chi_g'|C^{(s)}} \left(1 - \frac{\omega(1-\theta\cos\varphi\cot\theta_B)}{\omega_B} \right),$$

$$\varepsilon = \frac{\gamma_g}{\gamma_0}, \quad \kappa^{(s)} = \frac{\chi_g''C^{(s)}}{\chi_0''},$$

$$\sigma^{(s)} = \frac{1}{|\chi_g'|C^{(s)}} (\theta^2 + \gamma^{-2} - \chi_0'), \quad b^{(s)} = \frac{\omega|\chi_g'|C^{(s)} L}{2\gamma_0}. \quad (20)$$

Параметр $b^{(s)}$ определяет роль длины пути электрона в кристалле L/γ_0 в процессе излучения. Так как в области рентгеновских частот выполняется неравенство $2 \sin^2 \theta_B / (V^2 |\chi'_g| C^{(s)}) \gg 1$, то $\eta^{(s)}(\omega)$ является быстрой функцией от частоты ω , поэтому для дальнейшего анализа спектра ПРИ и ДПИ удобно рассматривать $\eta^{(s)}(\omega)$ как спектральную переменную, характеризующую частоту ω . Заметим, что в формулы входит не $\eta^{(s)}(\omega)$, а $\xi^{(s)}(\omega) = \eta^{(s)}(\omega) + \frac{(1-\varepsilon)}{2\nu^{(s)}}$, где второе слагаемое появляется вследствие эффекта преломления при асимметричном отражении. В случае симметричного отражения ($\varepsilon = 1$) оно равно нулю.

Параметр ε представим в виде $\varepsilon = \sin(\delta + \theta_B) / \sin(\delta - \theta_B)$, где δ — угол между входной поверхностью мишени и кристаллографической плоскостью. При уменьшении угла δ параметр ε возрастает, и наоборот.

Подставив (19а) и (19б) в известное [13] выражение для спектрально-угловой плотности рентгеновского излучения

$$\frac{d^2W}{d\omega d\Omega} = \omega^2 (2\pi)^{-6} \sum_{s=1}^2 |E_{\text{Rad}}^{(s)}|^2, \quad (21)$$

получим формулы для спектрально-угловой плотности ПРИ, ДПИ и слагаемого, являющегося результатом интерференции этих механизмов излучения:

$$\begin{aligned} \omega \frac{d^2N_{PXR}^{(s)}}{d\omega d\Omega} &= \frac{e^2}{4\pi^2} \frac{\theta^2 P^{(s)^2}}{(\theta^2 + \gamma^{-2} - \chi'_0)^2} \\ &\times \left| \frac{1}{K^{(s)}} \frac{\xi^{(s)}(\omega) - \frac{i\rho^{(s)}(1-\varepsilon)}{2} - K^{(s)}}{\sigma^{(s)} - \frac{i\rho^{(s)}(1+\varepsilon)}{2\varepsilon} + \frac{\xi^{(s)}(\omega) - K^{(s)}}{\varepsilon}} \right. \\ &\times \left(1 - \exp \left(-ib^{(s)} \left(\sigma^{(s)} - \frac{i\rho^{(s)}(1+\varepsilon)}{2\varepsilon} \right. \right. \right. \\ &\left. \left. \left. + \frac{\xi^{(s)}(\omega) - K^{(s)}}{\varepsilon} \right) \right) \right)^2, \quad (22a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \omega \frac{d^2N_{DIR}^{(s)}}{d\omega d\Omega} &= \frac{e^2}{4\pi^2} \theta^2 P^{(s)^2} \\ &\times \left(\frac{1}{\theta^2 + \gamma^{-2}} - \frac{1}{\theta^2 + \gamma^{-2} - \chi'_0} \right)^2 \\ &\times \left| \frac{\exp(-ib^{(s)} \left(\sigma^{(s)} - \frac{i\rho^{(s)}(1+\varepsilon)}{2\varepsilon} + \frac{\xi^{(s)}(\omega) - K^{(s)}}{\varepsilon} \right))}{K^{(s)}/\varepsilon} \right. \\ &\left. - \frac{\exp(-ib^{(s)} \left(\sigma^{(s)} - \frac{i\rho^{(s)}(1+\varepsilon)}{2\varepsilon} + \frac{\xi^{(s)}(\omega) + K^{(s)}}{\varepsilon} \right))}{K^{(s)}/\varepsilon} \right|^2, \quad (22b) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \omega \frac{d^2N_{INT}^{(s)}}{d\omega d\Omega} &= \frac{e^2}{2\pi^2} \frac{\theta^2 P^{(s)^2}}{(\theta^2 + \gamma^{-2} - \chi'_0)} \\ &\times \left(\frac{1}{\theta^2 + \gamma^{-2}} - \frac{1}{\theta^2 + \gamma^{-2} - \chi'_0} \right) \frac{\varepsilon}{|K^{(s)}|^2} \\ &\times \text{Re} \left(\frac{\xi^{(s)}(\omega) - \frac{i\rho^{(s)}(1-\varepsilon)}{2} - K^{(s)}}{\sigma^{(s)} - \frac{i\rho^{(s)}(1+\varepsilon)}{2\varepsilon} + \frac{\xi^{(s)}(\omega) - K^{(s)}}{\varepsilon}} \left(1 - \exp \left(-ib^{(s)} \right. \right. \right. \\ &\left. \left. \left. \times \left(\sigma^{(s)} - \frac{i\rho^{(s)}(1+\varepsilon)}{2\varepsilon} + \frac{\xi^{(s)}(\omega) - K^{(s)}}{\varepsilon} \right) \right) \right) \right) \\ &\times \left(\exp \left(ib^{(s)} \left(\sigma^{(s)} + \frac{i\rho^{(s)}(1+\varepsilon)}{2\varepsilon} + \frac{\xi^{(s)}(\omega) - K^{(s)*}}{\varepsilon} \right) \right) \right. \\ &\left. - \exp \left(ib^{(s)} \left(\sigma^{(s)} - \frac{i\rho^{(s)}(1+\varepsilon)}{2\varepsilon} + \frac{\xi^{(s)}(\omega) + K^{(s)*}}{\varepsilon} \right) \right) \right), \quad (22c) \end{aligned}$$

где $K^{(s)*}$ — выражение, комплексно сопряженное $K^{(s)}$.

Выражения для спектрально-угловой плотности ПРИ и ДПИ получены на основе двухволнового приближения динамической теории дифракции с учетом поглощения излучения в среде и возможности различной ориентации дифрагирующих атомных плоскостей кристалла относительно поверхности кристаллической пластинки.

В частном случае, когда атомные плоскости кристалла перпендикулярны входной поверхности ($\delta = \pi/2$, $\varepsilon = 1$), выражения (22а) и (22б) переходят в выражения, полученные в работе [8].

Эффект аномального фотопоглощения в ПРИ

Для анализа влияния эффекта Бормана на спектрально-угловые характеристики ПРИ в общем асимметричном случае представим выражение (22а) в следующем удобном виде:

$$\begin{aligned} \omega \frac{d^2N_{PXR}^{(s)}}{d\omega d\Omega} &= \frac{e^2}{4\pi^2} \frac{P^{(s)^2}}{|\chi'_0|} F_{PXR}^{(s)}, \\ F_{PXR}^{(s)} &= \frac{\frac{\theta^2}{|\chi'_0|}}{\left(\frac{\theta^2}{|\chi'_0|} + \frac{1}{\gamma^2 |\chi'_0|} + 1 \right)^2} \left| \frac{1}{K^{(s)}} \right. \\ &\times \frac{\xi^{(s)}(\omega) - \frac{i\rho^{(s)}(1-\varepsilon)}{2} - K^{(s)}}{\sigma^{(s)} - \frac{i\rho^{(s)}(1+\varepsilon)}{2\varepsilon} + \frac{\xi^{(s)}(\omega) - K^{(s)}}{\varepsilon}} \left(1 - \exp \left(-ib^{(s)} \right. \right. \\ &\left. \left. \times \left(\sigma^{(s)} - \frac{i\rho^{(s)}(1+\varepsilon)}{2\varepsilon} + \frac{\xi^{(s)}(\omega) - K^{(s)}}{\varepsilon} \right) \right) \right)^2. \quad (23) \end{aligned}$$

Рассмотрим возможность проявления эффекта Бормана для различных ориентаций поверхности пластинки относительно системы параллельных дифрагирующих

атомных плоскостей (определяемой параметром ε). При этом будем считать фиксированными угол между скоростью электрона и отражающими плоскостями (θ_B) и путь, пройденный электроном в пластинке (L/γ_0).

На рис. 2 показаны три из множества возможных ориентаций поверхности кристаллической пластинки относительно системы параллельных дифрагирующих атомных плоскостей, соответствующих заданной длине прямолинейной траектории релятивистского электрона. Важно отметить, что для того, чтобы путь, пройденный электроном в пластинке (L/γ_0), оставался неизменным, при увеличении параметра ε толщина пластинки должна меняться, при этом уменьшится и путь свободного фотона ПРИ в пластинке.

На рис. 3 представлены кривые, построенные по формуле (23), демонстрирующие возможность проявления эффекта Бормана в случае кристалла конечной толщины

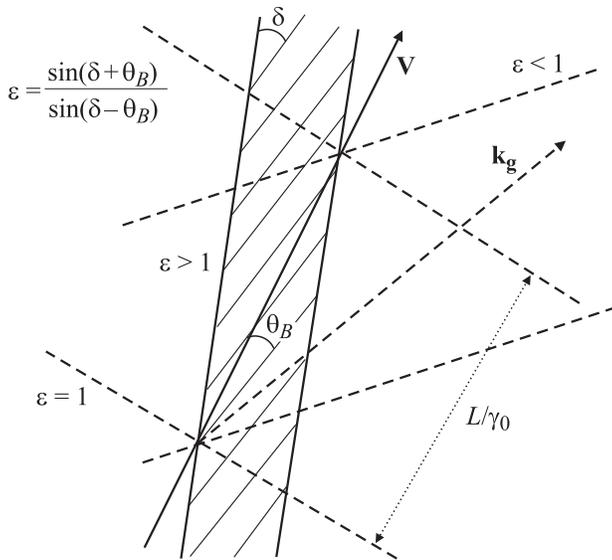


Рис. 2. Симметричное ($\varepsilon = 1$) и асимметричные ($\varepsilon > 1$, $\varepsilon < 1$) отражения поля частицы.

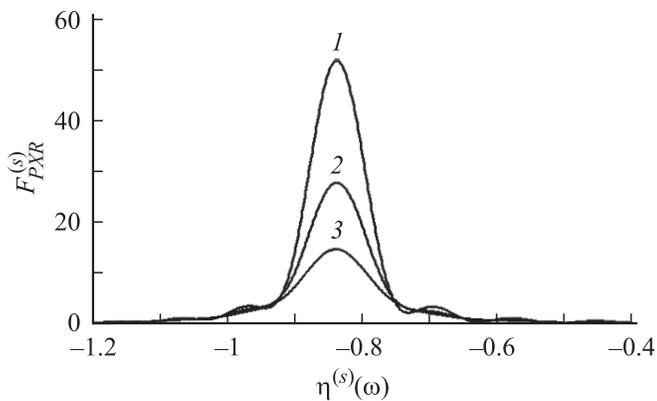


Рис. 3. Влияние асимметрии на степень проявления эффекта Бормана в случае кристалла конечной толщины. 1 — $\kappa^{(s)} = 0.9$, 2 — 0.5, 3 — 0. Параметры системы: $\varepsilon = 0.5$, $b^{(s)} = 20$, $\theta/\chi_0' = 1$, $\rho^{(s)} = 0.1$, $1/(\gamma\sqrt{|x_0'|}) = 0.5$, $\nu^{(s)} = 0.8$.

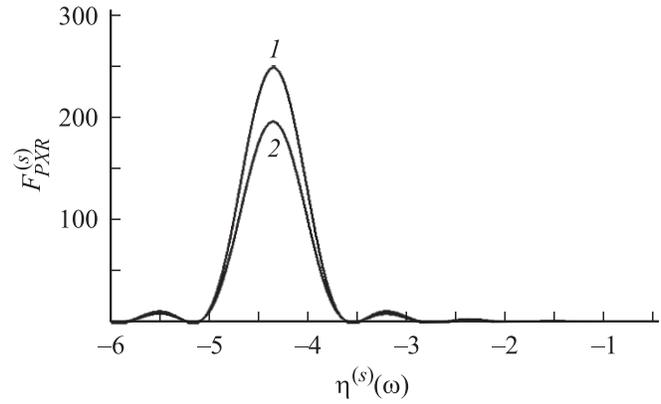


Рис. 4. То же, что для рис. 3: 1 — $\kappa^{(s)} = 0.9$, 2 — $\kappa^{(s)} = 1$. Параметры системы: $\varepsilon = 5$; остальные параметры те же, что на рис. 3.

при указанном коэффициенте асимметрии. При приближении параметра $\kappa^{(s)} = \frac{\chi_g'' C^{(s)}}{\chi_0''}$ к единице проявление данного эффекта в ПРИ, как и для свободных рентгеновских волн, становится достаточно существенным (при $\kappa^{(s)} = 0$ эффект Бормана отсутствует, а при $\kappa^{(s)} = 1$ он максимальный). Необходимо напомнить, что данный параметр зависит от выбора системы параллельных дифрагирующих атомных плоскостей кристалла, частоты излучения, а также от его поляризации. Для σ -поляризации ($C^{(1)} = 1$) данный эффект проявляется более ярко, чем для π -поляризации ($C^{(2)} = \cos 2\theta_B$). Следует отметить, что в реальном эксперименте невозможно подобрать условия, чтобы $\kappa^{(s)}$ был равен единице, максимальное возможное значение составляет $\kappa^{(s)} \approx 0.9$.

На рис. 4 представлены кривые, аналогичные кривым, представленным на рис. 3, но для другого значения коэффициента асимметрии ε . Видно, что в этом случае эффект Бормана слабо проявится, так как длина пути фотона ПРИ в пластинке при этом коэффициенте станет меньше, и амплитуда спектра возрастает. При этом ширина спектра увеличится, так как реальная часть знаменателя дроби в выражении (23а) при больших ε меняется слабее

$$\text{Re} \left[\sigma^{(s)} - \frac{i\rho^{(s)}(1 + \varepsilon)}{2\varepsilon} + \frac{\xi^{(s)}(\omega) - K^{(s)}}{\varepsilon} \right] = 0. \quad (24)$$

Решение уравнения (24) определяет частоту, в окрестности которой сосредоточен спектр фотонов ПРИ, излучаемых под фиксированным углом наблюдения.

В заключение рассмотрим влияние эффекта Бормана на угловую плотность ПРИ. Для этого проинтегрируем выражение (23) по частотной функции $\eta^{(s)}(\omega)$:

$$\frac{dN_{PXR}^{(s)}}{d\Omega} = \frac{e^2 \nu^{(s)} P^{(s)^2}}{8\pi^2 \sin^2 \theta_B} R_{PXR}^{(s)},$$

$$R_{PXR}^{(s)} = \int_{-\infty}^{+\infty} F_{PXR}^{(s)} d\eta^{(s)}(\omega). \quad (25)$$

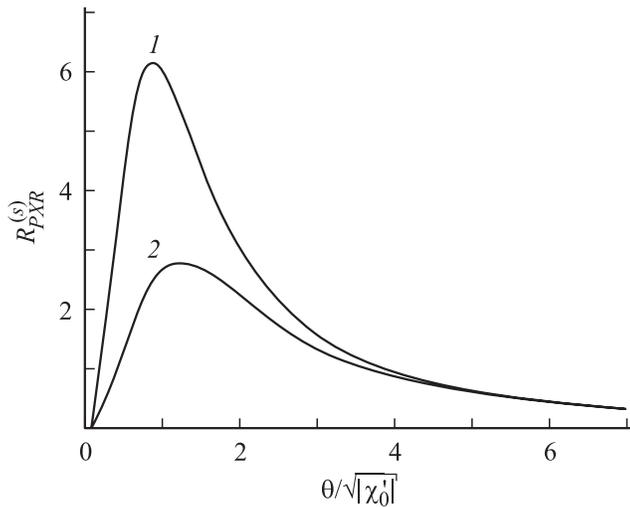


Рис. 5. Влияние эффекта Бормана на угловую плотность ПРИ для коэффициента асимметрии $\varepsilon = 0.5$. 1 — $\kappa^{(s)} = 0.9$, 2 — $\kappa^{(s)} = 0$.

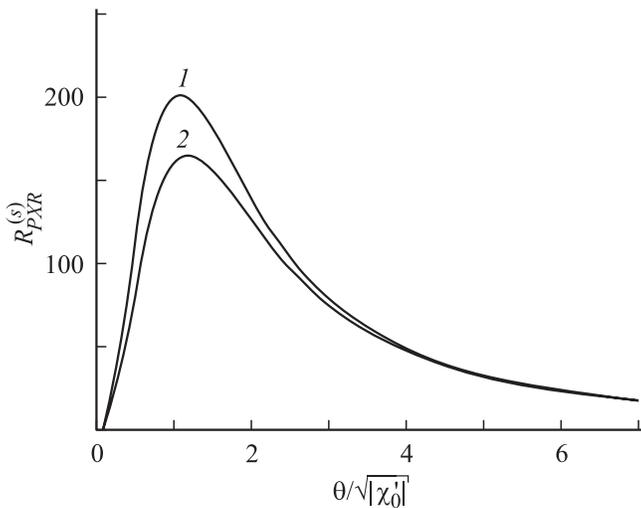


Рис. 6. То же, что для рис. 5, $\varepsilon = 5$.

Кривые $R_{PXR}^{(s)}$, представленные на рис. 5 и 6, демонстрируют влияние эффекта Бормана на угловую плотность для двух различных коэффициентов асимметрии при тех же условиях, что и на рис. 3 и 4 соответственно.

Заключение

В работе на основе двухволнового приближения динамической теории дифракции получены аналитические выражения спектрально-углового распределения ПРИ и ДПИ релятивистского электрона, пересекающего кристаллическую пластинку произвольной толщины в геометрии рассеяния Лауэ в общем случае асимметричного отражения. Полученные выражения содержат угол между поверхностью кристаллической пластинки и дифрагирующими атомными плоскостями кристалла

(угол δ) и позволяют исследовать степень проявления динамического эффекта Бормана в ПРИ в зависимости от этого угла. В работе показано, что, изменяя степень асимметрии отражения, можно создать условия, при которых длина пути электрона в пластинке будет мала, что позволит пренебречь многократным рассеянием электрона, а путь фотона ПРИ в кристалле станет больше длины фотопоглощения, что приведет к более яркому проявлению эффекта Бормана в ПРИ и к возможности его экспериментального обнаружения. Данный эффект позволяет существенно повысить интенсивность источников перестраиваемого квазимонохроматического рентгеновского излучения, основанных на механизме ПРИ.

Настоящая работа выполнена при поддержке фонда РФФИ, грант № 05-02-16512 и государственного контракта 02.552.11.7017 в рамках Федеральной целевой программы.

Список литературы

- [1] *Borrmann G.* // *Zn. Phys.* 1941. Bd 42. S. 157.
- [2] *Пинскер З.* Динамическое рассеяние рентгеновских лучей в идеальных кристаллах. М.: Наука, 1974. 369 с.
- [3] *Тер-Микаэлян М.Л.* Влияние среды на электромагнитные процессы при высоких энергиях. Ереван: Изд-во АН АрмССР, 1969. 458 с.
- [4] *Гарибян Г.М., Ян Ши* // *ЖЭТФ.* Т. 61. С. 930.
- [5] *Барышевский В.Г., Феранчук И.Д.* // *ЖЭТФ.* 1971. Т. 61. С. 944.
- [6] *Nasonov N.* // *Phys. Lett. A.* 1999. Vol. 260. P. 391.
- [7] *Гэри Ч., Каплин В., Насонов Н.* и др. // Тез. XXX Междунар. конф. „Физика взаимодействия заряженных частиц с кристаллами“. М.: Изд-во МГУ, 2000. С. 48.
- [8] *Насонов Н.Н., Носков А.В., Сергиенко В.И., Сыщенко В.Г.* // *Изв. вузов. Физика.* 2001. Т. 44. № 6. С. 75.
- [9] *Adishev Y.N., Arishev S.N., Vnukov A.V.* et al. // *Nucl. Instr. Meth. B.* 2003. Vol. 201. P. 114.
- [10] *Блажевич С.В., Носков А.В.* // *Поверхность.* 2006. № 4. С. 23.
- [11] *Blazhevich S.V., Noskov A.V.* // *Nucl. Instr. Meth. B.* 2006. Vol. 252. P. 69.
- [12] *Blazhevich S.V., Noskov A.V.* // *Problems of Atomic Sci and Techn.* 2006. N 3. Ser. Nuclear Physics Investigations. P. 160.
- [13] *Базылев В.А., Жеваго Н.К.* Изучение быстрых частиц в веществе и внешних полях. М.: Наука, 1987. 272 с.