

01;04

## Кинетическая теория неидеальной плазмы, дисперсионные соотношения

© И.Н. Косарев

(Поступило в Редакцию 23 ноября 2007 г.)

Кинетическая теория плазмы, основанная на построении пропагаторов для функций распределения частиц плазмы, обобщается на случай неидеальной плазмы. С использованием этой теории вычисляется диэлектрическая проницаемость однородной неидеальной плазмы, состоящей из одного сорта ионов, нейтрализованных поляризуемым электронным фоном. Получены дисперсионные соотношения для ионно-звуковых и низкочастотных поперечных волн в плазме.

PACS: 52.25.Dg

### Введение

Неидеальная плазма  $\Gamma = Z^2 e^2 / r_p T \gg 1$ , где  $Z$  является зарядом частицы плазмы в единицах абсолютной величины заряда электрона  $e$ ,  $r = r_p = n^{-1/3}$ ,  $n$  — концентрация частиц плазмы,  $T$  является температурой плазмы (в энергетических единицах), довольно часто возникает в астрофизических объектах и в лабораторных условиях. Условие  $\Gamma \gg 1$  для ионов выполняется в плазме, которая возникает в результате генерации мощных ударных волн химическими и электрическими взрывами, воздействием лазерного и мягкого рентгеновского излучений, потоками электронов и ионов и др. [1]. Плазма с параметром неидеальности  $\Gamma \gg 1$  для ионов возникает также в ловушках и накопительных кольцах [2,3]. Пылевая плазма с большим параметром неидеальности часто реализуется в лабораторных условиях [4,5]. Ниже рассматривается случай классической (неквантовой) неидеальной плазмы.

Дисперсионные соотношения для линейных волн в неидеальной плазме исследуются в рамках различных подходов: приближение квазилокализованного заряда [6], обобщенной гидродинамики [7], коррекции к локальному полю [8,9]. Последние два подхода основаны на введении характерного максвелловского времени  $\tau_M$  вязкоупругой релаксации. На временах, меньших  $\tau_M$ , неидеальная плазма ведет себя подобно упругому телу, а на временах, больших  $\tau_M$ , подобно вязкой жидкости. В подходе [8,9] учитывается также зависимость времени  $\tau_M$  от волнового вектора [10]. Основные отличия дисперсии волн в неидеальной плазме от случая идеальной плазмы таковы: наличие аномальной дисперсии продольных волн и поперечных волн малой частоты. В настоящей работе будет проведено исследование дисперсионных зависимостей без введения характерного времени вязкоупругой релаксации  $\tau_M$ .

### Формулировка теории

В настоящей работе кинетическая теория неидеальной плазмы основана на построении пропагатора для функции распределения частиц плазмы. В случае

разреженной плазмы пропагаторы построены в [11]. Рассмотрим сначала однокомпонентную плазму (ОКП) (сорт частиц  $a$  на нейтрализующем фоне)  $\Gamma_{aa} = (Z_a e)^2 / r_p^a T_a \gg 1$ . Пропагатор на временах, меньших времени релаксации, имеет вид:

$$\begin{aligned}
 K_a(2, 1) = & \mu \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} \int_{t_1}^{t_2} dt \left( \frac{m_a \mathbf{v}^2(t)}{2} - \frac{m_a \mathbf{v}'^2(t)}{2} \right) + n_a V_{aa}^{\text{coll}} \right\} \\
 & \times \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} \int_{t_1}^{t_2} dt (\mathbf{F}_a(t) \mathbf{r}_a(t) - \mathbf{F}_a(t) \mathbf{r}'_a(t)) \right\} \\
 & + \mu \frac{n_a n_a}{2} \int d\mathbf{R}_1 d\mathbf{R}_2 d\mathbf{p}_1 d\mathbf{p}_2 g_{aa}(\mathbf{R}_1, \mathbf{p}_1, \mathbf{R}_2, \mathbf{p}_2, t_1) \\
 & \times \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} \int_{t_1}^{t_2} dt \sum_{k=1,2} \left( -U_{aa}(\mathbf{R}_k - \mathbf{v}_k(t_2 - t) - \mathbf{r}_a(t)) \right) \right\} \\
 & \times \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} \int_{t_1}^{t_2} dt \sum_{k=1,2} \left( U_{aa}(\mathbf{R}_k - \mathbf{v}_k(t_2 - t) - \mathbf{r}'_a(t)) \right) \right\} \\
 & \times \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} \int_{t_1}^{t_2} dt \left( \frac{m_a \mathbf{v}_a^2(t)}{2} - \frac{m_a \mathbf{v}'^2_a(t)}{2} \right) + n_a V_{aa}^{\text{coll}} \right\} \\
 & \times \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} \int_{t_1}^{t_2} dt (\mathbf{F}_a(t) \mathbf{r}_a(t) - \mathbf{F}_a(t) \mathbf{r}'_a(t)) \right\},
 \end{aligned} \tag{1}$$

$$\mu = \left( \frac{m_a}{2\pi\hbar(t_2 - t_1)} \right)^3,$$

где  $\mathbf{v}_a(t)$ ,  $\mathbf{r}_a(t)$  — скорость и радиус-вектор частицы,  $U_{aa} = \frac{(Z_a e)^2}{R}$  — потенциальная энергия взаимодействия частиц плазмы,  $\mathbf{R}_i$  — радиус-вектор рассеивающего центра,  $\mathbf{F}_a$  — внешняя сила, действующая на частицу,  $n_a$ ,  $m_a$  — средняя концентрация и масса частиц плазмы. Траектория частицы удовлетворяет граничным условиям:  $\mathbf{r}(t_1) = \mathbf{r}_1$ ,  $\mathbf{r}_a(t_2) = \mathbf{r}_2$ . Здесь  $g_{aa}(\mathbf{R}_1, \mathbf{p}_1, \mathbf{R}_2, \mathbf{p}_2, t)$  —

парная корреляционная функция;  $V_{aa}^{\text{coll}}$  — столкновительный объем:

$$V_{aa}^{\text{coll}} = \int d\mathbf{p} d\mathbf{R} f_a(\mathbf{R}, \mathbf{p}, t_1) \times \left[ \exp \left\{ -\frac{i}{\hbar} \int_{t_1}^{t_2} dt \left( U_{aa}(\mathbf{R} - \mathbf{v}(t_2 - t) - \mathbf{r}_a(t)) - U_{aa}(\mathbf{R} - \mathbf{v}(t_2 - t) - \mathbf{r}'_a(t)) \right) \right\} - 1 \right], \quad (2)$$

где  $f_a(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$  — одночастичная функция распределения частиц плазмы сорта  $a$ . Однако при вычислении траектории частицы и эффективного действия необходимо учитывать, что в неидеальной плазме усредненное влияние рассеивающих центров (столкновительный объем) на движение частицы характеризуется большим параметром  $n_a r_{\min}^3$  ( $r_{\min}$  является длиной Ландау [12]). Если эффективное действие в (1) вычислено, то эволюция матрицы плотности частиц плазмы на временах, меньших времени релаксации, определяется соотношением:

$$\rho_a(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}'_2, t_2) = \int d\mathbf{r}_1 \int d\mathbf{r}'_1 K_a(2, 1) \rho_a(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}'_1, t_1). \quad (3)$$

Одночастичные функции распределения связаны с матрицей плотности соотношениями:

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) = \frac{V}{(2\pi\hbar)^3} \int d\boldsymbol{\gamma} \rho(\mathbf{r} + \boldsymbol{\gamma}/2, \mathbf{r} - \boldsymbol{\gamma}/2, t) \exp\left(i \frac{\boldsymbol{\gamma}\mathbf{p}}{\hbar}\right),$$

$$\rho(\mathbf{r}, \mathbf{r}', t) = \frac{1}{V} \int d\mathbf{p} f\left(\mathbf{p}, \frac{\mathbf{r} + \mathbf{r}'}{2}, t\right) \exp\left(i \frac{\mathbf{p}(\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{\hbar}\right), \quad (4)$$

$$\int d\mathbf{p} \int \frac{d\mathbf{r}}{V} f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) = 1, \quad \int d\mathbf{r} \rho(\mathbf{r}, \mathbf{r}, t) = 1.$$

Здесь  $V$  является объемом плазмы.

На временах  $\Omega_B(t_2 - t_1) \ll 1$ , где  $\Omega_B = v_a/r_p \Gamma$  является вейскопфовской частотой,  $v_a = \sqrt{T_a/m_a}$ , столкновительный объем (2) имеет вид:

$$V_{aa}^{\text{coll}} = -\frac{8\pi}{15} \sqrt{2\pi} \left[ \frac{Z_a^2 e^2}{\hbar} \left| \int_{t_1}^{t_2} \Delta \mathbf{r}_a(t) dt \right| \right]^{3/2}, \quad (5)$$

$$\Delta \mathbf{r}_a(t) = \mathbf{r}_a(t) - \mathbf{r}'_a(t).$$

Учет  $V_{aa}^{\text{coll}}$  в уравнениях движения частицы приводит к появлению мнимой части экстремальной траектории  $\mathbf{R}_a(t) = (\mathbf{r}_a(t) + \mathbf{r}'_a(t))/2$ . При вычислении интеграла (3), который определяет эволюцию матрицы плотности частиц, точка перевала  $\mathbf{R}_1^*$  также становится комплексной. Кроме того, вследствие учета  $V_{aa}^{\text{coll}}$  появляется нефизический эффект: быстрый самонагрев плазмы. Этот нефизический эффект компенсируется продолжением  $\rho_a(\mathbf{R}, \Delta \mathbf{r}, t)$  на область комплексных значений  $\mathbf{R}$ :

$$\rho_a(\mathbf{R} + i\mathbf{R}^{(i)}, \Delta \mathbf{r}, t) = \rho_a(\mathbf{R}, \Delta \mathbf{r}, t) \exp(-n_a V_{aa}^{\text{coll}}),$$

$$\mathbf{R}^{(i)} = \frac{(t_2 - t_1)}{m_a} \frac{\partial V_{aa}^{\text{coll}}}{\partial \Delta \mathbf{r}_1}. \quad (6)$$

Такое продолжение приводит к тому, что столкновительный объем  $V_{aa}^{\text{coll}}$  не учитывается в пропагаторе (1). Физически это означает, что влияние самосогласного поля на динамику плазмы несущественно в случае неидеальной плазмы. Мнимая часть экстремальной траектории удовлетворяет граничному условию  $\mathbf{R}_a^{(i)}(t_1) = \mathbf{R}_a(t_2) = 0$ . Это условие неоднозначно определяет мнимую часть траектории: она может проходить через нулевую точку произвольное целое число раз  $N$ . При  $N \rightarrow \infty$   $\mathbf{R}_a^{(i)}(t) \rightarrow 0$ . Именно такой выбор является физически оправданным в случае классической плазмы, поскольку в этом случае отсутствуют переходы туннельного типа.

В неидеальной плазме парная корреляционная функция имеет вид [13]:

$$g_{aa}(\mathbf{R}_2, \mathbf{p}_2, \mathbf{R}_1, \mathbf{p}_1, t) = G(R) \sin\left(2\pi d_1 \left(\frac{R}{r_p} + \beta\right) + \alpha\right) \times f_a(\mathbf{R}_2, \mathbf{p}_2, t) f_a(\mathbf{R}_1, \mathbf{p}_1, t), \quad (7)$$

$$R = |\mathbf{R}_2 - \mathbf{R}_1|, d_1 = (3\sqrt{3}/4)^{1/3}, \beta \approx 0.07, \alpha \approx 0.1.$$

Здесь  $G(R)$  является медленно меняющейся функцией. При вычислении второго слагаемого пропагатора (1) члены, определяющие взаимодействие частиц между собой и воздействие внешней силы, учитываются первым порядком теории возмущений. Подстановка (7) в (1) и вычисление интегралов в (1), (3) методом стационарной фазы дает следующее выражение для матрицы плотности частиц в момент времени  $t_2$ :

$$\rho_a(\mathbf{R}_2, \Delta \mathbf{r}_2, t_2) = \rho^{(0)}(\mathbf{R}_2, \Delta \mathbf{r}_2, t_2) + \rho^{(2)}(\mathbf{R}_2, \Delta \mathbf{r}_2, t_2), \quad (8)$$

где  $\rho^{(0)}(\mathbf{R}_2, \Delta \mathbf{r}_2, t_2)$  является результатом воздействия первого слагаемого в (1) на матрицу плотности в начальный момент времени  $t_1$  без учета столкновительного объема  $V_{aa}^{\text{coll}}$ ,  $\rho^{(2)}(\mathbf{R}_2, \Delta \mathbf{r}_2, t_2)$  является результатом воздействия второго слагаемого в (1), в котором учитываются парные корреляции частиц плазмы (также без учета  $V_{aa}^{\text{coll}}$ )

$$\rho^{(2)}(\mathbf{R}_2, \Delta \mathbf{r}_2, t_2) = (2\pi\hbar)^3 n_a^2 G(R_x) \frac{i}{2} \left( 2 \frac{R_S \hbar}{|R_x|^3} \right)^{-1/2} \times \frac{1}{|\det|^{1/2}} \exp\left(\frac{3\pi}{4}\right) \sum_{j=1,2} \exp\left(i(-1)^j \sqrt{8\pi d_1} \sqrt{\frac{R_S}{r_p}} - 2\pi d_1 \beta - i\alpha + (-1)^j \frac{\pi}{4}\right) \times \exp\left(\frac{i}{\hbar} (S_k + S_F)\right) V^2 \rho_a^2(\mathbf{R}_{1j}^*, 0, t_1) \rho_a(\mathbf{R}_{1j}^*, \Delta \mathbf{r}_{1j}^*, t_1), \quad (9)$$

где

$$R_S = \frac{16}{\sqrt{8\hbar}} \frac{Z_a^2 e^2}{V_a} I_{a\perp}, \quad V_a = \max \{|d\mathbf{R}_a(t)/dt|\},$$

$$\mathbf{I}_a = \frac{1}{(t_2 - t_1)} \int_{t_1}^{t_2} \Delta \mathbf{r}_a(t) dt, \quad \mathbf{I}_{a\perp} \perp \mathbf{V}_a, \quad \mathbf{I}_{a\parallel} \parallel \mathbf{V}_a, \quad (10)$$

$$\det = -2 \left( \frac{64}{\sqrt{8}} \right)^5 \left( \frac{Z_a^2 e^2}{V_a R_x^3} \right)^5 I_{a\perp}^3 I_{a\parallel}^2,$$

$$S^{(1)} = -\hbar R_S / R_x,$$

$$\Delta \mathbf{r}_1^* = \Delta \mathbf{r}_2 - \frac{(t_2 - t_1)}{m_a} \frac{\partial(S^{(1)} + S_F)}{\partial \mathbf{R}_1},$$

$$\mathbf{R}_1^* = \mathbf{R}_2 - \frac{(t_2 - t_1)}{m_a} \frac{\partial(S^{(1)} + S_F)}{\partial \Delta \mathbf{r}_1}, \quad (11)$$

$$R_x = \pm \sqrt{\frac{R_S r_p}{2\pi d_1}}.$$

$S_K$ ,  $S_F$  являются вкладом в действие, обусловленными кинетической энергией и внешней силой соответственно. Значение  $R_x$  определяется численным решением нелинейной системы уравнений (11). В общем случае при вычислении точек стационарной фазы  $\mathbf{R}_1^*$ ,  $\Delta \mathbf{r}_1$  в (11) следует учитывать быстроосциллирующую часть начальной матрицы плотности. Малым параметром теории возмущений, использованной при вычислении второго слагаемого пропагатора (1), является

$$p = \frac{Z_a^2 e^2}{|R_x| m_a V_a^2}. \quad (12)$$

## Диэлектрическая проницаемость неидеальной плазмы

Диэлектрическая проницаемость вычисляется для однородной неидеальной плазмы с одним сортом ионов  $a$  на поляризуемом электронном фоне. В такой модели электронная компонента плазмы является идеальной. Для вычисления диэлектрической проницаемости плазмы рассмотрим воздействие на плазму слабой внешней силы

$$\mathbf{F}(t) = \mathbf{E}_0 \cos(\omega_0 t - \mathbf{k}_0 \mathbf{r}).$$

Вычисление плотности тока и разложение этого выражения по амплитуде электрического поля (необходим только первый порядок) дает выражение для тензора проводимости плазмы.

Сначала необходимо решить нелинейную систему уравнений (11). Решение этой системы не единственно, численные итерации сходятся при произвольном выборе скорости распространения малых возмущений  $V_a$ . Единственное решение можно получить потребовав выполнение равенства  $V_a = c_s$ , где  $c_s$  является скоростью звука в ОКП. Эта величина известна [5]:  $c_s \approx 1.4 v_a \sqrt{\Gamma}$ , а для величины  $|R_x|$  вычисляется значение  $|R_x| \approx 1.5 r_p$ . Это

значение достаточно велико, чтобы пренебречь трехчастичными корреляциями ионов плазмы. В приближении Кирквуда (см. например, [14]) трехчастичная корреляционная функция примерно в 5 раз меньше парной корреляционной функции при  $\Gamma = 102$  [13]. С уменьшением  $\Gamma$  отношение трехчастичной и парной корреляционных функций уменьшается. Малый параметр теории возмущений (12)  $p = 0.34$ .

Фурье-образ тензора проводимости  $\sigma_{ij}(\omega, \mathbf{k})$  равен

$$\sigma_{ij}(\omega, \mathbf{k}) = \sigma_{ij}^{(0)}(\omega, \mathbf{k}) + \sigma_{ij}^{(2)}(\omega, \mathbf{k}), \quad (13)$$

где  $\sigma_{ij}^{(0)}(\omega, \mathbf{k})$  является проводимостью бесстолкновительной плазмы [12,14],

$$\sigma_{ij}^{(2)}(\omega, \mathbf{k}) = -\frac{n_a Z_a^2 e^2}{m_a} \sum_{q=1,2} \left( \frac{\delta_{ij}}{i(\omega + (-1)^q / k c_s) - 0} - i \frac{c_s}{k} \frac{k_i k_j}{(\omega + (-1)^q k c_s)^2 + 0} \right) \frac{C}{\sqrt{\Gamma}}$$

$$\times i \exp \left( i(-1)^q \frac{\pi}{4} + i \frac{3\pi}{4} \right) \exp \left( -\frac{15}{\Gamma} \right) G(1.5 r_p),$$

$$C = 0.4 \cdot 10^3. \quad (14)$$

Здесь  $\delta_{ij}$  является символом Кронекера. Тензор диэлектрической проницаемости вычисляется по общей формуле:

$$\varepsilon_{lj}(\omega, \mathbf{k}) = \delta_{lj} + i \frac{4\pi \sigma_{lj}(\omega, \mathbf{k})}{\omega}. \quad (15)$$

Продольная диэлектрическая проницаемость определяется из (13)–(15):

$$\varepsilon_l(\omega, k) = \varepsilon_l^{(0)}(\omega, k) + \frac{\omega_{pa}^2}{(\omega - k c_s)^2} \chi$$

$$+ i \frac{\omega_{pa}^2}{\omega} \left( \frac{1}{\omega + k c_s} + \frac{k c_s}{(\omega + k c_s)^2} \right) \chi, \quad (16)$$

$$\chi = C / \sqrt{\Gamma} \exp(-15/\Gamma) G(1.5 r_p),$$

$$\omega_{pa}^2 = \frac{4\pi n_a Z_a^2 e^2}{m_a},$$

а поперечная диэлектрическая проницаемость определяется выражением:

$$\varepsilon_t(\omega, k) = \varepsilon_t^{(0)}(\omega, k) + \frac{\omega_{pa}^2}{\omega} \frac{\chi}{\omega - k c_s} + i \frac{\omega_{pa}^2}{\omega} \frac{\chi}{\omega + k c_s}; \quad (17)$$

$\varepsilon_t^{(0)}(\omega, k)$  и  $\varepsilon_l^{(0)}(\omega, k)$  в (16), (17) являются поперечной и продольной диэлектрическими проницаемостями бесстолкновительной плазмы, состоящей из одного сорта ионов и электронов.

## Продольные ионно-звуковые волны

Ионно-звуковые волны существуют в плазме при  $kv_a \ll \omega \ll kv_e$ ,  $v_e = \sqrt{T_e/m_e}$ , где  $T_e$ ,  $m_e$  являются температурой и массой электронов [12]. Закон дисперсии продольных волн определяется равенством:

$$\varepsilon_l(\omega, k) = 0. \quad (18)$$

Подставив выражение (16) в (18), получим уравнение четвертой степени относительно  $\omega$ . Его общее решение имеет вид:

$$\begin{aligned} \omega_{1,2} &= \frac{1}{2} \left( kc_s + \sqrt{\omega_s^2(1-\chi) + y} \right) \\ &\pm \frac{1}{2} \sqrt{\left( kc_s + \sqrt{\omega_s^2(1-\chi) + y} \right)^2 - 2y - 2\sqrt{y^2 + 4k^2c_s^2\omega_s^2}}, \\ \omega_{3,4} &= \frac{1}{2} \left( kc_s - \sqrt{\omega_s^2(1-\chi) + y} \right) \\ &\pm \frac{1}{2} \sqrt{\left( kc_s - \sqrt{\omega_s^2(1-\chi) + y} \right)^2 - 2y + 2\sqrt{y^2 + 4k^2c_s^2\omega_s^2}}, \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} y &= \Omega^2 + \sqrt[3]{\Omega^6 + 2\omega_s^4k^2c_s^2\chi + \sqrt{Q}} \\ &+ \sqrt[3]{\Omega^6 + 2\omega_s^4k^2c_s^2\chi - \sqrt{Q}}, \end{aligned}$$

$$Q = (\Omega^6 + 2\omega_s^4k^2c_s^2\chi)^2 - \Omega^{12},$$

$$\Omega^2 = \frac{1}{3} (k^2c_s^2 - \omega_s^2(1-\chi)),$$

$$\text{Re}\{\omega_j, j = 1 - 4\} > 0,$$

где  $\omega_s = \omega_s(k)$  определяет дисперсионную зависимость ионно-звуковых волн в бесстолкновительной плазме. Рассмотрим дисперсионные зависимости, определяемые выражениями (19) в различных предельных случаях.

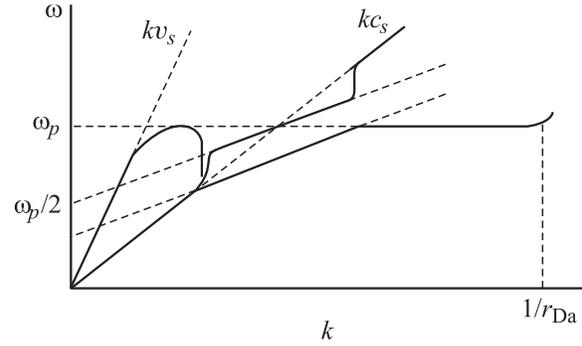
1) Предел  $\chi \ll 1$ . В этом пределе возможны различные случаи

а)  $|k^2c_s^2 - \omega_s^2| \gg \omega_s^2\chi$ :

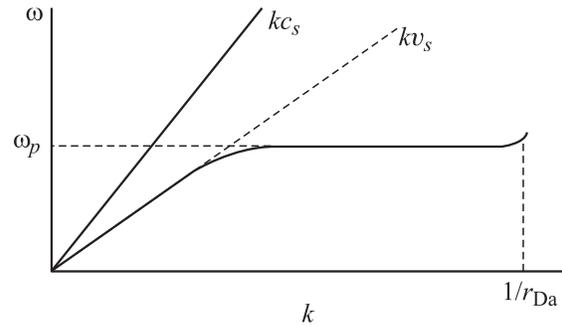
$$\begin{aligned} \omega_{1,2} &= kc_s \pm \frac{i}{\sqrt{2}} \left[ \omega_s^2\chi + \frac{k^2c_s^2 - \omega_s^2}{k^2c_s^2 + \omega_s^2} \right. \\ &\times \left. \left( \frac{2}{3} \omega_s^2\chi + 12 \frac{\omega_s^4k^2c_s^2\chi}{(k^2c_s^2 - \omega_s^2)^2} \right) \right]^{1/2}, \\ \omega_3 &= \omega_s; \end{aligned} \quad (20)$$

б)  $|k^2c_s^2 - \omega_s^2| \ll \omega_s^2\chi$ :

$$\begin{aligned} \omega_{1,2} &= \frac{1}{2} (kc_s + \omega_s) \pm \frac{1}{2} y \sqrt{\frac{1}{2kc_s\omega_s} - \frac{1}{4\omega_s^2}}, \\ \omega_3 &= \frac{1}{2} (kc_s + \omega_s) - \frac{y}{2\omega_s}, \quad y = (4\omega_s^4k^2c_s^2\chi)^{1/3}. \end{aligned} \quad (21)$$



**Рис. 1.** Схематический рисунок дисперсионных зависимостей ионно-звуковых волн (сплошные линии, две ветви) в пределе  $\chi \ll 1$  в случае слабой экранировки ионов плазмы электронами.



**Рис. 2.** То же, что для рис. 1, в случае сильной экранировки.

Последний случай возможен при слабой экранировке ионов плазмы электронами:  $v_s > c_s$ , где  $v_s = \sqrt{Z_a T_e/m_a}$ . Схематический вид дисперсионных зависимостей в случаях слабой экранировки  $v_s \gg c_s$  и сильной экранировки  $v_s \ll c_s$  показан на рис. 1 и 2 соответственно. Из этих рисунков видно наличие области с аномальной дисперсией в случае слабой экранировки ионов электронами. Кроме того, одна из ветвей звуковых волн  $\omega_{1,2}$  в (21) является неустойчивой.

2) Предел  $\chi \gg 1$ . В этом пределе различаются два случая

а)  $k^2c_s^2 \ll \omega_s^2\chi$ :

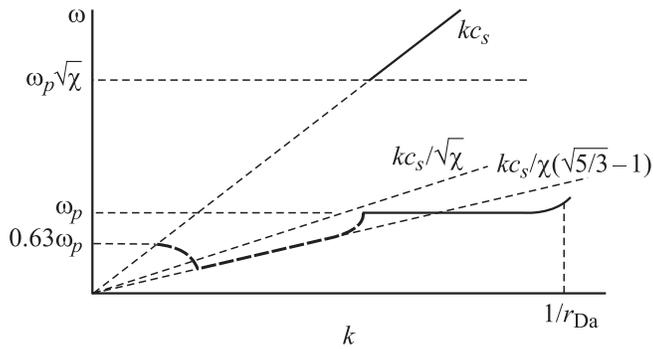
$$\omega = kc_s - \sqrt{\frac{5}{3}k^2c_s^2 - \frac{2}{3}\omega_s^2}, \quad 0.4\omega_s^2 < k^2c_s^2 < \omega_s^2,$$

$$\omega = \frac{1}{\chi} k^2c_s^2 \frac{1}{\sqrt{\frac{5}{3}k^2c_s^2 - \frac{2}{3}\omega_s^2} - kc_s}, \quad k^2c_s^2 > \omega_s^2. \quad (22)$$

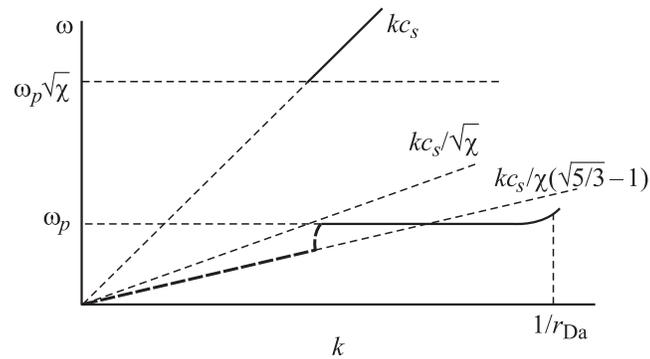
Эти волны имеют большой декремент затухания, одного порядка величины с частотой. И только в узкой области

$$\omega = \frac{kc_s}{\sqrt{\chi}}, \quad \left( \sqrt{\frac{5}{3}k^2c_s^2 - \frac{2}{3}\omega_s^2} - kc_s \right)^2 \ll 4 \frac{k^2c_s^2}{\chi} \quad (23)$$

декремент затухания волны много меньше частоты.



**Рис. 3.** Схематический рисунок дисперсионных зависимостей ионно-звуковых волн (жирные линии, две ветви) в пределе  $\chi \gg 1$  в случае слабой экранировки ионов плазмы электронами. Пунктирная толстая линия показывает область, где декремент затухания порядка частоты.



**Рис. 4.** То же, что для рис. 3, в случае сильной экранировки.

$$\text{б) } k^2 c_s^2 \gg \omega_s^2 \chi:$$

$$\begin{aligned} \omega_{1,2} &= kc_s \pm i\omega_s \sqrt{\chi}, \\ \omega_3 &= \omega_s. \end{aligned} \quad (24)$$

Одна из ветвей звуковых волн в (24) является неустойчивой. Схематический вид дисперсионных зависимостей в случаях слабой экранировки  $v_s \gg c_s$  и сильной экранировки  $v_s \ll c_s$  показан на рис. 3 и 4 соответственно. В случае слабой экранировки видна область с аномальной дисперсией. Однако волна в этой области имеет декремент затухания одного порядка величины с частотой.

## Поперечные низкочастотные волны

В неидеальной плазме возможны низкочастотные поперечные волны с дисперсионной зависимостью, определяемой из соотношения:

$$\epsilon_t^{-1}(\omega, k) = 0. \quad (25)$$

Подставив в (25) выражение (17), получим следующее дисперсионное соотношение для поперечной волны:

$$\omega = kc_s. \quad (26)$$

Аналогичный закон дисперсии получен в работе [7]. Поперечные низкочастотные волны в неидеальной плазме существуют при достаточно малых волновых векторах:

$$\frac{\omega_{pa}^2 \chi}{k^2 c^2} > \frac{v_a}{c_s}, \quad (27)$$

где  $c$  — скорость света. При выводе (27) использовалось точное соотношение, определяющее дисперсионные зависимости для поперечных волн  $\epsilon_t = k^2 c^2 / \omega^2$  и то, что ионы в плазме имеют разброс скоростей порядка  $v_a$ .

## Заключение

В настоящей работе получена аналитическая формула для матрицы плотности частиц неидеальной плазмы. Она является результатом применения пропагатора для матрицы плотности частиц плазмы к начальной матрице плотности. Эта формула справедлива на временах, меньших времени релаксации функции распределения частиц плазмы. В формуле присутствуют параметры, которые определяются численным решением системы нелинейных уравнений. При выводе используются аналитические аппроксимации для парной корреляционной функции, полученные численным методом молекулярной динамики [13]. В случае однородной плазмы трехчастичными корреляциями можно пренебречь.

На основании построенной здесь кинетической теории вычислена диэлектрическая проницаемость однородной неидеальной плазмы, состоящей из одного сорта ионов. Ионы нейтрализованы поляризуемым электронным фоном. Получены дисперсионные зависимости для ионно-звуковых волн. Имеются три ветви этих волн, причем одна из них является неустойчивой. В случае слабой экранировки, когда дебаевский электронный радиус превышает расстояние между ионами, имеются области с аномальной дисперсией. В пределе достаточно сильной степени неидеальности плазмы  $\chi \gg 1$  декремент затухания длинноволновых колебаний плазмы имеет величину порядка частоты (для одной из ветвей, две другие не существуют) за исключением узкой области значений  $\omega, k$ . В рамках развитой здесь кинетической теории в неидеальной плазме существуют низкочастотные поперечные волны. Их дисперсионное соотношение аналогично соотношению, полученному в рамках обобщенной гидродинамики.

## Список литературы

- [1] *Фортвов В.Е.* // УФН. 2007. Т. 177. № 4. С. 347.
- [2] *Dubin D.H.E., O'Neill T.M.* // Rev. Mod. Phys. 1999. Vol. 71. P. 87.
- [3] *Killian T.C., Pattard T., Pohl T., Rost J.M.* // Phys. Rep. 2007. Vol. 449. P. 77.
- [4] *Фортвов В.Е., Храпак А.Г., Храпак С.А., Молотков В.И., Петров О.Ф.* // УФН. 2004. Т. 174. № 5. С. 495.
- [5] *Fortov V.E., Ivlev A.V., Khrapak S.A., Khrapak A.G., Morfill G.E.* // Phys. Rep. 2005. Vol. 421. P. 1.

- [6] *Kalman G., Golden K.I.* // Phys. Rev. A. 1990. Vol. 41. P. 5516.
- [7] *Kaw P.K., Sen A.* // Phys. Plasmas. 1998. Vol. 5. P. 3552.
- [8] *Murillo M.S.* // Phys. Plasmas 1998. Vol. 5. P. 3116.
- [9] *Murillo M.S.* // Phys. Plasma. 2000. Vol. 7. P. 33.
- [10] *Ichimaru S., Iyetomi H., Tanaka S.* // Phys. Rep. 1987. Vol. 149. P. 91.
- [11] *Косарев И.Н.* // УФН. 2006. Т. 176. № 12. С. 1267.
- [12] *Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П.* Физическая кинетика. М.: Наука, 1979. 528 с.
- [13] *Ваулина О.С., Петров О.Ф., Фортвов В.Е.* // ЖЭТФ. 2004. Т. 125. С. 584.
- [14] *Климонтович Ю.Л.* Статистическая физика М.: Наука, 1982. 608 с.