

Тонкопленочное термоэлектрическое охлаждение

© И.М. Лашкевич,¹ О. Ангелес Фрагосо,² Ю.Г. Гуревич¹

¹ Departamento de Física, CINVESTAV-IPN, Apdo. Postal 14-740, 07000, México, Distrito Federal, México
e-mail: i32555@gmail.com

e-mail: gurevich@fis.cinvestav.mx

² SEPI-ESIME Culhuacan, Instituto Politecnico Nacional, Col Francisco, Culhuacan, C.P. 04430, D.F., México, México
e-mail: afoscar9@hotmail.com

(Поступило в Редакцию 28 февраля 2008 г.)

Исследованы основные физические особенности явления термоэлектрического охлаждения в $p-n$ -структурах субмикронной толщины, которое проявляет себя уже в линейном по току приближении. Показано, что для исследования таких структур адекватной является многотемпературная модель, когда каждая из подсистем квазичастиц характеризуется своей температурой. Установлены критерии применимости однотемпературной модели. Выявлена общая структура граничных условий для потоков тепла через поверхность, на которой происходит термоэлектрическое охлаждение или нагревание. Изучены физические закономерности в наиболее интересных частных случаях, критерии реализации которых также обсуждены.

PACS: 72.15.Jf, 72.20.Pa

Введение

Обычно при исследовании явления термоэлектрического охлаждения используют однотемпературную модель, когда значения температуры всех квазичастиц (электронов, дырок, фононов) в каждой точке совпадают [1–5]. При этом, однако, не обсуждаются критерии применения такой модели. В то же время есть примеры, когда значения температуры носителей тока и фононов разнятся. Одним из примеров такой ситуации является теория горячих электронов [6]. Кроме того, как было показано в [7], сама поверхность является источником рассогласования температур электронов и фононов.

Как известно [8], эффект Пельтье, который лежит в основе термоэлектрического охлаждения, — это контактное явление, которое происходит в подсистеме электрически заряженных квазичастиц (электроны, дырки), т. е. охлаждение электронов и (или) дырок формируется именно вблизи поверхности раздела. Затем, за счет энергетического взаимодействия электронов (дырок) с фононами, вблизи границы раздела охлаждается и решетка, что, вообще говоря, также формирует различные температуры в подсистемах носителей тока и фононов.

Таким образом, очевидно, что при исследовании явления термоэлектрического охлаждения более корректной моделью является многотемпературная модель, когда каждая подсистема квазичастиц имеет свою температуру. Подобная задача до сих пор не изучалась.

Поскольку эффект Пельтье, как указывалось выше, — это контактное явление, то в первую очередь будут охлаждаться области, близкие к поверхности контакта. Именно поэтому, чтобы изучить явление термоэлектрического охлаждения в чистом виде, выбирается случай тонких пленок, когда каждая точка структуры участвует в эффекте охлаждения. Толщина этих пленок должна

быть порядка субмикронной, потому что характерной длиной изменения температур квазичастиц является длина остывания электронов [6,7], характерный размер которой субмикронный. Последнее является необходимым условием для рассогласования температур во всем объеме [6].

Для практических применений обычно выбирают структуру типа $p-n$, потому что именно в такой структуре дрейфовые тепловые потоки [8] (при соответствующем направлении тока) будут направлены от поверхности в обоих слоях структуры, что усилит явление самого охлаждения. Понятно, что для протекания электрического тока через структуру на поверхности раздела должна происходить генерация электрон-дырочных пар, следствием чего будет появление неравновесных носителей тока, о чем обычно не вспоминают при исследовании эффекта Пельтье. Для простоты ограничимся случаем, когда рекомбинационные процессы на поверхности очень сильны. Тогда неравновесных носителей тока не будет и значения концентрации электронов и дырок будут одинаковы во всех точках объема соответствующего слоя (и равны их значениям в равновесии) [9].

Поскольку эффект Пельтье — контактное явление, для теоретического изучения термоэлектрического охлаждения очень важна структура тепловых граничных условий. Обычно применяют условие непрерывности температур и тепловых потоков [2–5]. В некоторых случаях исследуют и возможность разрыва температуры [8,10]. Однако во всех работах тепловые граничные условия изучались для однотемпературного приближения. Общая структура граничных условий никем до сих пор не рассматривалась.

Целью настоящей работы является теоретическое исследование термоэлектрического охлаждения в тонких пленках в двухтемпературном приближении и, в частно-

сти, получение общей структуры граничных условий для потоков тепла через поверхность раздела в этом случае.

Основные уравнения и граничные условия

Пусть T_e и T_{p1} — температуры электронной и фоновой подсистем в левом слое, T_h и T_{p2} — температура дырок и фононов в правом слое. Ток протекает нормально к границе раздела слоев (ось x), d_1 — толщина n -слоя, d_2 — толщина p -слоя (рис. 1). Поперечную площадь структуры считаем единичной, температуру окружающей среды — T_0 . Ниже рассматривается случай, когда $j > 0$.

Предположим, что боковые поверхности структуры адиабатически изолированы и материалы слоев структуры однородны. В этом случае задача становится одномерной, а уравнения баланса энергии в объеме в линейном по току приближении принимают вид [6]

$$\left. \begin{aligned} P_1(T_{p1} - T_e) + k_e \frac{d^2 T_e}{dx^2} &= 0, \\ -P_1(T_{p1} - T_e) + k_{p1} \frac{d^2 T_{p1}}{dx^2} &= 0, \\ P_2(T_{p2} - T_h) + k_h \frac{d^2 T_h}{dx^2} &= 0, \\ -P_2(T_{p2} - T_h) + k_{p2} \frac{d^2 T_{p2}}{dx^2} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

В уравнениях (1) k_e и k_{p1} — теплопроводность электронной и фоновой подсистем соответственно в первом слое, k_h и k_{p2} — теплопроводность дырочной и фоновой подсистем во втором слое, $P_{1,2}$ — коэффициенты,

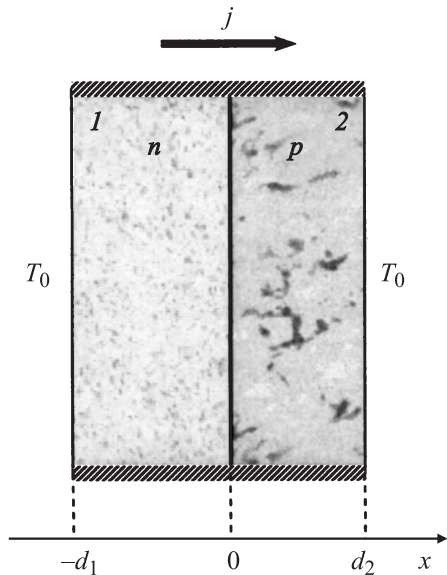


Рис. 1. Схематическое изображение p - n -структуры, используемой для охлаждения. T_0 — температура окружающей среды, j — электрический ток.

которые определяют интенсивность электрон-фононного (дырочно-фононного) энергетического взаимодействия в объеме. Последние коэффициенты пропорциональны энергетической частоте взаимодействия электронов (дырок) с фононами [6].

В рассматриваемой нами структуре толщина слоев которой меньше длины остывания, процессы энергообмена в объеме не имеют места [7]. Поэтому система уравнений (1) упрощается

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 T_{e,p1}}{dx^2} &= 0, \\ \frac{d^2 T_{h,p2}}{dx^2} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Для того чтобы задача о термоэлектрическом охлаждении была корректно подставлена [8], будем считать, что на внешних поверхностях $x = -d_1$ и $x = d_2$ имеются изотермические контакты

$$\left. \begin{aligned} T_{e,p1}(-d_1) &= T_0, \\ T_{h,p2}(-d_2) &= T_0. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Обычно при исследовании термоэлектрического охлаждения модель изотермического контакта используется и для p - n -перехода [2,3]. Однако именно на этой поверхности формируется эффект Пельтье, физика которого исследуется. Поэтому упрощать модель, используя изотермический контакт на p - n -переходе, некорректно. Будет использоваться общая модель, которая учитывает все тепловые свойства p - n -перехода и возможность энергетического взаимодействия на поверхности между электронами, дырками и фононами.

Для того чтобы выяснить структуру граничных тепловых условий на p - n -переходе, используем метод, аналогичный тому, который был использован в работе [11]. Исходное уравнение, из которого в данной процедуре начинают вывод, есть общее уравнение баланса энергии в объеме в стационарном случае. Для электронной подсистемы в линейном по току приближении это уравнение имеет вид [6,10]

$$P_{eh}(T_h - T_e) + P_{ep}(T_p - T_e) + \frac{d}{dx} \left(k_e \frac{dT_e}{dx} \right) - j \frac{d\Pi}{dx} = 0. \quad (4)$$

Здесь P_{eh} и P_{ep} — коэффициенты, которые определяют интенсивность электрон-дырочного и электрон-фононного энергетического взаимодействия в объеме. Отличие уравнения (4) от уравнений (1) связано с тем, что будет использоваться уравнение (4) вблизи контакта, где все кинетические коэффициенты зависят от x . Кроме того, для общности было учтено электрон-дырочное энергетическое взаимодействие. Здесь Π — коэффициент Пельтье.

Проинтегрируем уравнение (4) по координате x от $-\delta$ (δ — полутолщина переходного слоя, $\delta \ll d_{1,2}$) до ξ

$(-\delta < \xi < \delta)$ и разделим на $k_e(\xi)$. Затем проинтегрируем полученное выражение по ξ от $-\delta$ к δ и разделим на

$$\int_{-\delta}^{\delta} \frac{d\xi}{k_e(\xi)}.$$

В пределе $\delta \rightarrow 0$ получим следующее уравнение:

$$j\Pi_s + \eta(T_e|_{x=0-} - T_{e2}|_{x=0+}) - \left(j\Pi_n - k_e \frac{dT_e}{dx} \Big|_{x=0-} \right) = \lim_{\delta \rightarrow 0} \left(\frac{\int_{-\delta}^{\delta} \frac{d\xi}{k_e(\xi)} \int_{-\delta}^{\xi} P_{ep}(T_p - T_e) dx}{\int_{-\delta}^{\delta} \frac{d\xi}{k_e(\xi)}} \right) + \lim_{\delta \rightarrow 0} \left(\frac{\int_{-\delta}^{\delta} \frac{d\xi}{k_e(\xi)} \int_{-\delta}^{\xi} P_{eh}(T_h - T_e) dx}{\int_{-\delta}^{\delta} \frac{d\xi}{k_e(\xi)}} \right). \quad (5)$$

Здесь Π_n — коэффициент Пельтье со стороны левого слоя (n -слоя), поэтому $\Pi_n < 0$,

$$\Pi_s = \lim_{\delta \rightarrow 0} \left(\frac{\int_{-\delta}^{\delta} \frac{\Pi(\xi)}{k_e(\xi)} d\xi}{\int_{-\delta}^{\delta} \frac{d\xi}{k_e(\xi)}} \right) \quad (6)$$

— коэффициент Пельтье контакта [10], который, по определению, на p - n -переходе может, вообще говоря, иметь любой знак,

$$\eta_{ee} = \lim_{\delta \rightarrow 0} \left(\int_{-\delta}^{\delta} \frac{d\xi}{k_e(\xi)} \right)^{-1} \quad (7)$$

— коэффициент поверхностной электрон-электронной теплопроводности [12,13]. Для p - n -структуры $\eta_{ee} = 0$.

Слагаемое

$$\lim_{\delta \rightarrow 0} \left(\frac{\int_{-\delta}^{\delta} \frac{d\xi}{k_e(\xi)} \int_{-\delta}^{\xi} P_{ep}(T_p - T_e) dx}{\int_{-\delta}^{\delta} \frac{d\xi}{k_e(\xi)}} \right) \quad (8)$$

описывает обмен тепла между электронной подсистемой на левой стороне поверхности с фононами на поверхности. Фонон, с которым взаимодействует на поверхности электрон, может принадлежать как n -слою, так и p -слою. Поэтому выражение (8) уместно записать следующим образом [6]:

$$P_{11}(T_{p1}|_{x=0-} - T_e|_{x=0-}) + P_{12}(T_{p2}|_{x=0+} - T_e|_{x=0-}), \quad (9)$$

где введены два коэффициента: P_{11} , который отвечает электрон-фононному энергетическому взаимодействию

на поверхности между электронами и фононами с левой стороны поверхности и P_{12} , который отвечает электрон-фононному энергетическому взаимодействию на поверхности между электронами n -слоя и фононами на правой стороне поверхности. Слагаемое

$$\lim_{\delta \rightarrow 0} \left(\frac{\int_{-\delta}^{\delta} \frac{d\xi}{k_e(\xi)} \int_{-\delta}^{\xi} P_{eh}(T_h - T_e) dx}{\int_{-\delta}^{\delta} \frac{d\xi}{k_e(\xi)}} \right) \quad (10)$$

описывает обмен тепла между электронной подсистемой на левой стороне поверхности с дырками на правой стороне поверхности. Поэтому слагаемое (10) можно записать следующим образом:

$$\eta_{eh}(T_h|_{x=0+} - T_e|_{x=0-}). \quad (11)$$

Здесь η_{eh} — коэффициент электрон-дырочной поверхностной теплопроводности.

Учитывая вышесказанное, приходим к следующему граничному условию:

$$j\Pi_s + \eta_{eh}(T_e|_{x=0-} - T_h|_{x=0+}) - \left(j\Pi_n - k_e \frac{dT_e}{dx} \Big|_{x=0-} \right) = P_{11}(T_{p1}|_{x=0-} - T_e|_{x=0-}) + P_{12}(T_{p2}|_{x=0+} - T_e|_{x=0-}). \quad (12)$$

Данное граничное условие имеет прозрачный физический смысл: $j\Pi_s$ — дрейфовый поток тепла внутри переходного контактного слоя, $\eta_{eh}(T_e|_{x=0-} - T_h|_{x=0+})$ — диффузионный поток тепла в подсистеме носителей тока внутри этого слоя.

Проделив аналогичные выкладки для дырок в p -слое, получим граничное условие

$$j\Pi_p - k_h \frac{dT_h}{dx} \Big|_{x=0+} - (j\Pi_s + \eta_{eh}[T_e|_{x=0-} - T_h|_{x=0+}]) = P_{21}(T_{p1}|_{x=0-} - T_h|_{x=0+}) + P_{22}(T_{p2}|_{x=0+} - T_h|_{x=0+}). \quad (13)$$

Здесь Π_p — коэффициент Пельтье p -слоя ($\Pi_p > 0$), P_{21} — коэффициент, который отвечает дырочно-фононному энергетическому взаимодействию на поверхности между дырками и фононами с левой стороны поверхности; P_{22} — коэффициент, который отвечает дырочно-фононному энергетическому взаимодействию на поверхности между дырками p -слоя и фононами на правой стороне поверхности.

Для фононной подсистемы нетрудно получить

$$\eta_p(T_{p1}|_{x=0-} - T_{p2}|_{x=0+}) + k_{p1} \frac{dT_{p1}}{dx} \Big|_{x=0-} = P_{11}(T_e|_{x=0-} - T_{p1}|_{x=0-}) + P_{21}(T_h|_{x=0+} - T_{p1}|_{x=0-}), \quad (14)$$

$$- k_{p2} \frac{dT_{p2}}{dx} \Big|_{x=0+} - \eta_p(T_{p1}|_{x=0-} - T_{p2}|_{x=0+}) = P_{12}(T_e|_{x=0-} - T_{p2}|_{x=0+}) + P_{22}(T_h|_{x=0+} - T_{p2}|_{x=0+}). \quad (15)$$

Здесь η_p — поверхностная теплопроводность фононов.

При получении граничных условий (12)–(15) был учтен закон сохранения полного потока тепла в структуре

$$q_n|_{x=0-} + q_p|_{x=0-} = q_h|_{x=0+} + q_p|_{x=0+}, \quad (16)$$

где q_n — поток тепла в электронной подсистеме, q_h — поток тепла в дырочной подсистеме, q_p — поток тепла в фоновой подсистеме.

Итак, системой граничных условий являются уравнения (3), (12)–(15).

Температурные поля в p – n -структуре

Учитывая граничные условия (3), решение уравнений (2) в общем случае можно записать следующим образом (рис. 2):

$$\left. \begin{aligned} T_e(x) &= T_0 - \Delta T_e \left(1 + \frac{x}{d_1}\right), & -d_1 \leq x \leq 0; \\ T_{p1}(x) &= T_0 - \Delta T_{p1} \left(1 + \frac{x}{d_1}\right), & -d_1 \leq x \leq 0; \\ T_h(x) &= T_0 - \Delta T_h \left(1 - \frac{x}{d_2}\right), & 0 \leq x \leq d_2; \\ T_{p2}(x) &= T_0 - \Delta T_{p2} \left(1 - \frac{x}{d_2}\right), & 0 \leq x \leq d_2. \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

На рис. 2 изображен частный случай, когда происходит охлаждение всех подсистем квазичастиц. Заметим, что в общем случае одна из подсистем квазичастиц может нагреваться. Последнее зависит от величины и знака поверхностного коэффициента Пельтье Π_s .

Для нахождения неизвестных ΔT_e , ΔT_{p1} , ΔT_h , ΔT_{p2} достаточно подставить решение (17) в граничные условия для поверхности $x = 0$ (12)–(15).

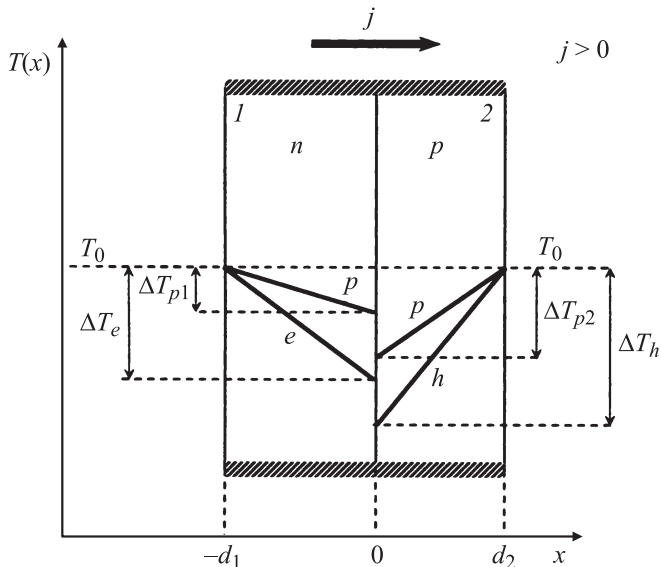


Рис. 2. Схематическое изображение распределения температуры носителей тока и фононов в p – n -структуре при протекании электрического тока.

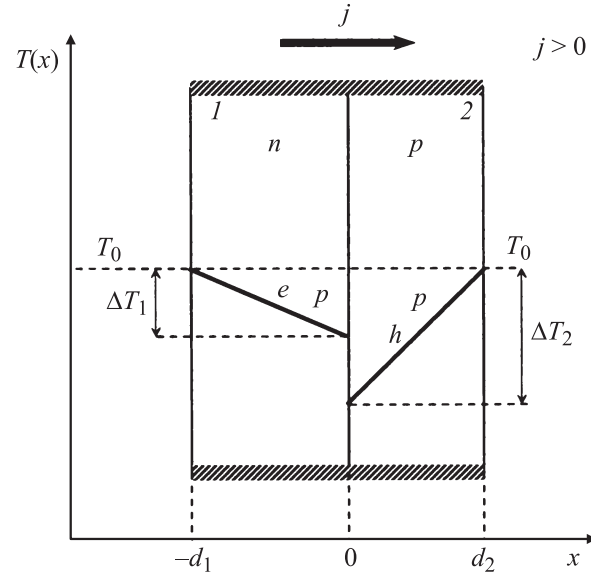


Рис. 3. Схематическое изображение температуры электронов, дырок и фононов в p – n -структуре в однотемпературной модели.

Нахождение общего решения тривиально однако оно достаточно громоздко и малоинформативно. Поэтому в дальнейшем будем рассматривать те частичные случаи, которые наиболее интересны с точки зрения физики рассматриваемого явления.

Частные случаи

1. Однотемпературная модель:

$\Delta T_{p1} = \Delta T_e = \Delta T_1$, $\Delta T_{p2} = \Delta T_h = \Delta T_2$ (рис. 3)

Как видно из граничных условий (12)–(15), необходимым условием применения однотемпературной модели (вообще говоря, с разрывом температуры на поверхности) для тонкопленочных структур является интенсивное энергетическое взаимодействие на поверхности между электронами и фононами в n -слое ($P_{11} \rightarrow \infty$) и между дырками и фононами в p -слое ($P_{22} \rightarrow \infty$).

При этом граничные условия (12)–(15) сводятся к следующему:

$$\left. \begin{aligned} \eta_{\text{eff}}(T_1|_{x=0-} - T_2|_{x=0+}) + k_1 \frac{dT_1}{dx} \Big|_{x=0-} + j(\Pi_s - \Pi_n) &= 0, \\ \eta_{\text{eff}}(T_2|_{x=0+} - T_1|_{x=0-}) - k_2 \frac{dT_2}{dx} \Big|_{x=0+} + j(\Pi_p - \Pi_s) &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

где

$$\eta_{\text{eff}} = \eta_{eh} + \eta_p + P_{12} + P_{21}, \quad (19)$$

$$k_1 = k_e + k_{p1} \quad (20a)$$

— полная теплопроводность в первом слое,

$$k_2 = k_h + k_{p2} \quad (20b)$$

— полная теплопроводность во втором слое.

Условия существования однотемпературной модели с непрерывной температурой на p - n -переходе

1	$P_{11} \rightarrow \infty, P_{22} \rightarrow \infty, \eta_{eh} \rightarrow \infty$
2	$P_{11} \rightarrow \infty, P_{22} \rightarrow \infty, \eta_p \rightarrow \infty$
3	$P_{11} \rightarrow \infty, P_{22} \rightarrow \infty, P_{12} \rightarrow \infty$
4	$P_{11} \rightarrow \infty, P_{22} \rightarrow \infty, P_{21} \rightarrow \infty$
5	$P_{12} \rightarrow \infty, P_{21} \rightarrow \infty, \eta_{eh} \rightarrow \infty$
6	$P_{12} \rightarrow \infty, P_{21} \rightarrow \infty, \eta_p \rightarrow \infty$
7	$P_{12} \rightarrow \infty, P_{21} \rightarrow \infty, P_{11} \rightarrow \infty$
8	$P_{12} \rightarrow \infty, P_{21} \rightarrow \infty, P_{22} \rightarrow \infty$
9	$P_{11} \rightarrow \infty, \eta_p \rightarrow \infty, \eta_{eh} \rightarrow \infty$
10	$P_{11} \rightarrow \infty, \eta_p \rightarrow \infty, P_{21} \rightarrow \infty$
11	$P_{11} \rightarrow \infty, \eta_{eh} \rightarrow \infty, P_{12} \rightarrow \infty$
12	$\eta_h \rightarrow \infty, \eta_p \rightarrow \infty, P_{21} \rightarrow \infty$
13	$\eta_{eh} \rightarrow \infty, \eta_p \rightarrow \infty, P_{12} \rightarrow \infty$
14	$\eta_{eh} \rightarrow \infty, \eta_p \rightarrow \infty, P_{22} \rightarrow \infty$
15	$P_{22} \rightarrow \infty, \eta_p \rightarrow \infty, P_{12} \rightarrow \infty$
16	$P_{22} \rightarrow \infty, \eta_{eh} \rightarrow \infty, P_{21} \rightarrow \infty$

В уравнениях (18) $T_1(x) = T_e(x) = T_{p1}(x)$, $T_2(x) = T_h(x) = T_{p2}(x)$.

Для $\Delta T_1, \Delta T_2$ получаем:

$$\left. \begin{aligned} \Delta T_1 &= j \frac{\Pi_p - \Pi_n + \frac{1}{\eta_{\text{eff}}} \frac{k_2}{d_2} (\Pi_s - \Pi_n)}{\frac{k_1}{d_1} + \frac{k_2}{d_2} + \frac{1}{\eta_{\text{eff}}} \frac{k_1 k_2}{d_1 d_2}}, \\ \Delta T_2 &= j \frac{\Pi_p - \Pi_n + \frac{1}{\eta_{\text{eff}}} \frac{k_1}{d_1} (\Pi_p - \Pi_s)}{\frac{k_1}{d_1} + \frac{k_2}{d_2} + \frac{1}{\eta_{\text{eff}}} \frac{k_1 k_2}{d_1 d_2}}. \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

Из данных выражений видно, что при росте Π_p и уменьшении Π_n растет как ΔT_1 , так и ΔT_2 . В то же время при росте Π_s ΔT_1 растет, а ΔT_2 — уменьшается. При росте d_1 и уменьшении k_1 растет $|\Delta T_1|$, при росте d_2 и уменьшении k_2 растет $|\Delta T_2|$. В частном случае $\Pi_s = 0$ эта ситуация изучалась в [8].

Интересно отметить, что, если выполняется условие

$$\frac{\Pi_n - \Pi_p}{\Pi_s - \Pi_n} = \frac{1}{\eta_{\text{eff}}} \frac{k_2}{d_2}, \quad (22a)$$

то диффузионный поток тепла в первом слое отсутствует ($\Delta T_1 = 0, T_1 = \text{const}$).

Если же

$$\frac{\Pi_n - \Pi_p}{\Pi_p - \Pi_s} = \frac{1}{\eta_{\text{eff}}} \frac{k_1}{d_1}, \quad (22b)$$

то этот поток отсутствует во втором слое ($\Delta T_2 = 0, T_2 = \text{const}$).

Формулы (21) сводятся к однотемпературному случаю с непрерывной температурой на границе ($T_1(0-) = T_2(0+)$), т.е.

$$\Delta T_1 = \Delta T_2 = \Delta T = \frac{j(\Pi_p - \Pi_n)}{\frac{k_1}{d_1} + \frac{k_2}{d_2}}, \quad (23)$$

если один из поверхностных параметров $\eta_{eh}, \eta_p, P_{12}$, или P_{21} достаточно велик.

Заметим, однако, что однотемпературный непрерывный случай реализуется, как видно из граничных условий (12)–(15), и при выполнении других условий. Набор всех условий, при которых возможен однотемпературный непрерывный случай, другими словами, критерий использования однотемпературной модели с непрерывной температурой, приведен в таблице.

Именно последний случай (см. (23)) изучался ранее как единственно возможный при исследовании термоэлектрического охлаждения (см. [15]).

2. Температура фононов непрерывна и постоянна: $\Delta T_{p1} = \Delta T_{p2} = \Delta T_p = 0$

Данный случай возможен при выполнении одного из трех условий, о которых пойдет речь ниже.

Первое условие: отсутствие энергетического взаимодействия между носителями тока и фононами на границе p - n -структуры ($P_{11} = P_{12} = P_{21} = P_{22} = 0$). Так как граничные условия (12)–(15) в этом случае сводятся к

$$j\Pi_s + \eta_{eh}(T_e|_{x=0-} - T_h|_{x=0+}) - \left(j\Pi_n - k_e \frac{dT_e}{dx} \Big|_{x=0-} \right) = 0, \quad (24a)$$

$$j\Pi_p - k_h \frac{dT_h}{dx} \Big|_{x=0+} - (j\Pi_s + \eta_{eh}[T_e|_{x=0-} - T_h|_{x=0+}]) = 0, \quad (24b)$$

$$\eta_p(T_{p1}|_{x=0-} - T_{p2}|_{x=0+}) + k_{p1} \frac{dT_{p1}}{dx} \Big|_{x=0-} = 0, \quad (24c)$$

$$-k_{p2} \frac{dT_{p2}}{dx} \Big|_{x=0+} - \eta_p(T_{p1}|_{x=0-} - T_{p2}|_{x=0+}) = 0, \quad (24d)$$

то из граничных условий (24c), (24d) и (3) следует $\Delta T_{p1} = \Delta T_{p2} = 0$. Для ΔT_e и ΔT_h , при этом получаем:

$$\left. \begin{aligned} \Delta T_e &= j \frac{\Pi_p - \Pi_n + \frac{1}{\eta_{eh}} (\Pi_s - \Pi_n) \frac{k_h}{d_2}}{\frac{k_e}{d_1} + \frac{k_h}{d_2} + \frac{1}{\eta_{eh}} \frac{k_e k_h}{d_1 d_2}}, \\ \Delta T_h &= j \frac{\Pi_p - \Pi_n + \frac{1}{\eta_{eh}} (\Pi_p - \Pi_s) \frac{k_e}{d_1}}{\frac{k_e}{d_1} + \frac{k_h}{d_2} + \frac{1}{\eta_{eh}} \frac{k_e k_h}{d_1 d_2}}. \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

Из данных выражений видно, что знаки ΔT_e и ΔT_h могут быть различными — в зависимости от величины и знака Π_s . Из выражений (25) видно также, что при увеличении Π_p и уменьшении Π_n растет и ΔT_e , и ΔT_h , тогда как при увеличении Π_s ΔT_e растет, а ΔT_h — уменьшается. При уменьшении k_e и увеличении d_1 $|\Delta T_e|$ растет, а при уменьшении k_h и увеличении d_2 — увеличивается $|\Delta T_h|$.

Если значение η_{eh} достаточно велико ($\eta_{eh} \rightarrow \infty$), то температуры электронов и дырок на границе переходного слоя p - n -структуры совпадают

$$\Delta T_e = \Delta T_h = j \frac{\Pi_p - \Pi_n}{\frac{k_e}{d_1} + \frac{k_h}{d_2}}. \quad (26)$$

Как видно из (26), в таком случае и в электронной, и в дырочной подсистемах происходит охлаждение ($\Delta T_{e,h} > 0$).

Второй случай интересен тем, что его можно использовать для охлаждения электронной или дырочной подсистемы в микросхемах за счет сильного взаимодействия с аналогичной подсистемой $p-n$ -структуры. При этом фоновая подсистема не принимает участия в процессах охлаждения, что должно улучшить все параметры термоэлектрического холодильника.

Если $\frac{P_{\text{eff}2}}{P_{\text{eff}1}} < \frac{k_h d_1}{k_e d_2}$, то значение ΔT_p от Π_s не зависит и всегда положительное ($\Delta T_p > 0$) — фоновая подсистема всегда охлаждается.

3. Температура фононов и электрон-дырочная температура непрерывны (но различны):

$$\Delta T_{p1} = \Delta T_{p2} = \Delta T_p, \Delta T_e = \Delta T_h = \Delta T_{eh}$$

Этот случай реализуется, когда и поверхностная теплопроводность фононов ($\eta_p \rightarrow \infty$), и поверхностная электрон-дырочная теплопроводность ($\eta_{eh} \rightarrow \infty$) достаточно велики. Для такой ситуации граничные условия (12)–(15) упрощаются:

$$\left. \begin{aligned} k_e \frac{dT_e}{dx} \Big|_{x=0-} - k_h \frac{dT_h}{dx} \Big|_{x=0+} + j(\Pi_p - \Pi_n) \\ = P_{\text{efftotal}}(T_{p1} \Big|_{x=0-} - T_e \Big|_{x=0-}), \\ k_{p1} \frac{dT_{p1}}{dx} \Big|_{x=0-} - k_{p2} \frac{dT_{p2}}{dx} \Big|_{x=0+} \\ = P_{\text{efftotal}}(T_e \Big|_{x=0-} - T_{p1} \Big|_{x=0-}) \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

и температурные поля от Π_s не зависят.

Для параметров ΔT_p , ΔT_{eh} находим

$$\left. \begin{aligned} \Delta T_{eh} = \frac{j(\Pi_p - \Pi_n) \left(1 + \frac{1}{P_{\text{efftotal}}} \left(\frac{k_{p1}}{d_1} + \frac{k_{p2}}{d_2}\right)\right)}{\frac{k_1}{d_1} + \frac{k_2}{d_2} + \frac{1}{P_{\text{efftotal}}} \left(\frac{k_e}{d_1} + \frac{k_h}{d_2}\right) \left(\frac{k_{p1}}{d_1} + \frac{k_{p2}}{d_2}\right)}, \\ \Delta T_p = \frac{j(\Pi_p - \Pi_n)}{\frac{k_1}{d_1} + \frac{k_2}{d_2} + \frac{1}{P_{\text{efftotal}}} \left(\frac{k_e}{d_1} + \frac{k_h}{d_2}\right) \left(\frac{k_{p1}}{d_1} + \frac{k_{p2}}{d_2}\right)}. \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

Выражения (34) всегда положительны ($\Delta T_{eh} > 0$, $\Delta T_p > 0$): структура охлаждается. При росте Π_p и уменьшении Π_n растет как ΔT_{eh} , так и ΔT_p . При росте k_e или k_h значение уменьшится, тогда как ΔT_p уменьшается при росте k_1 , k_2 или уменьшении d_1 , d_2 . В случае, когда P_{efftotal} достаточно велико, формулы (34) сводятся к однотемпературной модели (23).

Если P_{efftotal} бесконечно мало, то, как и должно быть, фоновая подсистема вообще не охлаждается ($\Delta T_p = 0$), а электрон-дырочная подсистема охлаждается существенно больше (см. (26)).

Интересно, что возможны и такие соотношения между параметрами структуры, когда один слой охлаждается, а температура другого соответствует температуре окружающей среды. Существуют условия, когда одна из подсистем квазичастиц (электроны, дырки или фононы) не испытывает ни охлаждения, ни нагревания, тогда как другие подсистемы охлаждаются, или одна из них охлаждается, а другая нагревается.

Выводы

В работе предложена физически обоснованная общая структура граничных условий для поверхности, на которой происходит термоэлектрическое охлаждение. Эти граничные условия требуют введения нового коэффициента — поверхностного коэффициента Пельтье Π_s , который соответствует дрейфовому потоку тепла внутри поверхности. Знак последнего для $p-n$ -структуры, вообще говоря, может быть любым.

Показано, что для исследования термоэлектрического охлаждения в структурах субмикронной толщины, в общем случае, нужно использовать многотемпературную модель, когда каждая из подсистем квазичастиц характеризуется своей собственной температурой.

Установлены критерии применения однотемпературной модели для явления термоэлектрического охлаждения для структур с субмикронными слоями.

Доказано, что, если значения температуры электронов и дырок совпадают на $p-n$ -контакте, температурные поля не зависят от Π_s .

Авторы благодарят CONACYT (Mexico) за частичную финансовую поддержку. Один из авторов (И.Л.) благодарит CINVESTAV-IP.N. за финансовую поддержку.

Список литературы

- [1] Ioffe A.F. Semiconductor Thermoelements and Thermoelectric. Cooling. London: In Foscarch, 1957. 103 p.
- [2] Tauc J. Photo and Thermoelectric Effects in semiconductors. Oxford: Pergamon, 1962. 248 p.
- [3] Anatyshuk L.I. Physics of Thermoelectricity. Kyiv–Chernovtsi: Institute of Thermoelectricity, 1998. 376 p.
- [4] Nolas G.S., Sharp J., Goldsmid H.J. Thermoelectrics. Basic principles and New Materials Development. Berlin–New York: Springer, 2001. 222 p.
- [5] Thermoelectrics Handbook. Macro to Nano / Ed. by D.M. Rowe. London: CRC Press LLC, 2006. 1008 p.
- [6] Басс Ф.Г., Бочков В.С., Гуревич Ю.Г. // Электроны и фононы в ограниченных полупроводниках. М.: Наука, 1984. 287 с.
- [7] Бочков В.С., Гуревич Ю.Г. // ФТП. 1983. Т. 17. С. 728–730.
- [8] Gurevich Yu.G., Logvinov G.N. // Semicond. Sci. Technol. 2005. Vol. 20. P. R57–R64 (Topical Review).
- [9] Гуревич Ю.Г., Логвинов Г.Н., Эснехо Г., Тутов О.Ю., Меруц А. // ФТП. 2000. Т. 34. С. 783–786.
- [10] Logvinov G.N., Velazquez J.E., Lashkevych I.M., Gurevich Yu.G. // Appl. Phys. Lett. 2006. Vol. 89. P. 092 118-1–092 118-3.
- [11] Titov O.Yu., Giraldo J., Gurevich Yu.G. // Appl. Phys. Lett. 2002. Vol. 80. P. 3108–3110.
- [12] Mahan G.D., Bartkowiak M. // Appl. Phys. Lett. 1999. Vol. 74. P. 953–954.
- [13] Bartkowiak M., Mahan G.D. // Recent Trends in Thermoelectric Materials Research. 2001. Vol. 70. Ser. „Semiconductors and Semimetals“. P. 245–271.