

01;09;12

Синхронизация хаоса с учетом искажений сигнала в канале связи: эксперимент и численное моделирование

© А.А. Прохоров, Е.С. Мчедлова

Саратовский государственный университет,
410012 Саратов, Россия
e-mail: esm@cas.ssu.runnet.ru, apr0@pochta.ru

(Поступило в Редакцию 9 августа 2007 г. В окончательной редакции 23 января 2008 г.)

В натурном радиофизическом и численном экспериментах исследуется влияние фильтрующих свойств канала связи на динамические закономерности и эффекты синхронизации колебаний в системе двух однонаправленно связанных генераторов хаотического сигнала. Амплитудные и фазовые соотношения между сигналами ведомой и ведущей систем исследуются при изменении полосы пропускания фильтра и степени ослабления сигнала в канале связи. Результаты экспериментальных измерений подтверждаются расчетами функции когерентности и дисперсии разности фаз колебаний.

PACS: 05.45.Pq, 05.45.Vx, 05.45.Xt

Введение

Синхронизации хаотических колебаний в последние десятилетия посвящено большое количество работ [1–3]. Тем не менее данная проблема продолжает привлекать внимание исследователей как с фундаментальной, так и с прикладной точек зрения. Наряду с классическими представлениями о синхронизации автоколебаний [4,5] современная радиофизика и нелинейная динамика обогатились новыми концепциями синхронизации хаоса [6–9].

Сложность формального описания при взаимодействии динамических систем, генерирующих непериодические колебания со сплошным спектром, порождает новые термины и теории. Однако возможности современного радиофизического эксперимента и численного моделирования позволяют выяснить ряд конкретных закономерностей, небесполезных для практических приложений. Так, например, известно, что одним из немногочисленных применений динамического хаоса на практике стало использование генераторов хаотических сигналов в системах связи [10]. Это стало возможным благодаря способности хаотических автогенераторов, связанных в систему „приемник–передатчик“, к синхронизации.

К изучению динамики модельных систем со связанными генераторами хаоса обращались многие авторы, исследуя синхронизацию в зависимости от параметров парциальных систем, силы связи между системами, интенсивности шума в канале связи. Весьма ограниченным остается круг работ, учитывающих эффекты фильтрации при передаче хаотического сигнала.

Тот факт, что фильтрация влияет на свойства и характеристики хаотического сигнала структура его аттрактора в фазовом пространстве отдельно взятой динамической системы, сегодня не вызывает сомнений. Так, например, известно, что при линейной фильтрации размерность хаотического аттрактора растет [11], а топологическая энтропия остается инвариантной [12].

В работе [13] при изучении синхронизации связанных хаотических систем назначение фильтра заключалось в ограничении полосы сигнала либо в исключении из спектра несущей нежелательных компонент.

С практической точки зрения выделяют подходы [10,14,15], позволяющие в разной степени компенсировать искажения сигнала в канале связи или бороться с последствиями фильтрации.

Таким образом, необходимость учитывать искажения, возникающие при передаче сигналов, очевидна. При этом вопрос о том, как именно влияют фильтрующие свойства канала на динамику связанных систем, остается открытым.

При моделировании поведения связанных автогенераторов с хаотической динамикой особенный интерес представляют системы с малым числом степеней свободы, способные демонстрировать сложные, непериодические колебания и при этом относительно простые в реализации. Одной из подобных систем, удобных с точки зрения эксперимента, служит схема Чуа [16], построенная на базе нелинейного элемента с кусочно-линейной вольт-амперной характеристикой. Данный генератор хаоса достаточно подробно и всесторонне исследован в работах [3,17–20], где было обнаружено, что можно создавать аналоги схемы Чуа для различных частотных диапазонов: от низко- до сверхвысокочастотного диапазона [21]. Это позволяет исследовать общие, фундаментальные закономерности нелинейной динамики, характерные для схемы данного типа, в низкочастотном диапазоне, а результаты исследований применять для генераторов СВЧ-диапазона, подробное экспериментальное исследование которых часто затруднительно.

Теоретический анализ

Рассмотрим динамику однонаправленно связанных генераторов Чуа при наличии фильтра нижних частот в канале связи. Генератор, или схема Чуа, представляет

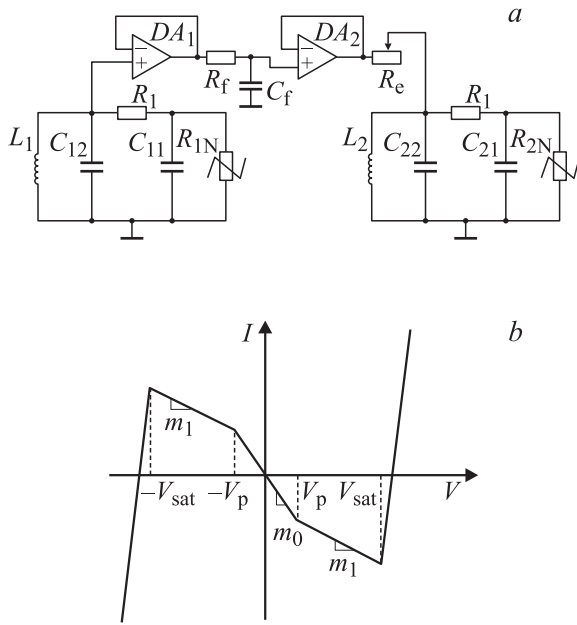


Рис. 1. Принципиальная схема двух генераторов Чуа, однонаправленно связанных через фильтр низких частот первого порядка (а). ВАХ нелинейных элементов R_{1N} и R_{2N} (б).

собой автоколебательную систему с полутора степенями свободы, которая демонстрирует большое разнообразие динамических режимов, в том числе и хаотических.

На рис. 1, а представлена принципиальная схема связанных генераторов. Нелинейные элементы в схемах Чуа R_{1N} и R_{2N} реализованы аналогично тому, как это сделано в работе [18], и имеют кусочно-линейные вольт-амперные характеристики (ВАХ). Номиналы элементов подобраны для каждой из схем одинаковыми с высокой точностью, и в дальнейшем в численных расчетах будем полагать ВАХ нелинейных элементов R_{1N} и R_{2N} идентичными. ВАХ $I = g(V)$ состоит из пяти линейных сегментов (см. рис. 1, б); наклоны m_0 , m_1 рабочих участков ВАХ определяются номиналами резисторов в схеме нелинейного элемента. Значения напряжений V_p и V_{sat} соответствуют точкам сшивки линейных участков.

Номиналы элементов схемы были выбраны следующими: $L_1 = L_2 = 9.85$ мН, сопротивление катушек индуктивности $r_{L1} = 11.4$, $r_{L2} = 11.0$ Ω, $G_{11} = C_{21} = 4.7$, $C_{12} = C_{22} = 47$ нФ, $R_1 = 1.79$, $R_2 = 1.75$ кΩ. При данных значениях параметров парциальные системы без связи генерируют хаотические колебания, которым в фазовом пространстве соответствуют ленточные хаотические аттракторы. Основная частота колебаний при этом составляет приблизительно 5.75 кГц.

Генераторы связаны однонаправленно через RC-фильтр нижних частот первого порядка. Линейная частота среза такого фильтра определяется как

$$f_c = \frac{1}{2\pi R_f C_f}$$

и определяет ширину полосы пропускания фильтра. Значение сопротивления R_f было выбрано фиксированным

и равным 150 кΩ, а емкость C_f изменялась в диапазоне от 35 до 320 пФ. Следовательно, частота среза фильтра в эксперименте изменялась от 3.3 до 30.3 кГц.

Степень ослабления сигнала в канале связи определялась величиной сопротивления R_e , изменяемой в диапазоне от 0 до 10 кΩ.

Составим математическую модель описанной системы на основе обыкновенных дифференциальных уравнений, для чего запишем уравнения Кирхгофа для схемы, представленной на рис. 1, а:

$$\begin{cases} C_{11} \frac{dV_{11}}{dt} = G_1(V_{12} - V_{11}) - g_1(V_{11}), \\ C_{12} \frac{dV_{12}}{dt} = G_1(V_{11} - V_{12}) + i_1, \\ L_1 \frac{di_1}{dt} = -V_{12}, \\ C_f \frac{dV_f}{dt} = G_f(V_{12} - V_f), \\ C_{21} \frac{dV_{21}}{dt} = G_2(V_{22} - V_{21}) - g_2(V_{21}), \\ C_{22} \frac{dV_{22}}{dt} = G_2(V_{21} - V_{22}) + i_2 + G_e(V_f - V_{22}), \\ L_2 \frac{di_2}{dt} = -V_{22}, \end{cases} \quad (1)$$

где $G_j = 1/R_j$, $j = 1, 2$; $G_f = 1/R_f$, $G_e = 1/R_e$, V_{ij} , V_f — напряжения на емкостях с соответствующими индексами, $i_{1,2}$ — токи, текущие через катушки индуктивности в ведущем и ведомом генераторах. Запишем систему уравнений (1) в безразмерном виде, считая $G_1 = G_2 = G$ и $g_1(V) = g_2(V) = g(V)$, для чего выполним следующую замену переменных:

$$t' = \frac{G}{C_{12}} t, \quad g'_j = \frac{g_j}{G}, \quad x_j = \frac{V_{j1}}{V_p}, \quad y_j = \frac{V_{j2}}{V_p}, \quad z_j = \frac{i_j}{V_p G},$$

$$u = \frac{V_f}{V_p}, \quad \alpha_j = \frac{C_{j2}}{C_{j1}}, \quad \beta_j = \frac{C_{j2}}{G^2 L_j}, \quad \mu = \frac{G_f C_{12}}{C_f G}, \quad \varepsilon = \frac{G}{G_e}.$$

Тогда, опустив штрихи, окончательно получим

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = \alpha_1(y_1 - x_1 - g(x_1)), \\ \frac{dy_1}{dt} = x_1 - y_1 + z_1, \\ \frac{dz_1}{dt} = -\beta_1 y_1, \\ \frac{du}{dt} = \mu(y_1 - u), \\ \frac{dx_2}{du} = \alpha_2(y_2 - x_2 - g(x_2)), \\ \frac{dy_2}{dt} = x_2 - y_2 + z_2 + \varepsilon(u - y_2), \\ \frac{dz_2}{dt} = -\beta_2 y_2. \end{cases} \quad (3)$$

Экспериментальная часть

В ходе экспериментального исследования была построена трехмерная диаграмма зависимости амплитуды колебаний ведомой системы от частоты среза фильтра и силы связи. Для ряда работ наиболее характерных динамических режимов были зафиксированы проекции фазовых портретов колебаний, установившихся в ведомой системе, на плоскость „ $V_{C22}-V_{C21}$ “ и проекции аттракторов в совместном фазовом пространстве систем на плоскость „ $V_{C12}-V_{C22}$ “. На основании структуры фазовых портретов делались выводы о наличии синхронизации между генераторами, ее типе и степени.

На рис. 2 приведена полученная диаграмма для амплитуды колебаний в ведомой системе $V_{osc} = V_{osc}(e, f_c)$. Сила связи выражается в безразмерном виде как $e = \frac{R_1}{R_1+R_e}$ и может интерпретироваться как степень ослабления сигнала в канале связи. При больших значениях R_e параметр e стремится к нулю, т.е. связь отсутствует, а при малых значениях R_e связь максимальна и величина e стремится к единице.

На данной диаграмме можно выделить несколько областей изменения параметров, в которых реализуется различная динамика ведомой системы. Для удобства сравнения фазовых портретов, которые получаются при разных значениях управляющих параметров, характерные пары значений (e, f_c) на диаграмме рис. 2 отмечены черными точками и пронумерованы римскими цифрами I–V.

В области малых e , т.е. слабых связей, синхронизация между ведущей и ведомой системами отсутствует, и амплитуда колебаний ведомой системы близка к амплитуде колебаний автономной системы. Для точки I (см. рис. 2) из данного диапазона на рис. 3, *a* представлена фотография экрана осциллографа, на котором отображена

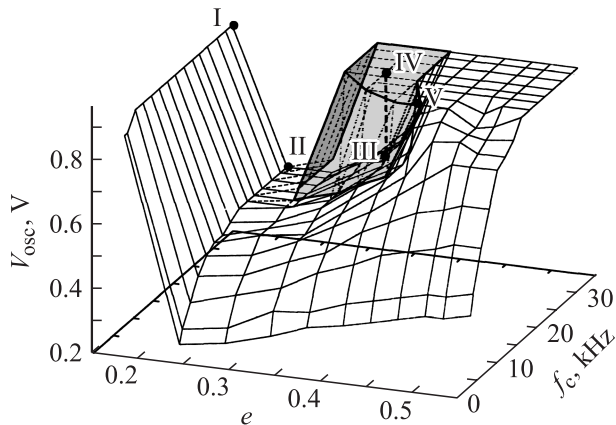


Рис. 2. Трехмерная диаграмма зависимости амплитуды колебаний V_{osc} (V), возникающих в ведомой системе, от линейной частоты среза f_c (kHz) фильтра и параметра связи e . Серым цветом отмечена область мультистабильности, наблюдаемой в эксперименте. Пунктиром отмечена амплитуда сосуществующего аттрактора. Точками отмечены сочетания e и f_c , для которых на рис. 3 приведены фотографии экспериментально полученных фазовых портретов ведомой системы.

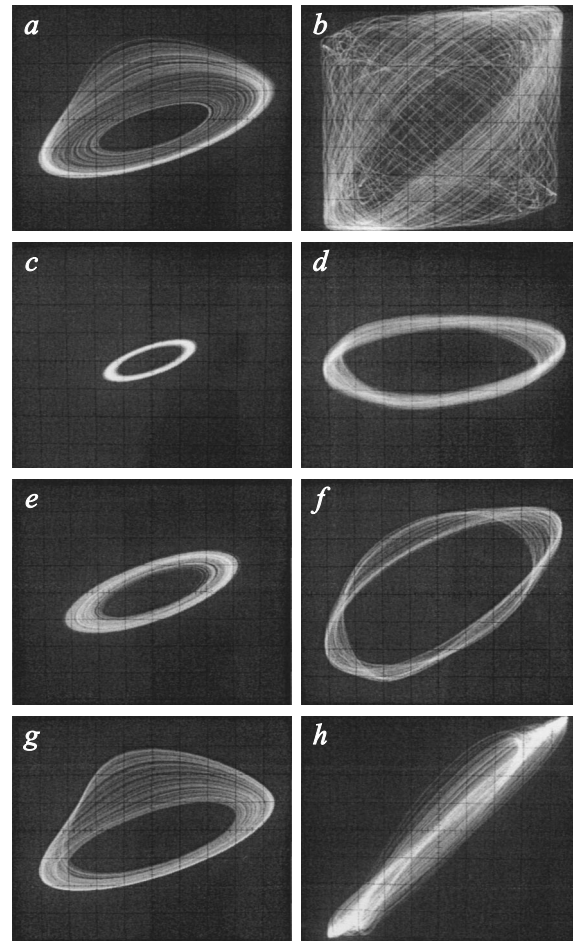


Рис. 3. Проекция фазовых портретов колебаний, возникающих в ведомой системе при различных сочетаниях значений управляющих параметров e и f_c , на плоскость $(V_{C22}-V_{C21})$ (*a, c, e, g*) и проекции совместного фазового пространства на плоскость $(V_{C12}-V_{C22})$ (*b, d, f, h*). Фазовые портреты *a* и *b* соответствуют точке I (рис. 2), *c* и *d* — II, *e* и *f* — III, *g* и *h* — IV.

проекция аттрактора ведомой системы на плоскость „ $V_{C22}-V_{C21}$ “, а на рис. 3, *b* — проекция совместного фазового пространства ведомой и ведущей систем на плоскость „ $V_{C12}-V_{C22}$ “. Данная проекция, имеющая вид равномерно заполненного параллелограмма, свидетельствует об отсутствии синхронизации.

При увеличении значений e амплитуда колебаний ведомой системы резко уменьшается, причем данный эффект присутствует в широком диапазоне изменения частоты среза фильтра. На рис. 3, *c* представлен характерный фазовый портрет колебаний в ведомой системе, соответствующий точке II (рис. 2). Между колебаниями ведомой и ведущей систем при таких значениях управляющих параметров устанавливается режим фазовой синхронизации.

При значениях $e > 0.3$ на рассматриваемой плоскости параметров (e, f_c) возникает область мультистабильности (выделена серым цветом на рис. 2). Данная область характеризуется сосуществованием в ведомой системе

двух аттракторов с разными амплитудами. Амплитуда сосуществующего аттрактора отмечена на диаграмме пунктиром. Соответствующие точкам III и IV (рис. 2) фазовые портреты приведены на рис. 3, *e, f* и рис. 3, *g, h*. Из них можно сделать вывод, что оба режима — это режимы фазовой синхронизации. Данная область имеет максимальную ширину при малых e и сужается с увеличением силы связи. В ходе эксперимента наблюдалось, что при меньших силах связи аттрактор с большей амплитудой обладает меньшим бассейном притяжения, чем аттрактор с малой амплитудой, поскольку на него сложнее попасть при перестройке управляющих параметров (e, f_c), и нарушение плавности изменения частоты среза приводит к смене динамического режима ведомой системы.

При дальнейшем увеличении силы связи происходит плавное сближение размеров и формы аттракторов, и на границе области мультистабильности (точка V, рис. 2) амплитуды двух сосуществующих аттракторов становятся практически одинаковыми, но фазовые сдвиги между колебаниями ведомой и ведущей систем различаются, и можно наблюдать разные проекции в совместном фазовом пространстве. Во всей области мультистабильности для аттракторов большей амплитуды сдвиг фаз близок к нулю, а для аттрактора с меньшей амплитудой — конечная величина.

При $e \approx 0.45$ аттракторы сливаются, мультистабильность исчезает и при больших e амплитуда колебаний ведомой системы плавно нарастает с ростом частоты среза фильтра до величины амплитуды колебаний ведущей системы. При этом сохраняется режим фазовой синхронизации.

В эксперименте наблюдался эффект (рис. 4), когда при больших силе связи ($e \approx 0.55$) и частоте среза фильтра, в несколько раз превышающей основную частоту колебаний генератора, в ведомой системе возникала перемежаемость между ленточным хаосом и хаосом типа двойного завитка (double scroll). По-видимому, это связано с тем, что, когда аттрактор ведомой системы близок к границе своего бассейна притяжения, даже малые фазовые

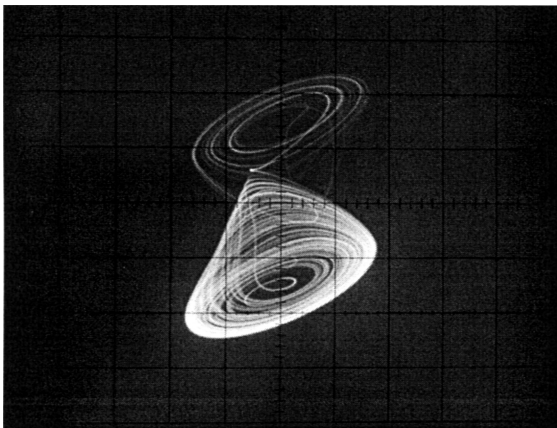


Рис. 4. Проекция на плоскость ($V_{C22}-V_{C21}$) фазового портрета режима перемежаемости между ленточным аттрактором и аттрактором типа двойного завитка; $f_c \approx 96.5$ kHz, $e \approx 0.55$.

искажения внешнего сигнала в совокупности с неизбежным присутствием шумов приводят к перескоку траектории в бассейн притяжения симметричного ленточного аттрактора, который всегда существует в системе Чуа с симметричной ВАХ нелинейного элемента. Однако из-за наличия внешней силы траектория, сделав несколько витков возле симметричного аттрактора, возвращается на исходный. Результат интересен с практической точки зрения, так как говорит о неустойчивости выбранного типа колебаний в данной области параметров или, другими словами, что увеличение параметра связи даже при слабой фильтрации ведет к смене динамического режима генератора, а не к более сильной синхронизации.

Численное моделирование

В ходе компьютерного моделирования система уравнений (3) интегрировалась численно, и по полученным временным рядам рассчитывались функция когерентности, дисперсия мгновенной разности фаз, амплитуды сигналов ведущей и ведомой систем. На основании данных показателей делались выводы о влиянии частоты среза фильтра и силы связи на режим колебаний, реализующийся в ведомой системе, а также на степень синхронности колебаний ведущей и ведомой систем.

Для расчетов были выбраны следующие значения управляющих параметров: $\alpha_1 = 9.28$, $\alpha_2 = 9.32$, $\beta_1 = \beta_2 = 16$, наклоны ВАХ нелинейного элемента на рабочем участке были выбраны следующим образом: $a_1 = a_2 = -1.15$ (наклоны центральных сегментов), $b_1 = b_2 = -0.5$ (наклоны боковых сегментов). Выбранные значения α_1 и α_2 соответствуют случаю слабой, но максимальной возможной расстройки основных частот колебаний при сохранении определенного типа ленточного хаотического аттрактора для каждого генератора, когда уравнения системы приведены к безразмерному виду (3).

Для сравнения с экспериментальными данными, прежде всего, была построена диаграмма зависимости максимальной амплитуды колебаний по переменной y_2 от параметра связи ε и безразмерной круговой частоты среза фильтра μ (рис. 5). На данной диаграмме серым цветом выделена область мультистабильности — сосуществования двух аттракторов с разной амплитудой колебаний, изображенных на рис. 6, *a, b*; при этом фазовый портрет колебаний ведущей системы представлен на рис. 6, *c*. Из сравнения рис. 5 и 2 видно, что численные результаты качественно соответствуют полученным в эксперименте, за исключением того, что при расчетах удается наблюдать аттрактор большой амплитуды во всем диапазоне изменения силы связи. Как было отмечено ранее, это связано с тем, что присутствие шумов в натурном эксперименте делает невозможным длительное нахождение изображающей точки фазового пространства ведомой системы на аттракторе с малым бассейном притяжения.

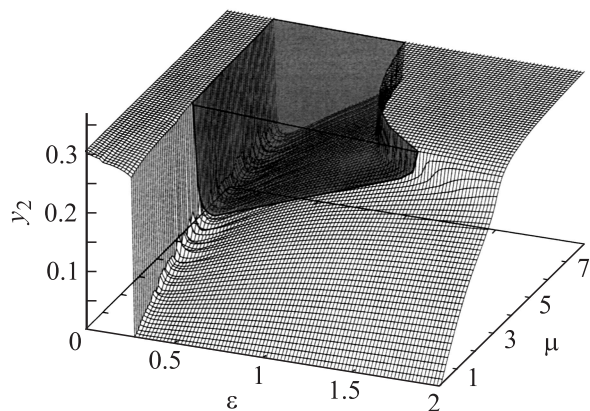


Рис. 5. Трехмерная диаграмма зависимости максимальной амплитуды колебаний ведомой системы по переменной y_2 , от частоты среза фильтра μ и параметра связи ϵ , полученная в ходе компьютерного моделирования. Серым цветом отмечена амплитуда сосуществующего аттрактора из области мультистабильности.

Чтобы провести более точную оценку степени синхронизма между ведущей и ведомой системами, была построена диаграмма зависимости дисперсии разности мгновенных фаз колебаний от параметров μ и ϵ (рис. 7). Дисперсия может быть определена в виде

$$D_\phi = \langle \Delta\phi_i^2 \rangle - \langle \Delta\phi_i \rangle^2, \quad (4)$$

где $\Delta\phi_i$ — мгновенное значение разности фаз колебаний в ведомой и ведущей системах в i -й момент времени, угловые скобки означают усреднение по общему числу отсчетов временного ряда. Дисперсия разности фаз равна нулю в случае полной или лагсинхронизации, когда разность фаз между колебаниями связанных систем постоянна и отличается от нуля в остальных случаях. Фазовая синхронизация, как правило, характеризуется относительно малой дисперсией разности фаз. Кроме того, при установлении когерентного режима в связанных нелинейных системах разность фаз не обязательно постоянна, но ограничена и может колебаться во времени. Величину D_ϕ имеет смысл рассматривать с целью выяснить изменение фазовых соотношений колебаний при изменении каких-либо управляющих параметров и в совокупности с другими средствами численного анализа.

Каждая точка диаграммы, представленной на рис. 7, рассчитана для генераторов, стартующих с фиксированных начальных условий, поэтому на диаграмме хорошо заметна граница, на которой происходит скачок величины D_ϕ . Естественно, что форма данной границы на плоскости (ϵ, μ) в области мультистабильности будет отличаться для разных начальных условий. Представленный случай является наиболее характерным среди случайного набора начальных условий.

Не являясь строгой количественной характеристикой, функция D_ϕ позволяет тем не менее проводить качественный сравнительный анализ динамики ведомой

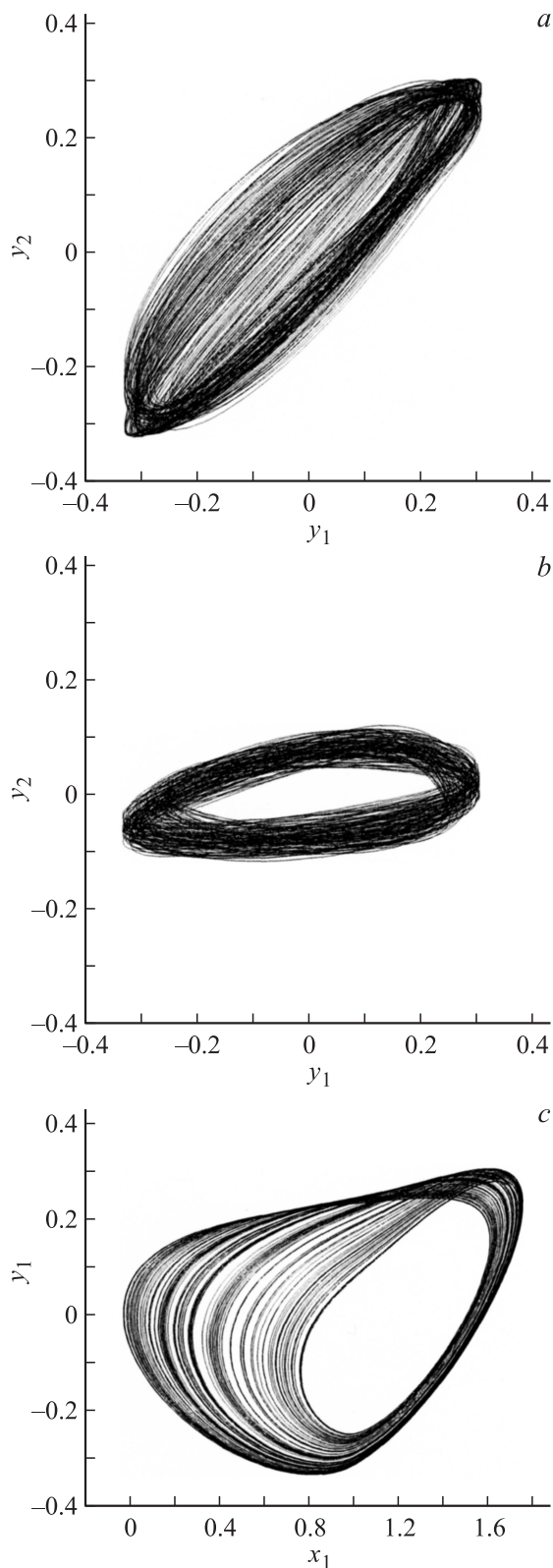


Рис. 6. Полученные в численном эксперименте проекции совместного фазового пространства на плоскость $(y_1 - y_2)$ для значений управляющих параметров $\epsilon = 0.4$ и $\mu = 7$ из области мультистабильности. Проекция аттрактора с большой амплитудой колебаний ведомой системы (a), проекция аттрактора с малой амплитудой колебаний (b). Проекция аттрактора колебаний ведущей системы на плоскость $(x_1 - y_1)$ (c).

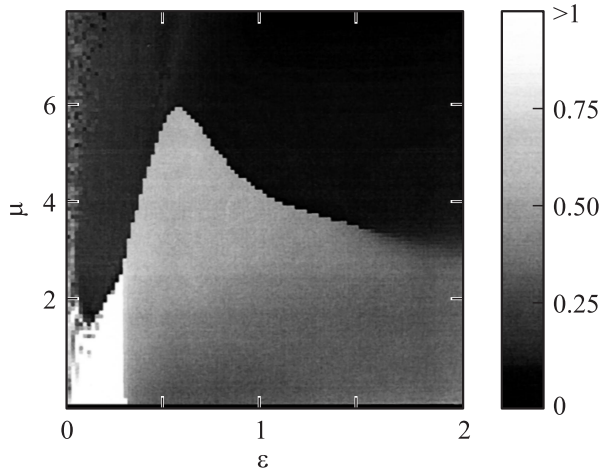


Рис. 7. Диаграмма зависимости дисперсии мгновенной разности фаз колебаний ведущего и ведомого генераторов от значений параметра связи ε и частоты среза фильтра μ . Градации серого на диаграмме определяют величину дисперсии разности фаз согласно шкале, приведенной справа от диаграммы.

системы при изменении управляющих параметров ε , μ . Так, заметно, что при малых связях и частотах среза фильтра дисперсия D_ϕ велика (светлые области на диаграмме рис. 7), а наблюдение за фазовым пространством говорит об отсутствии синхронизации в данных областях. Наличие на диаграмме четкой границы свидетельствует об изменении фазовых соотношений между сигналами ведомой и ведущей систем при переходе из одной области управляющих параметров в другую. В частности, такому переходу может соответствовать изменение типа синхронизации либо степени когерентности колебаний. Черная область диаграммы (D_ϕ стремится к нулю), где связь велика, а влияние фильтра сведено к минимуму, соответствует относительно хорошей фазовой синхронизации генераторов.

Одним из способов оценки степени синхронности двух колебаний является расчет функции когерентности $\sigma_{xy}(\omega)$ [22], где ω — круговая частота, и индекса синхронизации [23]. Функция $\sigma_{xy}(\omega)$ определяется следующим образом:

$$\sigma_{xy} = \left| \frac{C_{xy}(\omega)}{\sqrt{P_x(\omega)P_y(\omega)}} \right|, \quad (5)$$

где $C_{xy}(\omega) = \langle F_x(\omega)F_y^*(\omega) \rangle$, $P_x(\omega) = \langle F_x(\omega)F_x^*(\omega) \rangle$, $P_y(\omega) = \langle F_y(\omega)F_y^*(\omega) \rangle$, F_x и F_y — преобразования Фурье исследуемых временных рядов, а $\langle \rangle$ обозначает усреднение по ансамблю (или времени, в силу того что хаотический сигнал считается эргодическим).

На основе $\sigma_{xy}(\omega)$ рассчитывается численный показатель S_{xy} — индекс синхронизации:

$$S_{xy} = \frac{\int_0^\infty [P_x(\omega) + P_y(\omega)] \sigma_{xy}(\omega) d\omega}{\int_0^\infty [P_x(\omega) + P_y(\omega)] d\omega}. \quad (6)$$

Область значений индекса S_{xy} лежит в диапазоне от 0 до 1. Значение $S_{xy} = 0$ говорит об отсутствии связи между двумя реализациями, а $S_{xy} = 1$ — о полной или лагсинхронизации.

На рис. 8 приведены результаты расчетов функции когерентности и полученных на ее основе индексов синхронизации для трех характерных случаев:

- 1) малой связи (рис. 8, *a*),
- 2) средних значений ε , соответствующих области мультистабильности (рис. 8, *b, c*), и
- 3) относительно большого параметра связи (рис. 8, *d*).

Полоса пропускания фильтра ($\mu = 7$) более чем вдвое превышала основную частоту колебаний генераторов ($\omega_0 \approx 3.05$).

Как показывают предыдущие расчеты, в первом случае (рис. 8, *a*), когда генераторы связаны слабо ($\varepsilon = 0.005$), синхронизация между ведомой и ведущей системами практически отсутствует. Расчет индекса синхронизации дает число $S_{xy} = 0.4990$. На первый взгляд, значение кажется большим, но, как многие показатели, полученные на основе численных алгоритмов, величина S_{xy} не может рассматриваться как абсолютная. Поэтому обратимся к структуре функции когерентности $\sigma_{xy}(\omega)$, на основе интегрирования которой было получено значение S_{xy} . Из рис. 8, *a* видно, что функция $\sigma_{xy}(\omega)$ почти во всем диапазоне частот близка к нулю, за исключением значительных пиков на частотах, соответствующих основной частоте генератора и ее гармоникам. Амплитуда пиков не достигает единицы, что свидетельствует об отсутствии захвата фазы, но в целом за счет малой расстройки генераторов по основной частоте указанные локальные экстремумы $\sigma_{xy}(\omega)$ вносят существенный вклад при интегрировании функции когерентности по частоте с соответствующим весовым коэффициентом (см. (6)). Таким образом, значение $S_{xy} = 0.499$ обосновано и может считаться относительным минимумом для сравнения.

Во втором случае, когда параметр связи $\varepsilon = 0.4$ и динамика ведомого генератора мультистабильна, в его фазовом пространстве сосуществуют два хаотических аттрактора, отличающиеся формой и амплитудой. Как следует из рис. 8, *a, b*, фазовая синхронизация присутствует в обоих случаях, однако мера ее различна. На рис. 8, *b* представлена функция когерентности для аттрактора большей амплитуды и соответствующий ей индекс синхронизации $S_{xy} = 0.9337$; для аттрактора малой амплитуды $S_{xy} = 0.9999$. Сравнение двух последних случаев говорит о лучшей синхронизации колебаний ведомой и ведущей систем на аттракторе малой амплитуды по отношению к аттрактору, амплитуда и форма которого близка к аттрактору ведущей системы. Действительно, в случае $S_{xy} = 0.9999$ функция σ_{xy} близка к единице в диапазоне частот от 0 до 9, что свидетельствует о полной когерентности спектральных компонент колебаний ведомой и ведущей систем во всей полосе пропускания канала связи. Функция когерентности, соответствующая аттрактору с большей

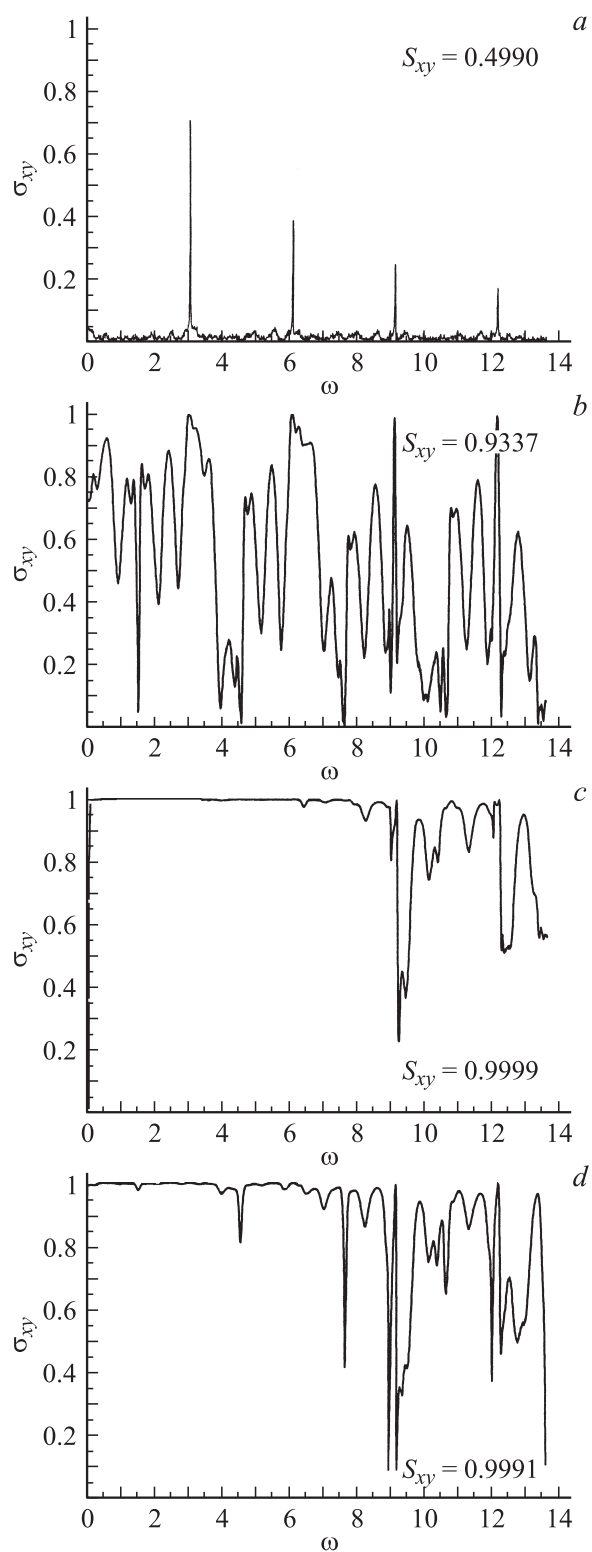


Рис. 8. Графики функции когерентности. Случай слабой связи ($\varepsilon = 0.005$, $\mu = 7$) (a). Случай режима с большой амплитудой колебаний (b) и случай с малой амплитудой колебаний (c) для значений управляющих параметров из области мультистабильности ($\varepsilon = 0.4$, $\mu = 7$). Случай сильной связи ($\varepsilon = 2$, $\mu = 7$) (d). Индекс синхронизации для каждого из случаев указан на рисунке.

амплитудой совершает осцилляции во всем диапазоне частот, достигая единицы лишь на основной частоте и ее гармониках, результатом чего является меньшее значение индекса $S_{xy} = 0.9337$.

Третий случай соответствует сильно связанным системам ($\varepsilon = 2$). Функция когерентности представлена на рис. 8, d и достигает единицы в диапазоне частот от нуля до частоты среза фильтра. Индекс синхронизации $S_{xy} = 0.9991$ достаточно велик, что вполне закономерно для устойчивого режима фазовой синхронизации колебаний ведомой и ведущей систем при большой связи.

Заключение

Выполненные в работе экспериментальные и численные исследования позволили обнаружить ряд закономерностей в поведении хаотических автоколебательных систем, связанных через фильтр нижних частот. Оказалось, что конечная величина полосы пропускания канала связи существенно влияет на синхронизацию и амплитуду колебаний ведомой системы даже в том случае, когда частота среза фильтра в несколько раз превышает основную частоту колебаний автогенераторов.

Одна из особенностей динамики систем с фильтром в канале связи заключается в том, что переход к синхронизации при увеличении параметра связи происходит через значительное подавление амплитуды колебаний ведомой системы в широком диапазоне изменения частоты среза фильтра.

Оказалось, что на плоскости управляющих параметров „связь–частота среза фильтра“ существует заметная область, в которой динамика ведомого генератора мультистабильна, т.е. в его фазовом пространстве сосуществуют два хаотических аттрактора различной формы и амплитуды, при этом, как показывает расчет функции когерентности, лучшая фазовая синхронизация колебаний достигается на аттракторе малой амплитуды.

Поскольку численный анализ требовал возможности корректного расчета фазы, в качестве базового динамического режима генератора были выбраны хаотические колебания с фазово-когерентным аттрактором ленточного типа, в спектре которого выражены основная частота и ее гармоники. Подобная структура спектра и дополнительные численные исследования позволяют обобщить основную часть результатов, связанную с мультистабильностью и подавлением амплитуды, на случай, когда ведущий и ведомый генераторы генерируют нелинейные периодические колебания.

Следует отметить хорошее качественное согласование результатов, полученных экспериментально и численно. Совместный расчет дисперсии разности фаз колебаний, функции когерентности и индекса синхронизации позволили охарактеризовать меру когерентности колебаний ведомой и ведущей систем при выбранных значениях управляющих параметров и провести сравнение с результатами натурального эксперимента.

Список литературы

- [1] Анищенко В.С., Вадивасова Т.Е. // Радиотехника и электроника. 2002. Т. 47. № 2. С. 133–165.
- [2] Пиковский А., Розенблум М., Куртс Ю. Синхронизация: фундаментальное нелинейное явление. М.: Техносфера, 2002. (Pikovsky A., Rosenblum M., Kurths J. Synchronization. A universal concept in nonlinear sciences. Cambridge: Univ. Press, 2002.)
- [3] Анищенко В.С., Астахов В.В., Вадивасова Т.Е., Нейман А.Б., Стрелкова Г.И., Шиманский-Гайер Л. Нелинейные эффекты в хаотических и стохастических системах. М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003.
- [4] Ланда П.С. Автоколебания в системах с конечным числом степеней свободы. М.: Наука, 1980.
- [5] Блехман И.И. Синхронизация в природе и технике. М.: Наука, 1981.
- [6] Анищенко В.С., Постнов Д.Э. // Письма в ЖТФ. 1988. Т. 14. Вып. 6. С. 569–573.
- [7] Pecora L.M., Carroll T.L. // Phys. Rev. Lett. 1990. Vol. 64. N 8. P. 821–824.
- [8] Rulkov N.F., Sushchik M.M., Tsimring L.S., Abarbanel H.D.I. // Phys. Rev. E. 1995. Vol. 51. N 2. P. 980–995.
- [9] Kosarev L., Parlitz U. // Phys. Rev. Lett. 1996. Vol. 76. N 11. P. 1816–1819.
- [10] Дмитриев А.С., Панас А.И. Динамический хаос: новые носители информации для систем связи. М.: Физматлит, 2002.
- [11] Badii R., Broggi G., Derighetti B., Ravani M., Ciliberto S., Politi A., Rubio M.A. // Phys. Rev. Lett. 1988. Vol. 60. N 11. P. 970–982.
- [12] Zhu L., Lai Y.-C., Hoppensteadt F.C., Bollt E.M. // Chaos. 2003. Vol. 13. N 1. P. 410–419.
- [13] Carroll T.L. // Phys. Rev. E. 1994. Vol. 50. N 4. P. 2580–2587.
- [14] Дмитриев А.С., Кузьмин Л.В. // Письма в ЖТФ. 1999. Т. 25. Вып. 16. С. 71–77.
- [15] Rulkov N.F., Tsimring L.S. // Int. J. Circ. Theor. Appl. 1999. Vol. 27. P. 555–567.
- [16] Matsumoto T., Chua L.O., Komuro M. // IEEE Trans. Circuits and Syst. 1985. Vol. 32. N 8. P. 797–818.
- [17] Journal of Circuits Systems and Computers. Special Issue on Chua's Circuit: Paradigm for Chaos. 1993. Vol. 3. N 2. 672 p.
- [18] Прохоров А.А., Мчедлова Е.С. // Изв. РАН. Сер. физ. 2003. Т. 67. № 12. С. 1693–1696.
- [19] Прохоров А.А., Мчедлова Е.С. // Радиотехника и электроника. 2006. Т. 51. № 4. С. 445–449.
- [20] Прохоров А.А., Мчедлова Е.С. // Письма в ЖТФ. 2007. Т. 33. Вып. 4. С. 66–72.
- [21] Lukin K.A. // Journal of Circuits, Systems and Computers. 1993. Vol. 3. N 2. P. 617–643.
- [22] Отнес Р. Эноксон Л. Прикладной анализ временных рядов. М.: Мир. 1982.
- [23] Анищенко В.С., Астахов В.В., Николаев В.В., Шабунин А.В. // Радиотехника и электроника. 2000. Т. 45. № 2. С. 196–203.